Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DEL MODELO GOMPERTZ

Jorge Armando Rodríguez Carrillo
Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 34, carrillojro@hotmail.com

José Trinidad Ulloa Ibarra
Universidad Autónoma de Nayarit, jtulloa@uan.edu.mx

Resumen

Entender procesos biológicos (como el crecimiento) a través de medios matemáticos (tales como la modelación) es una tarea recurrente en los sistemas educativos. Sin embargo, en muchos casos, se hace bajo situaciones imaginarias o abstractas dejando de lado lo concreto, el contexto social o específico del futuro profesionista, y sin ir más allá de un simple análisis superficial de la situación. Separando, por un lado, el conocimiento matemático del científico; mientras que, por otro, no analizando la situación a detalle. Por tal motivo, bajo la estructura del diseño de aprendizaje proponemos una alternativa para la enseñanza y el aprendizaje del modelo de crecimiento Gompertz, (apoyada con tecnología, GeoGebra) que traslada al estudiante a un medio de análisis gráfico, analítico e interpretativo. Esto, con la firme intención de aportar elementos didácticos y/o servir de apoyo para el desarrollo de prácticas en el estudio de modelos matemáticos utilizados en el Área de Ciencias Biológicas, Agropecuarias y Pesqueras (ACBAP) o afines, presentes en las instituciones educativas.

Palabras clave: modelos de crecimiento, modelo Gompertz, parámetros, alternativa didáctica.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos de crecimiento poblacional se encuentran agrupados por dos particularidades, diametralmente opuestas, por un lado, se localizan los modelos que representan un medio ilimitado, cuyo único integrante es el modelo exponencial. Mientras que, por otro lado, están los modelos capaces de representar un espacio limitado, entre los que destacan el modelo logístico y el modelo Gompertz.

Gráficamente, todo crecimiento poblacional se describe, en primera instancia, bajo una función exponencial hasta llegar a un punto donde factores internos y externos afectan el crecimiento, provocando en el gráfico un punto de inflexión y posteriormente haciendo el crecimiento más lento hasta llegar a una estabilidad. Es decir, el crecimiento poblacional queda representado por la combinación de un gráfico de una curva exponencial (modelo exponencial) y una curva sigmoidea o en forma de S (modelos logístico y Gompertz, respectivamente). Actualmente, la ecuación conocida como curva de Gompertz es usada en muchas áreas, tales como la biología y la medicina, para modelar

ISSN: 2594-1046

fenómenos o situaciones donde el crecimiento es lento al principio y al final del período. Con base en lo anterior, puede afirmarse que este tipo de modelos pueden ser utilizados perfectamente para estudiar:

- El crecimiento poblacional en un ambiente con recursos limitados.
- El crecimiento de la talla o peso de un organismo.
- El número de bacterias en una caja de Petri.
- La población de animales en una isla.
- Tiempo de respuesta a medicamentos en pacientes.
- Ventas de un producto donde el total de venta tiene límite.

Sin embargo, atender contenidos biológicos, tales como el crecimiento, a través de medios matemáticos, como la modelación, es una tarea recurrente en los espacios de estudio en el ACBAP. Con la firme intención de aportar elementos didácticos y/o servir de apoyo para el diseño de prácticas en el estudio de modelos matemáticos utilizados en dicha área u otras, se pretende, a través de este trabajo, proponer una alternativa para la enseñanza y el aprendizaje del modelo Gompertz, con ayuda de una situación de aprendizaje (apoyados con tecnología, GeoGebra) que traslada al estudiante a un medio de análisis gráfico e interpretativo aplicados a un contexto social y/o profesional. Cabe hacer mención, que el diseño se presenta como medio de enseñanza, como herramienta en la enseñanza, como medio que remodela el contenido y/o como medio de intercambio académico.

Con lo anterior, se presenta una situación de aprendizaje que sirve de ayuda en el estudio (analítico y gráfico) del modelo de crecimiento Gompertz, con el uso de una metodología que involucra el empleo de la tecnología y que muestra una nueva forma de modelar. Para ello, hemos dividido el trabajo de la forma siguiente: En primera instancia, se expone al modelo Gompertz como concepto y se desarrolla un análisis gráfico de los parámetros que intervienen en él. Posteriormente, se fundamenta el papel que juega el contexto social para la creación de situaciones de aprendizaje y la forma en que éstas, aunado al empleo de la tecnología, dan origen a una nueva forma de modelar que promueve la interacción entre los cuatros marcos representacionales (verbal, numérico/tabular, gráfico y algebraico). Estableciendo así a la modelación como vínculo para acortar la separación existente entre los contenidos aprendidos en el aula escolar y su aplicación en la práctica profesional. Finalmente, se

ISSN: 2594-1046

muestra una situación de aprendizaje que se considera idónea para la enseñanza del modelo Gompertz. Dicha situación se muestra a la par de un análisis hecho en la aplicación de la misma a un grupo de tercer semestre de la Escuela Nacional de Ingeniería Pesquera del ACBAP de la Universidad Autónoma de Nayarit, reconociendo el proceso de resignificación de conceptos que siguen los estudiantes frente a situaciones que requieran el análisis de contenidos matemáticos y científicos, con la traslación de las mismas a un contexto social específico.

2. DESARROLLO

El modelo Gompertz puede definirse como un modelo que aporta información importante en el estudio de situaciones o fenómenos de crecimiento poblacional o de cualquier índole bajo un espacio limitado de recursos y donde el crecimiento máximo o puede ser muy pequeño o muy grande. Por su parte, al ser un modelo de crecimiento que representa un medio limitado como el logístico, se describe por medio de un gráfico de tipo sigmoidea o, lo que es lo mismo, en forma de "S". En su comportamiento gráfico identificamos tres fases: el crecimiento exponencial (primera), la interacción con el medio (segunda) y el equilibrio (tercera), véase figura 1.

