Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

ÁREA DEL CUADRILÁTERO: UN PROBLEMA PARA CONOCER LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Sandra Areli Martínez Pérez
Centro de Ciencias y Humanidades, UNAM, miarelin@gmail.com

Olivia Alexandra Scholz Marbán
Centro de Ciencias y Humanidades, UNAM, scholzalexa@gmail.com

Miguel Ángel Huerta Vázquez
Centro de Ciencias y Humanidades, UNAM, mhuertav@gmail.com

Resumen

En este trabajo se presenta una actividad que consiste en calcular el área mínima de un cuadrilátero inscrito en un rectángulo. Los alumnos comienzan a resolver usando sus conocimientos previos de geometría tales como las definiciones de cuadrilátero, triángulo rectángulo, áreas compuestas, y a partir de estos elaboran una tabla de valores para después elaborar la gráfica, finalmente se pide que encuentran la expresión algebraica con lo que corroboran el hecho de que se trata de una función cuadrática. Se observó que los alumnos entienden que la función cuadrática puede verse con diferentes representaciones.

Palabras clave: resolución de problemas, áreas, función cuadrática.

1. INTRODUCCIÓN

En el plan de estudios del CCH está contemplado el estudio de la función cuadrática en la primera unidad de la asignatura Matemáticas 2. En dicha unidad se contempla el acercamiento a la función haciendo uso de la tabulación, la gráfica y la expresión algebraica.

Sin embargo, diversas investigaciones documentan que el concepto de función es difícil de entender, por lo abstracto de sus partes tales como el dominio y contra dominio de la función. Si a lo anterior le agregamos el hecho de lo difícil que resulta para los estudiantes entender que diferentes representaciones pueden utilizarse para presentar un mismo objeto, resulta complicado el entendimiento del tema.

De acuerdo con Duval (2006), es importante que los estudiantes utilicen símbolos y figuras que representen modelos espaciales y numéricos, e identifiquen el mismo patrón en diferentes

ISSN: 2594-1046

representaciones, ya que al transitar por diferentes representaciones los alumnos podrán lograr el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

En este trabajo se presenta una actividad que permite a los estudiantes utilizar sus conocimientos previos en geometría para comenzar a resolver el problema y luego pasar a la elaboración de la tabla de valores y la gráfica de manera natural y, por último, pasar a la expresión algebraica. Nuestro objetivo es proporcionar a otros docentes una herramienta que les permita abordar el tema de manera sencilla y clara.

2. FUNDAMENTACIÓN

Duval sostiene que el proceso matemático siempre implica una transformación de representaciones y que sólo a través de éstas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Las representaciones no sólo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma (Duval, 2004).

Por otra parte, el acto de resolver un problema es un proceso que transita por diferentes etapas relacionadas entre sí, que parte del hecho de que el individuo reconozca y valore la situación como un problema, hasta el punto en que evalúa la solución hallada y el procedimiento empleado.

Desde hace ya varias décadas Polya identificó y describió varias etapas o categorías en el proceso de resolver problemas. Inicialmente hace referencia a la fase del entendimiento del problema; es aquí donde es importante entender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones. Luego ubica la etapa relacionada con la concepción de un plan y el proceso de llevarlo a cabo. Finalmente, Polya identifica la fase de evaluación de la solución o soluciones y lleva a cabo una visión retrospectiva del potencial del problema. Es decir, aquí no solamente se incluye la actividad de revisar los cálculos y operaciones, sino también evaluar el sentido de la solución y el análisis de las posibles extensiones o conexiones del problema. (Polya, 1945).

Vale la pena destacar que la resolución de problemas implica la puesta en acción de estrategias. Analizar, planificar, actuar y evaluar indican diferentes acciones o momentos de una manera de proceder denominada estrategia. La estrategia se relaciona directamente con la resolución de problemas, de tal suerte que no hay estrategia sin una finalidad práctica de superar un problema; esto

ISSN: 2594-1046

es, no hay estrategia sin pasar por la planificación, coordinación, realización y evaluación de una serie de acciones dirigidas a la resolución de problemas.

Schoenfeld (1987) considera que no solamente es importante discutir las estrategias generales identificadas por Polya, sino también las subestrategias que cada una genera. Sugiere además que, para entender cómo intentan los estudiantes resolver los problemas y en consecuencia proponer actividades que pueden ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar dimensiones o categorías en la instrucción matemática que influyen en el proceso de resolver un problema.

Las dimensiones o categorías a las que Schoenfeld se refiere son:

- dominio del conocimiento o recursos,
- estrategias cognitivas o métodos heurísticos,
- estrategias metacognitivas y,
- sistemas de creencias.

Los *recursos*, según Schoenfeld (1987), son inventario de lo que un individuo sabe y de las formas en que adquiere ese conocimiento. El uso de unos u otros recursos en la resolución de un problema está determinado por una serie de factores, entre los que se encuentran aquellos asociados al problema, como su grado de complejidad, las formas de representación existentes y las herramientas con las que se puede resolver, tanto intelectuales como técnicas; lo cual genera que el individuo responda o actúe de cierta manera al resolver el problema. De acuerdo con este autor, hay cinco tipos de conocimientos que impactan en el uso de los recursos:

Conocimiento informal e intuitivo respecto del dominio (la disciplina) o del problema por resolver, conocimiento que en muchas de las ocasiones impide a los estudiantes entender el concepto matemático bajo estudio.

