

## LA ILUSIÓN DE LA LINEALIDAD EN PROBLEMAS DE ÁREA, VOLUMEN Y CON FALTA DE AUTENTICIDAD EN ALUMNOS DE SECUNDARIA

Roberto Sánchez Sánchez

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. rtgr1904@gmail.com*

José Antonio Juárez López

*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. jajul@fcfm.buap.mx*

### Resumen

El presente avance de investigación muestra una visión general de las tendencias de los alumnos al resolver problemas de área, volumen y falta de autenticidad en donde se hace presente la ilusión de la linealidad. Uno de los ejemplos más comunes de un comportamiento corrompido en la resolución de problemas matemáticos es la fuerte tendencia de los alumnos a aplicar métodos proporcionales a los problemas de valor faltante, incluso en problemas en los que es cuestionable o claramente inadecuado. En muchas ocasiones los alumnos resuelven problemas matemáticos ignorando su conocimiento realista o tienden a generalizar en problemas de área y volumen debido a la excesiva dependencia de la linealidad. Es importante el análisis de este tipo de razonamiento de los estudiantes pues ello puede tener implicaciones educativas futuras.

**Palabras clave:** ilusión de la linealidad, falta de autenticidad, problemas de valor faltante, área, volumen.

## 1. LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN Y SUS DIFICULTADES

### 1.1. Las matemáticas en la educación

Existen diversas cuestiones que interconectan a las matemáticas con los programas escolares para construir fundamentos en el aprendizaje de las matemáticas y desarrollar el razonamiento lógico-matemático.

En las reformas y programas de estudio de diversos países se considera que uno de los principales objetivos de la educación matemática es propiciar la capacidad de desarrollar y utilizar modelos para dar sentido a las diversas situaciones que rodean la vida diaria y de los sistemas complejos derivados de nuestra sociedad moderna (Blum, 2002; Consejo Nacional de profesores de Matemáticas [NCTM], 1989, 2000, citados en Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens y Verschaffel, 2005, p. 58).

Regularmente, la forma tradicional de la enseñanza de modelos matemáticos y la solución de problemas en la escuela primaria y secundaria es por medio del uso de problemas de aplicación,

es decir, problemas en los cuales la respuesta se puede encontrar mediante la realización de una o más operaciones aritméticas (+, -, x, :) con las cantidades del problema (Verschaffel, Greer y de Corte, 2000, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 58).

## 1.2. Dificultades en la resolución de problemas

Frecuentemente, en los libros de texto los estudiantes pueden encontrar señales muy superficiales, tales como palabras o frases clave, en la sección donde aparece el problema o el contexto del problema. Estas señales superficiales le permiten al alumno decidir qué operación se requiere para resolver el problema de manera exitosa (Van Dooren *et al.*, 2005).

Los alumnos codifican en su memoria las correlaciones entre las características superficiales y el método utilizado para la solución del problema y proceden a ejecutar dicho método en otros problemas debido a la detección de estas características superficiales (Ben-Zeev, 1998; Ben-Zeev y Estrella, 2001; Chi y Bassok, 1989; Schoenfeld, 1988, citados en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 58).

Con el paso del tiempo, los estudiantes comienzan a perder la capacidad para distinguir cuándo determinada operación aritmética es apropiada para solucionar un problema y cuándo no lo es. En otras palabras, resuelven los problemas mediante conductas estereotipadas (Van Dooren *et al.*, 2005).

Debido al "contrato didáctico" (Brousseau, 1997, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 62) los estudiantes saben que pueden resolver los problemas asumiendo que estos tienen una respuesta exacta, numérica y deben proporcionar esa respuesta. Existe una amplia evidencia empírica de la presencia de este contrato didáctico en la solución de problemas y por su impacto en la aparición de respuestas inapropiadas (Reusser y Stebler, 1997; Verschaffel, 2000, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 62).

## 2. PROPORCIONALIDAD Y SUS DIFICULTADES

Se han realizado amplias investigaciones en educación matemática sobre la enseñanza y aprendizaje del razonamiento proporcional y cómo puede ser mejorado este proceso. Se presta una particular atención a los problemas de tipo proporcional debido a su diversa utilidad en situaciones de la vida cotidiana y en muchos problemas de matemáticas.