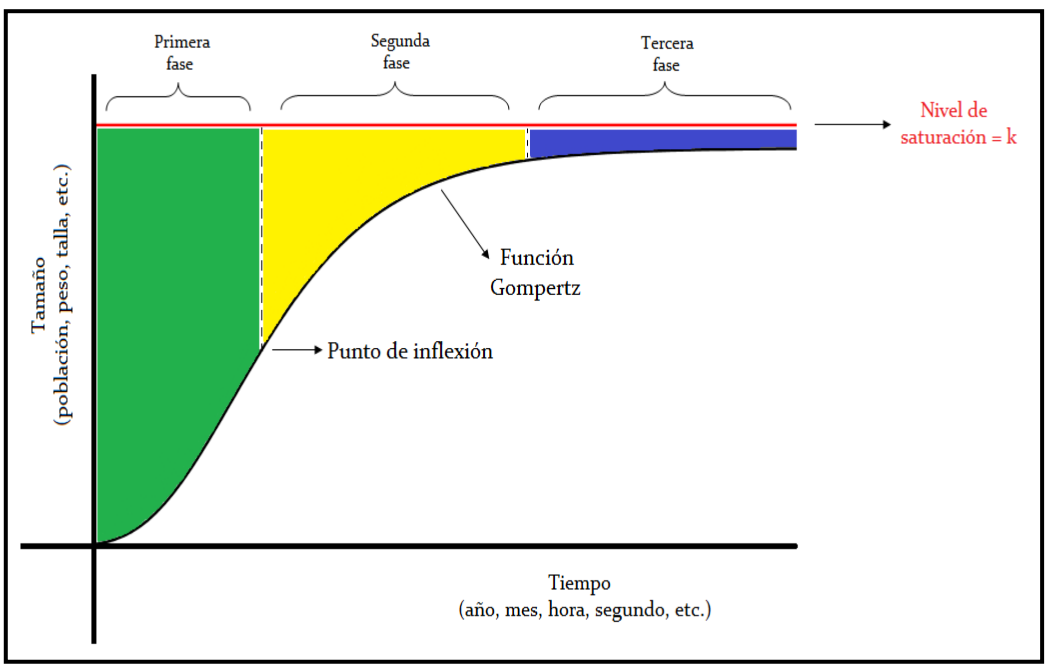


Figura 1. Fases del modelo Gompertz.

ISSN: 2594-1046

Fase de crecimiento exponencial. Se ha denominado así debido a que, de manera gráfica, en su etapa inicial, el modelo Gompertz se comporta como un modelo exponencial. En este momento, el crecimiento de la población o rasgo no se ve afectado por ningún factor, de los que rodea el medio, que impida su crecimiento y, por tal, se genera un crecimiento exponencial de forma pura.

Fase de interacción con el medio. En esta etapa, el crecimiento poblacional o rasgo se ve afectado por los factores, que intervienen en el medio, impidiendo así su crecimiento exponencial. Ello hace que el crecimiento sufra una desaceleración haciéndolo pausado, lento.

Fase de equilibrio. Para esta última etapa, la interacción que mantiene el crecimiento de la población con el medio, que nace desde la etapa dos, continúa su efecto cada vez con mayor fuerza, impidiendo se desarrolle el crecimiento. En este momento, el crecimiento experimenta una desaceleración cada vez mayor hasta alcanzar un equilibrio en el mismo.

2.1. Descripción de los parámetros.

A pesar de existir un sin número de ecuaciones que reflejan un modelo Gompertz, se ha tomado, por los parámetros que utiliza, el siguiente:

$$P(t) = k \cdot e^{-\ln\left(\frac{k}{P_0}\right) \cdot e^{-rt}}$$

Elementos P(t), t y e.

El elemento P(t), en el modelo Gompertz, indica el tamaño de la población existente de un determinado organismo, o el crecimiento de uno de sus rasgos (peso, talla, etc.) en un tiempo establecido denominado "t" y expresado en años, mes, días, horas, etc. Por su parte, el elemento "e" es el símbolo que representa la base del logaritmo natural, es decir, cuyo valor aproximado es de 2.7183. Cabe resaltar que P(t) juega el papel de variable dependiente, t de variable independiente y "e" de constante.

Parámetro k.

Al representar el modelo Gompertz un medio limitado, el parámetro k, teóricamente, es el valor que indica la capacidad de carga o límite con que cuenta un sistema donde se esté desarrollando un crecimiento poblacional o bien alguna cualidad (talla, peso, etc.) de un organismo. Sin embargo, en la práctica (mundo real) no se trata de un valor que pueda obtenerse por medio de la asignación propia,

ISSN: 2594-1046

debido a que toda población mantiene cambios permanentes, ganancias y pérdidas, en su crecimiento generando así fluctuaciones alrededor de un valor promedio (Odum y Sarmiento, 1998, p. 169). El valor de este promedio es lo que representaría, en una situación práctica, el valor del parámetro "k". Por lo tanto, el parámetro "k" no es más que la población máxima que podría existir en un sistema, o bien, la medida máxima que alcanzaría algún rasgo de un organismo: $\lim_{t \to \infty} P(t) = k$

Parámetro P_0.