Hechos y definiciones que los estudiantes deben utilizar como parte del proceso de resolución de un problema, al plantear o seleccionar alguna vía de solución. El conjunto de recursos incluye tanto los conocimientos, hechos y definiciones básicas, como la forma en que ellos recuerdan este conocimiento y tienen acceso a él para resolver el problema.

Procedimientos rutinarios o técnicas no algorítmicas que los estudiantes utilizan para resolver ciertos tipos de problemas. Son procedimientos que se ubica en un nivel táctico; esto es, son técnicas separadas de las habilidades de nivel estratégico.

Conocimiento acerca del discurso del dominio, que se refiere a las percepciones de los estudiantes respecto de las reglas al resolver un problema, lo cual establece la dirección y los recursos utilizados en el proceso de solución.

Recursos débiles o errores consistentes que los estudiantes cometen en procedimientos simples, lo cual conduce a pensar que se trata de un mal aprendizaje.

3. METODOLOGÍA

En esta experiencia de aula el problema fue propuesto a alumnos que cursaban el segundo semestre del bachillerato, sus edades oscilaban entre los 15 y 16 años; el tema que se estaba abordando en ese momento era función cuadrática que corresponde a la unidad 1 de Matemáticas 2. El problema es el siguiente:

> Dado un rectángulo ABCD con base igual a 6 cm y altura de 4 cm. Sean P un punto sobre el lado AB, M un punto sobre el lado BC, N un punto sobre CD y S un punto sobre DA, tales que las distancias BM, CN, DS son las iguales a la distancia AP. Calcular el área mínima del cuadrilátero que se forma al unir los puntos P, M, N, S.

El alumno identificará la información que le es proporcionada en el problema y qué es lo que se le pide, a partir de ello debe formular un plan de solución.

4. RESULTADOS

El problema fue aplicado en el salón de clases, captó la atención de los alumnos quienes poco a poco fueron desarrollando sus soluciones y elaboraron sus propias conclusiones. La mayoría de ellos lo comprendió como una aplicación de la función cuadrática pero además se dieron cuenta que existían valores que la función no podía tomar, lo que implicaría una noción intuitiva del concepto de dominio.

Al leer el problema, la mayoría de los estudiantes propuso elaborar el dibujo que lo representara, después buscaron la forma para determinar el área del cuadrilátero inscrito y luego

ISSN: 2594-1046

decidieron elaborar una tabla de valores en la cual proponían diferentes distancias AP y haciendo uso de ellas calculaban el área del cuadrilátero, tal como se muestra en la Figura 1:

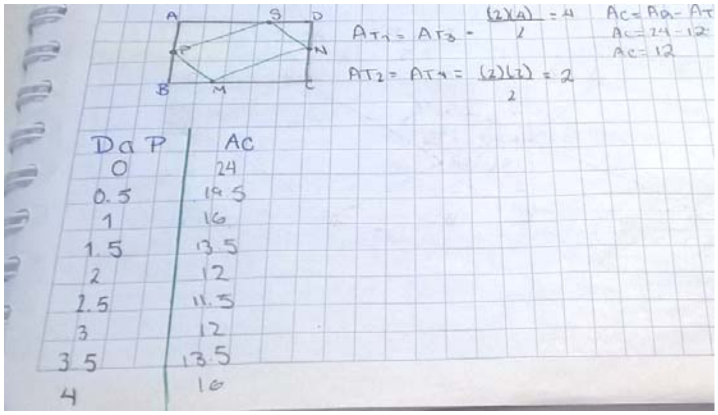

Figura 1. Ejemplo de elaboración de dibujo y tabla de valores de un estudiante

Una pregunta frecuente de los estudiantes era qué valor máximo de la distancia AP deberían considerar, por lo que se les solicitó que para cada valor de AP elaboraran un dibujo. Esto con la finalidad de que ellos mismos determinaran cuál era el valor máximo que podían utilizar (Figura 2).

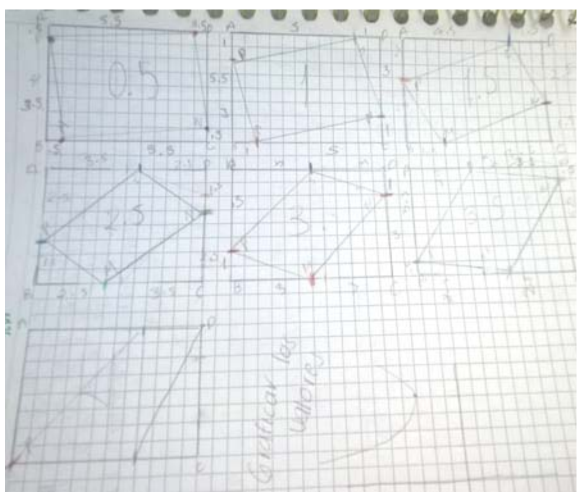

Figura 2. Ejemplo de los dibujos elaborado por un estudiante para cada distancia AP propuesta

Al observar los resultados para el área del cuadrilátero en la tabla, los estudiantes intuyeron que podría tratarse de una parábola, por lo que se les pidió que elaboraran la gráfica considerando a la distancia AP como la variable x y al área de cuadrilátero como la variable y, dicha gráfica se muestra en la Figura 3.