## 2.1. Proporcionalidad en la educación

En la infancia, los niños se encuentran con las relaciones proporcionales en su forma más simple (Van den Brink y Streefland, 1979, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59) en situaciones como: “si un coche de juguete tiene cuatro ruedas entonces en dos coches de juguete hay ocho ruedas”. A partir de los primeros años de educación primaria los niños aprenden a multiplicar y dividir y aprenden a reconocer cuándo se deben de aplicar estas operaciones aritméticas de manera simple, es decir, de un solo paso, en problemas como: “1 kg de naranjas cuesta 5 pesos. ¿Cuánto costarán 3 kilogramos de naranja?”. Posteriormente, los estudiantes son introducidos en el razonamiento proporcional.

El concepto de proporcionalidad aparece como un "hilo conductor" de los problemas de proporcionalidad típica en la escuela primaria y secundaria en la idea de los modelos lineales, aproximaciones de cálculo y estadística en el nivel bachillerato y para la noción abstracta de mapas lineales entre espacios vectoriales en el nivel universitario (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 2002, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 60).

## 2.2. Problemas de valor faltante

A largo de la educación primaria y secundaria, la mayoría de las tareas de razonamiento proporcional que los estudiantes encuentran se formulan en un formato de valor faltante (Cramer & Post, 1993, citado en Van Dooren, De Bock, Evers y Verschaffel, 2009, p. 187), es decir, problemas de aplicación en el que se conocen tres números (dos formando una relación y el tercero es uno de los dos valores de otra relación), y el cuarto número tiene que ser encontrado (Kaput & West, 1994, citado en Van Dooren *et al.*, 2009, p. 187) o como Vergnaud (1983, 1988, citado en Van Dooren *et al.*, 2009, p. 187) los denominó "problemas de regla de tres".

Es por este tipo de ejercicios y soluciones que se espera que los estudiantes adquieran una comprensión de las relaciones multiplicativas que existen en situaciones de proporción, o como ha señalado Vergnaud (1983, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 60) una comprensión de la relación de multiplicación entre las cantidades en dos espacios de medida: las cantidades de dos espacios de medida se relacionan entre sí mediante la multiplicación. Por ejemplo: “5 naranjas pesan 1000 gramos ¿Cuál es el peso de 20 naranjas?” por lo que una naranja pesa 200 gramos, por lo tanto 20 naranjas pesarán 4000 gramos. La relación entre los espacios de medida se da entre número de naranjas y peso pues si se multiplican 200 gramos por la cantidad de naranjas, se obtiene el peso

correspondiente y también existe una relación multiplicativa entre los elementos dentro de cada espacio de medida pues si se triplica el número de naranjas, el peso se triplica.

### 2.3. Complicaciones de la proporcionalidad

Muchos estudios han puesto al descubierto las dificultades y los errores sistemáticos que se producen en los estudiantes cuando el concepto no está todavía completamente desarrollado (Behr, Harel, Post y Lesh, 1992; Kieren, 1988, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59).

Uno de los ejemplos más comunes de un comportamiento corrompido en la resolución de problemas es la tendencia de los alumnos a generalizar en exceso la aplicabilidad del modelo proporcional (De Bock, Van Dooren, Janssens y Verschaffel, 2002; Van Dooren *et al.*, 2009).

Incluso la historia ha proporcionado muchos casos de mala especificación del razonamiento proporcional, como la afirmación de Aristóteles de que si un objeto es 10 veces más pesado que otro objeto, llegará a la tierra 10 veces más rápido que otro objeto (Galilei, 1638/1954, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59).

## 3. LINEALIDAD

Freudenthal (1983, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59) advirtió que “La linealidad es una propiedad tan sugestiva de las relaciones que uno se rinde fácilmente a la seducción para hacer frente a cada relación numérica como si fuese lineal”.

A partir del contexto de esta cita, queda claro que Freudenthal utilizó el término lineal como sinónimo de proporcional, en referencia a las relaciones representadas gráficamente por una línea recta a través del origen (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel, 2004, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59).

El mal uso de la linealidad en situaciones no lineales (a veces referido como la "ilusión de la linealidad o de proporcionalidad") es un error “clásico”, probablemente uno de los más antiguos de la literatura del pensamiento matemático (De Bock *et al.*, 2002).