Para todo crecimiento, ya sea poblacional o correspondiente a alguna cualidad (peso, talla, etc.) de un organismo, es indispensable el reconocimiento de un valor inicial pues de lo contrario no habría crecimiento alguno. En este sentido, y para el modelo Gompertz, el parámetro P_0 es la población, peso o talla inicial existente en el sistema u organismo. Por lo tanto, el parámetro P_0 (población, peso o talla inicial) deberá ser siempre mayor que cero, pero menor que el límite de la capacidad de carga (parámetro k). Para comprender mejor, analizaremos, por medio de cuatro casos, las relaciones existentes entre los parámetros P_0 y k.

Relación entre los parámetros k y P_0.

Caso I. Si $P_0 < k$ la población crece, hasta verse afectada por los diversos factores del medio ambiente, y alcanza una planicie, el nivel de saturación o capacidad de carga, k. Gráficamente, lo que ocurre, es la curva Gompertz. Véase figura 2.

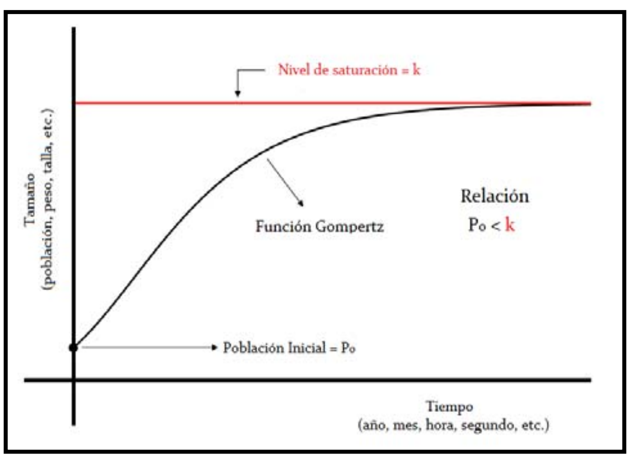


Figura 2. Relación Po < k.

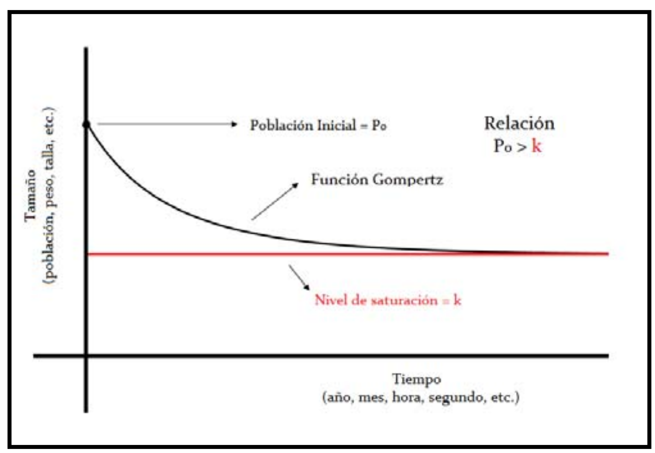


Figura 3. Relación P0 > k.

ISSN: 2594-1046

Caso II. En dado caso de que se considere una población inicial mayor que el límite de carga del medio ($P_0 > k$), el gráfico decrece hasta alcanzar una asíntota que ha de ser el nivel de saturación, k. La gráfica que se desarrolla no pertenece a la familia del modelo Gompertz, véase la figura 3.

Caso III. Si se considera una población inicial igual al límite de carga del sistema, $P_0 = k$, se describe una gráfica del tipo constante donde $P(t) = P_0$ o, en su defecto, $P(t) = k$. Por tal motivo, la gráfica que se forma no pertenece a la familia del modelo Gompertz, véase la figura 4.

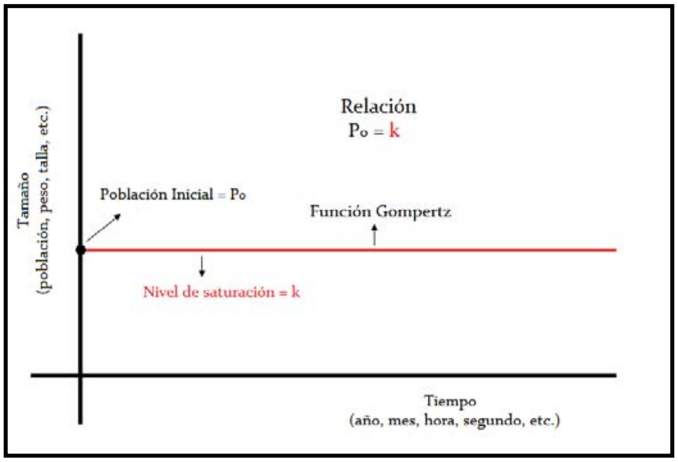


Figura 4. Relación $P_0 = k$.

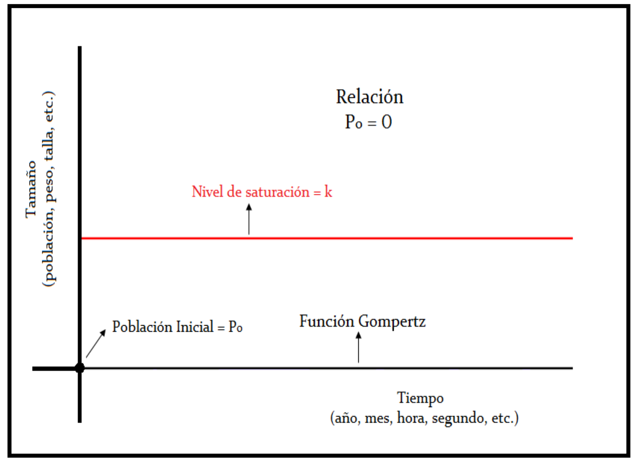


Figura 5. Relación $P_0 = 0$.