ISSN: 2594-1046

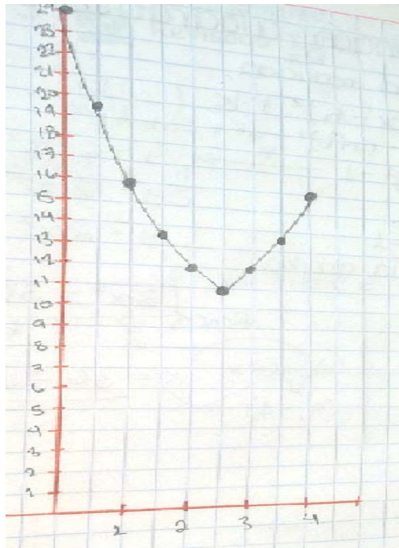

Figura 3. Ejemplo de la gráfica elaborada por un estudiante

Se dieron cuenta que el valor más bajo del área del cuadrilátero de la tabla correspondía al vértice de la parábola y que en este caso se trata del mínimo de la función.

El siguiente paso fue determinar la expresión algebraica que modelara al problema, entonces consideraron que la distancia AP sería x y usando mismo el procedimiento para determinar el área del cuadrilátero realizaron sus cálculos (Figura 4).

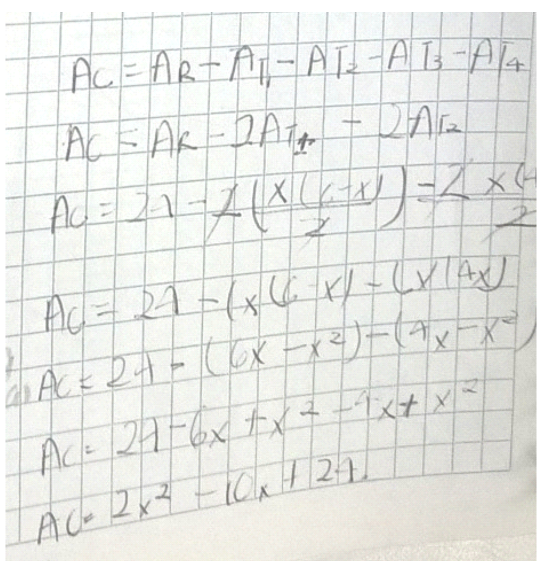

Figura 4. Ejemplo de la determinación de la expresión algebraica del problema elaborada por un estudiante

ISSN: 2594-1046

Luego se pidió que redujeran la expresión algebraica para que pudieran determinar el vértice de la gráfica (Figura 5).

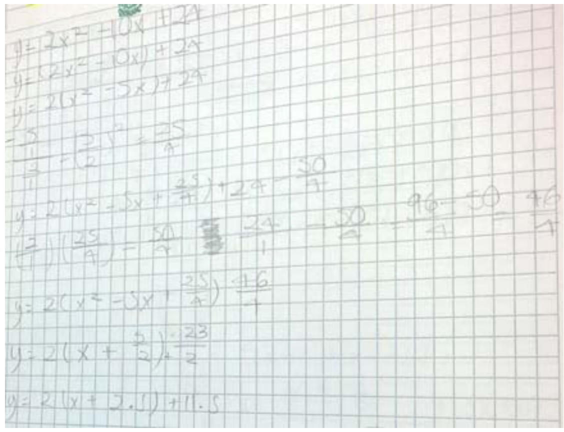

Figura 5. Ejemplo del proceso de reducción de la función hecha por un estudiante

Finalmente, se pidió al alumno que observara el valor del vértice obtenido al reducir la expresión algebraica y que lo comparara con los valores obtenidos en la tabla y con la gráfica. Con esto se concluyó que el valor mínimo del área del cuadrilátero es el valor del vértice de la parábola que representa al problema y del valor más pequeño que obtienen en la tabla de valores.

5. CONCLUSIONES

Resolver el problema permitió que usaran tres representaciones: tabular, gráfica, expresiones algebraicas. La idea de que los alumnos hagan uso de sus conocimientos previos, y que a partir de ellos comiencen a explorar lo que se puede o no usar, resulta atractivo ya que ellos se sienten involucrados con el problema.

Cuando los alumnos se dan cuenta que al momento de graficar los valores obtenidos resulta una parábola, entienden la importancia y la utilidad de la función cuadrática y que el mínimo de la función es el vértice de la parábola. Es entonces cuando la clásica pregunta ¿Para qué me sirve esto? Parece ser resuelta.

ISSN: 2594-1046

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática. La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical model*. Oxford: Princenton University, Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. NY: Psychology Press.