El concepto de linealidad (o proporcionalidad) es un concepto clave en las matemáticas y en la educación, desde la escuela primaria hasta la universidad (De Bock *et al.*, 2002). Como ya se ha mencionado, aparece en muchas formas: desde el uso de la "regla de tres" en la escuela primaria, la idea de los modelos lineales en el nivel secundaria, aproximaciones de cálculo y estadística en el nivel bachillerato, y para la abstracción en un vector en el espacio en los cursos universitarios

(Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 2002, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 60).

Sin embargo, el refuerzo de la linealidad que se trabaja en la matemática escolar, junto con su sencillez intrínseca, puede dar lugar a una tendencia en los estudiantes e incluso en adultos para ver y aplicar el modelo lineal "en todas partes" (De Bock *et al.*, 2002). Debido a su simplicidad, las funciones lineales aparecen inmediatamente en la mente del ser humano porque, sin duda, no hay funciones que sean más simples que las lineales (Rouche, 1989, citado en De Bock *et al.*, 2002, p. 311).

Un estudio realizado por Van Dooren *et al.* (2005) demostró que los estudiantes de secundaria distinguieron con mayor frecuencia las situaciones en las que la proporcionalidad es aplicable y cuando no lo era, pero incluso en el último grado, se realizaron un número considerable de errores proporcionales.

#### 4. AUTENTICIDAD DE PROBLEMAS

Verschaffel, De Corte y Lasure (1994, citado en Van Dooren *et al.*, 2009, p. 187) encontraron que más del 90% de los estudiantes de entre 10 y 12 años de edad respondió 170 segundos para el problema: “*El mejor tiempo de John para correr 100 metros es de 17 segundos. ¿Cuánto tiempo le llevará correr 1 kilómetro?*”. La situación del mundo real que evoca el problema permite una respuesta única y precisa, pero casi todos los estudiantes buscaron la operación matemática escondida en el planteamiento del problema en vez de concebir y abordar estos problemas como problemas legítimos en matemática realista (Nesher, 1996; Reusser y Stebler, 1997; Wyndhamn & Säljö, 1997, citado en Van Dooren *et al.*, 2009, p. 188).

La teoría propuesta por Torulf Palm marca aspectos importantes que deberían tener los problemas para ser considerados auténticos. Uno de estos aspectos se refiere al realismo de los datos y la información, pues para considerar auténticos a los problemas debe de haber un grado razonable de fidelidad, los números y valores indicados deben ser realistas o muy cercanos a los correspondientes (Verschaffel, Greer, Van Dooren y Mukhopadhyay, 2009).

De Bock *et al.* (2002) demostraron que, debido a la amplia atención que prestan los estudiantes de primaria y secundaria en matemáticas al razonamiento proporcional, tienden a confiar demasiado en métodos proporcionales en diversos dominios de las matemáticas tales como

la probabilidad (Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens y Verschaffel, 2003) y la geometría, la cual es motivo de investigación en el presente anteproyecto.

#### 4.1. Problemas de área y volumen

Los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas [NCTM] (1989, citado en Van Dooren *et al.*, 2005, p. 59) sugieren que “la mayoría de los estudiantes en los últimos grados de primaria y alumnos de secundaria creen que si los lados de una figura se duplican para producir una cifra similar, el área y el volumen también se duplicará”.

Una investigación realizada por De Bock, Van Dooren, Janssens y Verschaffel (2007) demostró lo anterior con el problema siguiente:

Bart es un pintor publicitario. En los últimos días, tuvo que pintar las decoraciones de navidad en varias ventanas de una tienda. Ayer hizo un dibujo de 56 cm de altura de un Santa Claus en la puerta de una panadería. Necesitó 6 ml de pintura. Ahora se le pide hacer una versión ampliada del mismo dibujo en una ventana de supermercado. Esta copia debe ser de 168 cm de alto. ¿Qué cantidad de pintura necesitará aproximadamente Bart para hacer esto?

La mayoría de los alumnos solo aplicó regla de tres, obteniendo como resultado que se necesitan 18 ml de pintura. Incluso, al responder a las preguntas sobre el efecto de la reducción a la mitad o duplicar los lados de una figura para producir una figura similar, futuros profesores o profesores en formación, afirman que el área y el volumen se reduce a la mitad o se duplica también (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, 1989; Outhred y Mitchelmore, 2000; Simon y Blume, 1994; Tierney *et al.*, 1990 citado en De Bock *et al.*, 2002, p. 313).