Caso IV. La $P_0 = 0$. Cuando la población inicial es igual a cero, es decir que no se tuviera una población inicial, entonces sería imposible desarrollar una gráfica, véase la figura 5.

Parámetro r.

El modelo Gompertz, como ya se mencionó, refleja un crecimiento limitado a causa de la interacción que hay entre las ganancias y las pérdidas de la población o del rasgo del organismo. A esta interacción se le denomina tasa instantánea de crecimiento poblacional, se denota por la letra “r” y no es un valor constante. Por lo que, a lo largo de todo el crecimiento se describe de distinta forma, véase la figura 6.

> Al inicio del crecimiento poblacional o crecimiento de algún rasgo del organismo, la tasa instantánea de crecimiento poblacional se encuentra con un valor igual a cero (1), es decir, aún no intervienen ni las ganancias ni las pérdidas del fenómeno. A partir de ese momento y hasta el punto de inflexión, el crecimiento se desarrolla de forma pura (2), al igual que con el crecimiento exponencial, por lo que sólo existen ganancias en el fenómeno de crecimiento y no hay pérdidas que afecten al mismo. Por su parte, el punto

de inflexión del fenómeno marca el inicio de la desaceleración del crecimiento, este efecto se debe a que en el desarrollo del crecimiento empiezan a afectar las pérdidas y por tal inicia el forcejeo con las ganancias, así continúa durante un buen período hasta que, finalmente (4), alcanza su equilibrio en la cantidad de ganancias y pérdidas, es decir, se genera una estabilidad que acompaña con fluctuaciones a un nivel de saturación límite (Wallace, King y Sanders, 1992, p. 133).

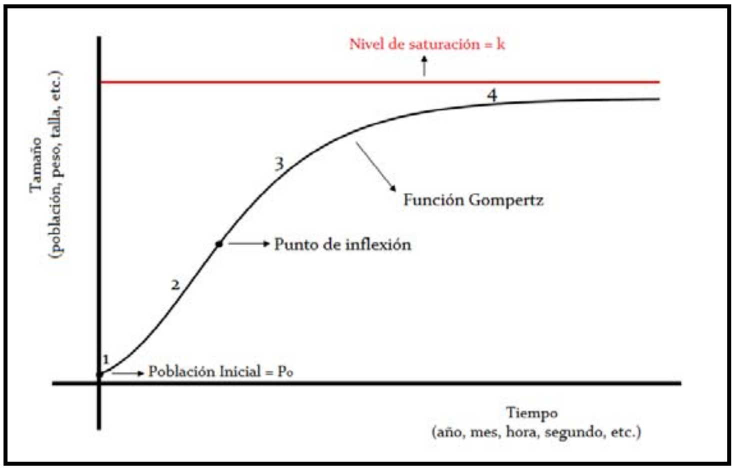


Figura. 6. Fases del parámetro "r".

Valores de r.

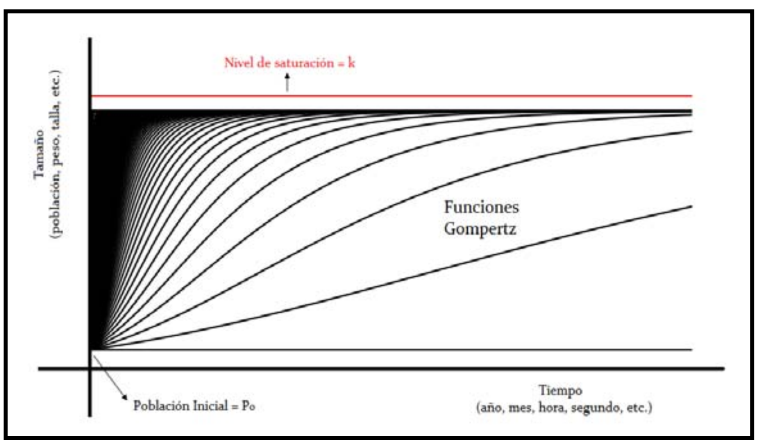


Figura. 7. Curva con valor "r" positivo.

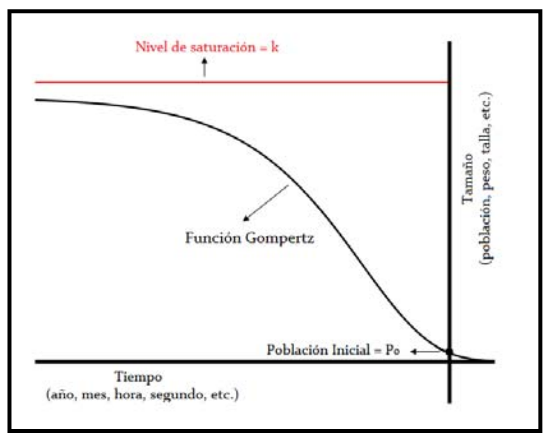


Figura. 8. Curva con valor "r" negativo.

Los valores de "r" pueden ser variados, sin embargo, unos pueden hacer que se desarrolle, gráficamente, la función Gompertz y otros no lo permiten. Si los valores de "r" son mayores a cero ($r > 0$) se produce el gráfico que representa al modelo Gompertz, en la figura 7, conforme los valores de "r" van en aumento, la curva de Gompertz se va a acercando cada vez más al eje de las "y": Por su parte, si los valores de "r" fuesen negativos o menores a cero ($r < 0$) no se produce una curva de crecimiento con significancia, véase figura 8, todo ello debido a que la curva se prolonga para valores negativos en el tiempo y eso no es posible en la vida real. Por lo tanto, la ecuación que resulta para $r < 0$, no corresponde a una ecuación de Gompertz útil para fines prácticos.

3. UNA PROBLEMÁTICA EN LA OBTENCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO

La modelación matemática en el sistema escolar se ha acrecentado en los últimos años convirtiéndose en una herramienta útil para la resignificación de contenidos matemáticos (Suárez, 2006). Sin embargo, utilizar la modelación matemática como proceso o herramienta no sólo debe servir para reconstruir contenidos matemáticos sino también debe cumplir la función de reestructurar contenidos científicos ubicados en un contexto social y/o profesional futuro del estudiante y así ser el puente entre la escuela y la práctica profesional. Trabajar la modelación matemática, en situaciones de crecimiento, es una tarea recurrente en el ACBAP o afines, de algunas instituciones. Sin embargo, muchas de las ocasiones, se hace bajo esquemas o datos imaginarios, simulación de situaciones, donde sólo se busca encontrar un modelo matemático que simbolice la situación y que permita hacer estimaciones futuras. Atendiendo así, solamente la importancia del conocimiento matemático (obtención del modelo), dejando de lado el conocimiento científico que presentan los procesos biológicos. El proceso que utilizan los profesionales de dichas áreas se compone de cuatro elementos: datos, interpretación, ajuste y predicción.

Datos. Consiste en tomar nota sobre un conjunto de datos que representan una situación problemática. Dichos datos, en su mayoría, son dictados por el profesor, extraídos de un libro, inventados o, en el mejor de los casos, obtenidos a través de una práctica de laboratorio.

Interpretación. En este paso, se debe identificar las variables que involucran la situación y cómo éstas se relacionan. Posterior a ello, distribuir los datos gráficamente en un plano cartesiano e interpretar qué tipo de comportamiento presenta la situación.

Ajuste. Consiste en ajustar los datos a modelos ya establecidos (lineal, cuadrático, cúbico, polinómico, exponencial, logístico, Gompertz, entre otros). Así pues, encontrar el modelo que mejor ajuste los datos sin tomar en cuenta lo que se está analizando en la situación.

ISSN: 2594-1046

Predicción. Paso final del proceso en el cual ya una vez establecido el modelo que representa la situación, se busca estimar resultados futuros o tomar acciones para la mejora.

Este proceso, utilizado en el ACBAP limita al estudiante a simplemente ajustar un conjunto de datos a un modelo pre-establecido buscando, de esta forma, una representación algebraica que mejor describa la situación sin analizar la interrelación que pueda tener con ella. Tal y como lo señalan Ulloa y Rodríguez (2013) no basta con encontrar un modelo, en su representación algebraica, que mejor ajuste a un conjunto de datos, sino identificar qué tanto se relaciona y sí tiene coherencia con el conocimiento científico (proceso biológico) a estudiar en una situación particular. Es decir, el modelo en su representación algebraica deberá ser el punto de partida para analizar una situación problemática a través de sus distintos marcos representacionales restantes (discurso verbal, gráfico, numérico/tabular) y así decidir si es adecuado o no. Con lo anterior, consideramos que el proceso de modelación matemática, a diferencia del utilizado en el ACBAP, debe contemplar a un modelo matemático como la representación de una situación a través de distintos marcos de representación: verbal, gráfico, numérico/tabular y algebraica, véase la figura 9.

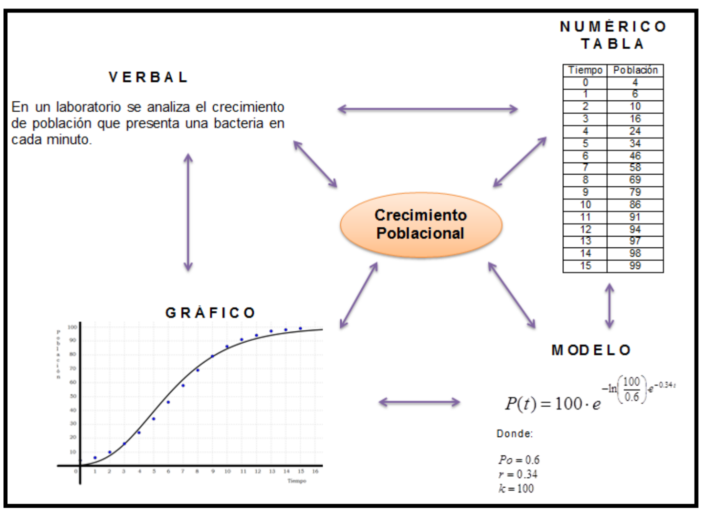


Figura 9. Marcos representacionales de los modelos.

Todos los modelos representacionales: verbal, numérico, gráfico y algebraico, están relacionados entre sí. Si uno tiene alguna variación, los otros también la tendrán. Sin embargo, para tomar una decisión correcta sobre el modelo que mejor ajuste y represente a una situación problemática es importante conocer el fenómeno que se está analizando. Es decir, si el modelo seleccionado no tiene coherencia con lo que se analiza entonces deberá ser desechado y buscar otro.

4. SITUACIÓN DE APRENDIZAJE.

Aplicación de la función Gompertz. El caso de la actividad humana como fuente de conocimiento.

Objetivo. El alumno desarrollará la capacidad de relacionar una situación problemática con el modelo que lo representa.

Espacio. Aula de clase.

Equipo y herramienta utilizada: Computadora personal. Software GeoGebra. Impresora de tinta HP 1200. Hojas de papel cuadriculado. Hojas de papel blanco. Lápiz.