En general, hay una tendencia casi irresistible en los estudiantes en diferentes niveles educativos, a creer que si una figura se agranda  $k$  veces, el área y el volumen es ampliada  $k$  veces también (De Bock *et al.*, 2002).

Por ejemplo, al aplicarles el problema siguiente: "El granjero Carlos necesita aproximadamente 8 horas para abonar un terreno cuadrado de 200 m de lado ¿Cuántas horas necesitará para abonar un terreno cuadrado con 600 m de lado?" La mayoría de los estudiantes en estos estudios fracasó en los problemas no proporcionales a causa de su fuerte tendencia para aplicar el razonamiento proporcional "en todas partes". Incluso, muy pocos estudiantes hicieron el cambio al razonamiento correcto no proporcional cuando se les proporcionaban considerables apoyos tales como estímulos metacognitivos o dibujos (De Bock, *et al.*, 2002).

## 5. MODELO SITUACIONAL

Como ya se ha mencionado, en algunos casos los alumnos tienden a cambiar su razonamiento debido a los efectos de la ilusión de la linealidad. Este cambio se realiza gracias a la representación esquemática que realizan los alumnos en el momento en que resuelven el problema.

Se han realizado diversas investigaciones que intentan explicar las razones por las cuales los estudiantes tienen dificultades al elaborar representaciones esquemáticas de problemas, señalando que una inadecuada representación puede limitar las capacidades de los niños en la resolución de problemas (Diezmann, 2000b; Mejía, 2014, citado en Juárez, Mejía, González y Slisko, 2014).

En este sentido, hacer un dibujo o diagrama de la situación planteada en el problema puede resultar crucial para el que intenta resolver un problema verbal (Diezmann, 2000, citado en Juárez *et al.*, 2014). También se encontró que las representaciones esquemáticas fueron más positivas con respecto del éxito en la resolución de problemas matemáticos (van Garderen y Montague, 2003, citado en Juárez *et al.*, 2014).

## 6. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con base en los antecedentes, las problemáticas y tendencias de los estudiantes e incluso los adultos para aplicar modelos lineales "en todas partes" y caer en la seducción de la linealidad, se tienen las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las tendencias que presentan los alumnos de tercer grado de secundaria al resolver problemas de área, volumen y con falta de autenticidad en los que se hace presente la no linealidad?
- ¿Qué efecto tiene una intervención didáctica diseñada para disminuir la linealidad en problemas de área, volumen y con falta de autenticidad?

## 7. OBJETIVOS

Para el presente anteproyecto de tesis se han fijado los siguientes objetivos:

### 7.1 General:

Debido a que la mayoría de los estudiantes inciden en la ilusión de la linealidad entonces se tiene como objetivo aplicar una secuencia didáctica enfocada en la investigación-acción y determinar el efecto de dicha secuencia.

### 7.1. Específicos:

- Analizar las tendencias que presentan al resolver problemas de área, volumen y con falta de autenticidad en los que se hace presente la no linealidad.
- Examinar las manifestaciones esquemáticas de los alumnos cuando resuelven problemas de área, volumen y con falta de autenticidad en los que se hace presente la no linealidad.
- Observar el desarrollo de los alumnos durante la aplicación de la intervención didáctica para confrontar la linealidad en problemas de área, volumen y con falta de autenticidad para tratar de disminuirla.
- Analizar el efecto de la intervención didáctica para confrontar la linealidad en problemas de área, volumen y con falta de autenticidad para tratar de disminuirla.

## 8. JUSTIFICACIÓN

En la educación básica en México se proponen formalmente problemas de proporcionalidad a partir del cuarto grado. A partir de este grado y durante la formación académica se resuelven problemas sobre proporcionalidad, incluso se tienen textos que abordan este tema pero dirigido a profesores (Block, Mendoza y Ramírez, 2010). La mayoría de los problemas que se resuelven son de tipo valor faltante y se resuelven usualmente con lo que se conoce como “regla de tres”.

Desafortunadamente, en el país se abordan problemas “ideales” que se resuelven directamente de esta manera, debido a esto, poco a poco los alumnos van perdiendo la capacidad de discernir cuándo es posible aplicar este método para resolver los problemas.