Organización del grupo. Esta actividad; análisis e interpretación, de forma gráfica y analítica, de una situación problemática contextual que describe un crecimiento a través de los parámetros del modelo Gompertz que lo represente podrá ser desarrollada de forma individual o en parejas.

Criterios de desempeño. El alumno será competente para analizar situaciones problemáticas a través de un modelo Gompertz que la represente cuando:

- Identifique la información en libros, artículos y de reportes de campo.
- Realice el acomodo y agrupación ordenada de cada uno de los elementos que la componen.
- Elabore el formato o tabla de toma de datos pertinente a la información obtenida.
- Obtenga el modelo en formatos gráfico y analítico.
- Analice una (s) práctica(s) social (es) de su profesión o vida cotidiana.

5. DESARROLLO

5.1. Situación problemática.

Los datos que se presentan en la tabla siguiente representan la talla media (cm) por edad (años) obtenida de lecturas directas de edad realizadas con ejemplares del stock de rape (lophius budegassa).

Edad (años)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Talla (cm)	9.2	16.5	22.9	28.8	34.7	38.6	44.4	49.0	52.3	56.0	60.8	63.4

¿Cómo queda la distribución gráfica de los datos?

ISSN: 2594-1046

El comportamiento de los datos, ¿corresponde a un modelo Gompertz? ¿Por qué?

Estima posibles valores de los parámetros que representan la situación problemática (P_0, k y r). Escribe el modelo que consideras representa la situación.

Explica las razones de tus valores y modelo propuestos

Abre GeoGebra, captura los datos de la situación problemática, introduce los parámetros y grafica tu modelo de estimación.

¿Se ajusta a la mayor parte de los datos?

Manipula los parámetros hasta encontrar el modelo que mejor ajusta a los datos.

Con el modelo obtenido, construye una tabla con valores reales de la situación problemática y los arrojados por el modelo obtenido.

Edad (años)	Talla real (cm)	Talla modelo (cm)
1		
2		
3		
4		

Con ayuda de los datos arrojados por tu modelo, responde:

¿Qué talla tiene el pez en 2 años? ______________________________

¿Qué diferencia existe con la del dato original? ____________________

¿Qué talla tiene el pez al cabo de 1 año? _________________________

¿Qué diferencia encuentras con la del dato original? ________________

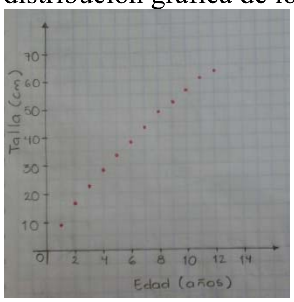
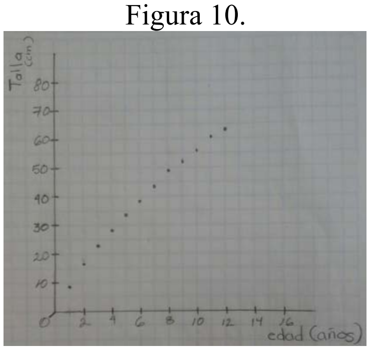
¿Cuál habrá sido la talla del pez al nacer? ________________________

¿Con relación a los datos originales es lógico que este valor haya sido la talla inicial del pez? ¿Por qué?

ISSN: 2594-1046

5.2. Aspectos metodológicos

Para la puesta en escena de la situación de aprendizaje, se consideró una sesión de dos horas con treinta minutos, con estudiantes e instalaciones del tercer semestre de ingeniería pesquera de la Universidad Autónoma de Nayarit, en la unidad de aprendizaje de modelación matemática.

Pregunta/Respuesta gráfica	Análisis
¿Cómo queda la distribución gráfica de los datos?  Figura 10.  Figura 11.	Al momento de graficar la situación problemática, los datos de la tabla, los resultados obtenidos fueron similares entre los 20 estudiantes, véase la figura 10 y la figura 11. No se presentó dificultad alguna para la construcción de la gráfica.
El comportamiento de los datos, ¿corresponde a un modelo Gompertz? ¿Por qué?	Para contestar este par de preguntas, primeramente, los alumnos identifican que se trata de un crecimiento limitado. Determinan que se trata de un crecimiento tipo Gompertz y la principal razón que plantean es que su punto de inflexión parece situarse en un tiempo muy tardío.

ISSN: 2594-1046

Estima posibles valores de los parámetros que representan la situación problemática.

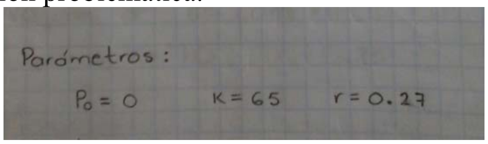


Figura 12.

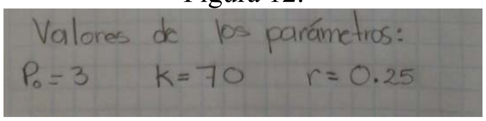


Figura 13.

Para esta pregunta, las respuestas de los estudiantes [ver figura 12 y figura 13] oscilaron en los valores siguientes:

Po = De 0 a 3.

K = De 65 a 75.

r = De 0.25 a 0.30

Escribe el modelo que consideras representa la situación.

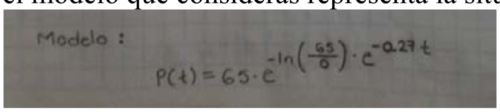


Figura 14.

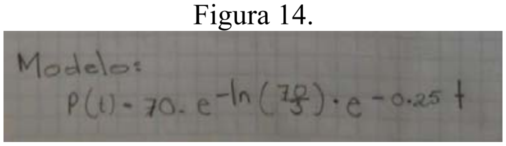


Figura 15.

Al plantear valores similares para los parámetros propició que los modelos sugeridos por los estudiantes también fueran similares.

Explica las razones de tus valores y modelo propuestos.

Abre GeoGebra, captura los datos de la situación problemática, introduce los parámetros y grafica tu modelo de estimación. ¿Se ajusta a la mayor parte de los datos?

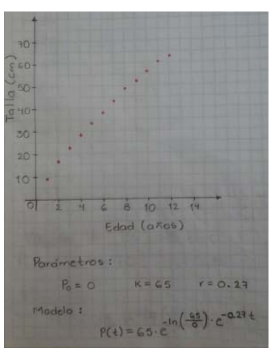


Figura 16.

Al momento de graficar los datos en el software GeoGebra, los estudiantes logran darse cuenta si la estimación de los valores de cada uno de los parámetros y por ende del modelo planteados por ellos mismos fueron o no los adecuados.

Discusión Rogelio [ver figura 16. y figura 17.]:

Monitor: “¿Se ajustó tu modelo al de los datos?”

Rogelio: “No.”

Monitor: “¿Qué te resultó?”

Rogelio: “Una línea recta sobre el eje “x”.”

Monitor: “¿Qué valores consideraste para cada parámetro?”

Rogelio: “$P_0 = 0$, k = 65, r = 0.27”

Monitor: “¿$P_0 = 0$?”

Rogelio: “Sí”

Monitor: “¿Por qué la consideraste como tal?”

Rogelio: “Pues por el gráfico, vi que para allá iba.”

Monitor: “¿Qué se está analizando en la situación?”

Rogelio: “El crecimiento de un pez.”

Monitor: “Al nacer un pez, ¿nace con cero

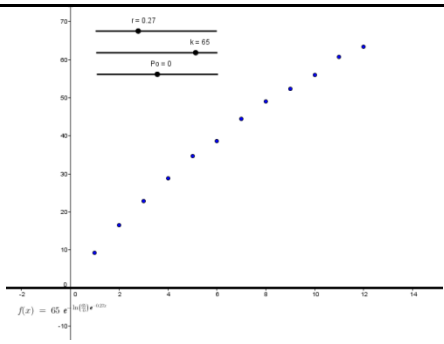


Figura 17.

centímetros?”
Rogelio: “No. Ah, ya entendí.”
Monitor: “¿Qué entendiste?”
Rogelio: “Pues “P_0” no puede ser cero. Debe ser mayor que cero.”

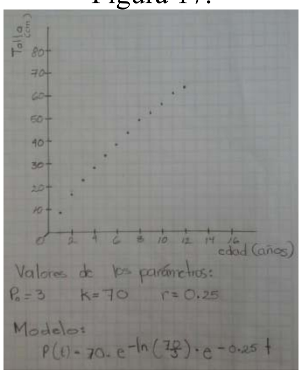


Figura 18.

Discusión Manuel [ver figura 18 y figura 19]:
Monitor: “¿Te resultó la función Gompertz?”
Manuel: “Sí.”
Monitor: “¿Se ajustó a los datos del problema?”
Manuel: “Más o menos.”
Monitor: “¿Qué valores consideraste para cada parámetro?”
Manuel: “$P_0 = 3$, k = 70, r = 0.25”

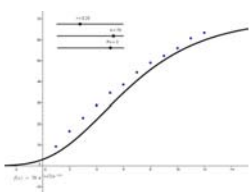


Figura 19.

Manipula los parámetros hasta encontrar el modelo que mejor ajusta a los datos.

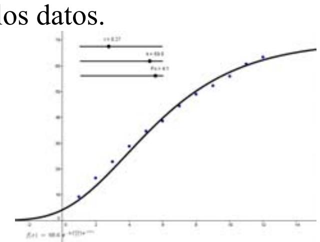


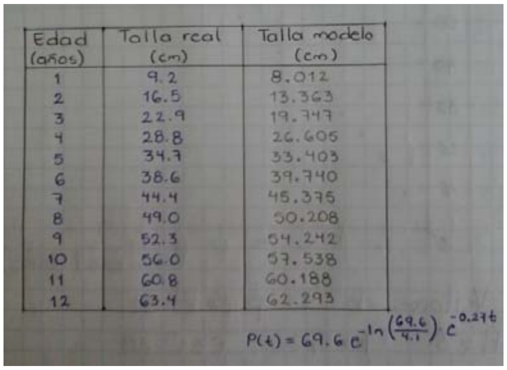
Figura 20.

Al variar los parámetros, los estudiantes determinaron que los valores que mejor ajustan los datos del problema son:
$P_0 = 4.1$
K = 69.6
r = 0.27
Lo que produjo el modelo de la figura 20.

$$f(t) = 69.6e^{-\ln\left(\frac{69.6}{4.1}\right)e^{-0.27t}}$$

Con el modelo obtenido, construye una tabla con valores reales de la situación problemática y los arrojados por el modelo obtenido.

El modelo encontrado por los estudiantes, numéricamente, no presenta diferencias de consideración, ver figura 21. Es decir, se asemejan mucho con los reales de la situación.



Edad (años)	Talla real (cm)	Talla modelo (cm)
1	9.2	8.012
2	16.5	13.363
3	22.9	19.747
4	28.8	26.605
5	34.7	33.403
6	38.6	39.740
7	44.4	45.375
8	49.0	50.208
9	52.3	54.242
10	56.0	57.538
11	60.8	60.188
12	63.4	62.293

$P(t) = 69.6\, e^{-\ln\left(\frac{69.6}{4.1}\right) \cdot e^{-0.27t}}$

Figura 21.

Discusión Martha.

Monitor: “Con base a los datos arrojados por el modelo obtenido, ¿qué talla tiene el pez en 2 años?”

Martha: “13.363 cm”

Monitor: “¿Qué diferencia encuentras con la del dato original?”

Martha: “En el dato original es más grande.”

Monitor: “¿Con cuánto?”

Martha: “Más de 3 cm.”

Monitor: “¿Qué talla presenta el pez al cabo de un año?”

Martha: “Es de 8.012 cm.”

Monitor: “¿Qué diferencia hay con la del dato original?”

Martha: “Otra vez es más grande la del dato original.”

Monitor: “¿Por cuánto?”

Martha: “Más de un centímetro.”

Monitor: “Si en dos medidas has visto que las tallas no son iguales, entonces, ¿por qué tomar este modelo como el indicado?”

Martha: “Porque en otros datos son más grandes las medidas arrojadas por el modelo que las originales. Además, las diferencias son pequeñas.”

Monitor: “Entonces, ¿no es necesario que un modelo se ajuste totalmente a todos los datos originales?”

Martha: “No, el modelo es una representación general, como si fuese un promedio. Además de que sirve para predecir.”

Monitor: “¿Predecir?”

Martha: “Sí, podemos estimar valores.”

Monitor: “O sea que, ¿se puede conocer cuál fue la talla inicial del pez?”

Martha: “Saber exactamente no, pero sí estimarla con sólo sustituir en el modelo obtenido.”

Monitor: “A ver, ¿cuál pudo ser su talla inicial?”

Martha: “De 4.1 cm.”

	Monitor: "Con relación a los datos originales, ¿es lógico que este valor haya sido la talla inicial del pez?" Martha: "Sí, porque en un año marca 9.2 cm." Monitor: "¿Y eso qué tiene que ver?" Martha: "Que es más pequeña que lo tuvo en un año. Si hubiera salido más grande que 9.2 cm entonces no sería lógico. Además, es la misma talla que obtuvimos con GeoGebra, P0 = 4.1 cm."

6. SUGERENCIAS PARA EL TRABAJO FUTURO

Con este trabajo se espera contribuir a entender los momentos de construcción que vive un estudiante al analizar y comprender situaciones de crecimiento a través de la modelación matemática en sus distintos marcos representacionales (verbal, numérico/tabular, gráfico y algebraico), sabiendo diferenciar y relacionar el conocimiento matemático con el científico y viceversa, haciendo uso de la tecnología. Esperamos que este trabajo sea el origen de un cambio en la metodología empleada por el ACBAP, que ya no consista en sólo buscar un modelo algebraico que mejor represente una situación, sino que ahora se tome en cuenta lo que se analiza, el contexto, el conocimiento científico y el matemático aplicado, de manera aislada y conjunta para una mejor resignificación de conceptos por parte del estudiante. Sin embargo, para encontrar el modelo algebraico que mejor se ajuste a los datos de la situación se requiere de mucho tiempo y paciencia si se hace a lápiz y papel. Por lo que, para erradicar esta circunstancia creemos conveniente la utilización de la tecnología para tal aspecto. Se plantea utilizar la tecnología como un medio y como una herramienta que contribuya en el proceso de modelación matemática. La tecnología como medio involucra utilizarla para analizar las características y función principal de los parámetros de un modelo bajo ciertas circunstancias. Mientras que, la tecnología como herramienta sirve de enlace entre una situación problemática y el modelo que mejor la represente, o viceversa.

ISSN: 2594-1046

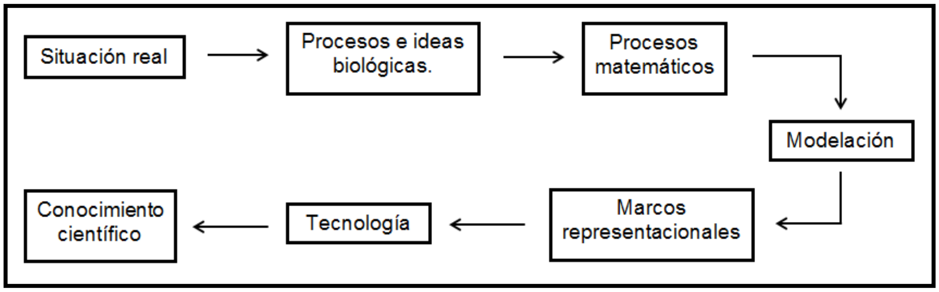


Figura 22. Proceso modelación matemática con tecnología.

Se espera así, que el profesor y/o estudiante se apropie de la metodología para la modelación matemática (figura 22) cuyo proceso consiste en que a partir de una situación real (apropiada a su entorno de estudio) representativa de procesos e ideas biológicas y analizada a través de procesos matemáticos tales como la modelación, en sus cuatro marcos representacionales, y con el apoyo de la tecnología logre construir o resignificar el conocimiento científico.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Odum, E. y Sarmiento, F. (1998). *Ecología. El puente entre ciencia y sociedad*. México: Editorial Mc Graw – Hill Interamericana.

Suárez, L. (2006). El uso de las gráficas en la modelación del cambio. Un estudio socioepistemológico. (Memoria predoctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Ulloa, J. y Rodríguez, J. (2013). La modelación matemática como puente entre el conocimiento científico y el matemático. *Revista Electrónica de Veterinaria, 14*(02).

Wallace, R., King, J. y Sanders, G. (1992). *Conducta y ecología. La ciencia de la vida*. México: Editorial Trillas.