Una rama de las matemáticas en las que usualmente se presenta este tipo de problemas es cuando se les pide a los alumnos determinar el área o volumen, pues ellos piensan que si aumentamos al doble o disminuimos a la mitad determinada longitud de una arista en determinado cuerpo geométrico entonces el área o volumen aumentará al doble o disminuirá a la mitad respectivamente, situación que no es cierta (De Bock et al., 2002). Debido a este tipo de pensamiento, los alumnos llevan este tipo de razonamiento hasta altos niveles educativos, lo cual representa un serio problema para el aprovechamiento del alumno.

Los alumnos están acostumbrados a obtener un resultado numérico cuando resuelven problemas matemáticos sin importar lo alejados de la realidad en que se encuentren. Lo anterior

representa un serio problema, pues lo que se pretende hoy en día en la educación en el país es que los problemas resueltos por los alumnos pertenezcan a algún contexto de la vida diaria.

## 9. MÉTODO

La investigación propuesta en el presente avance de investigación tiene una naturaleza cualitativa. Dicho estudio se realizará con 18 alumnos de tercer grado de secundaria de la escuela Unidades Básicas UPAEP de la Ciudad de Santa Ana Chiautempan, Tlaxcala. Se aplicará un cuestionario que consistirá en algunos problemas no lineales y relacionados con área, volumen y falta de autenticidad.

Posteriormente se aplicará una secuencia didáctica bajo el enfoque de la investigación-acción con el propósito de disminuir el fenómeno ya descrito en problemas de área, volumen y falta de autenticidad, además de dar seguimiento puntual a los alumnos. Por último, se aplicará un cuestionario final y se realizarán entrevistas para determinar si la intervención realizada tuvo un efecto favorable para la erradicación o disminución de la linealidad en los alumnos.

## 10. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Andonegui, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Cuaderno núm. 12 Geometría: conceptos y construcciones elementales. Caracas, Venezuela.
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*.
- Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. México: SM.
- Cabrera, L. (2009). *El pensamiento y lenguaje variacional en el desarrollo de competencias*. México: CINVESTAV, Tesis de Maestría .
- Cantoral, R. (2001). Sobre la construcción social del conocimiento matemático avanzado. En J. Domínguez, & M. Sierra, *Tendencias actuales de las matemáticas, su historia y su enseñanza* (págs. 97-110). Salamanca: Universidad de Salamanca.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2002). Improper Use of Linear Reasoning: An In-Depth Study of the Nature and the Irresistibility of Secondary School Students' Errors. *Educational Studies in Mathematics* , 50 (3), 311-334.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. New York: Springer.
- Flores, Á. (2007). Esquemas de Argumentación en Profesores de Matemáticas de Bachillerato. *Educación Matemática* , 63-98.
- Ford, J. (1986). Chaos: Solving the Unsolvable, Predicting the Unpredictable. En M. Barnsley, & S. Demko, *Chaotic Dynamics and Fractals*. Orlando Florida: Academic Press.

- Godino, J. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*.
- Goncalves, R. (2006). *Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en geometría*. *Revista de Ciencias de la Educación*.
- Hernández, J., Borjón, E., & Torres, M. (2015). La presencia de la Tecnología en la formación inicial de los profesores de matemáticas del nivel medio superior. *AMIUTEM*, (pág. 11). Zacatecas.
- IEESA. (2012). *¿De dónde vienen y a dónde van los Maestros mexicanos? La formación docente en México 1822-2012*. Obtenido de Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación: <http://www.snte.org.mx>
- Juárez, J. A., Mejía, A., González A. & Slisko, J. (2014). La construcción del modelo situacional de un problema matemático: El análisis basado en el Marco del Experimentador Inmerso. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 87, 81-99.
- Larios, V., & Díaz-Barriga, A. (2013). *Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro*. Querétaro: UAQ.
- Lyapunov, A. M. (1892). *The general problem of the stability of motion*. Kharkov: Kharkov Mathematica Society.
- Marambio, V. (2010). *Construcción del concepto de semejanza de triángulos desde el punto de vista de la teoría de APOE*. Tesis de Maestría no publicada. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
- Mathematics, N. C. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática. Traducción de Manuel Fernández Reyes. España*.
- May, R. (1976). Simple Mathematica Models with very complicated Dynamics. *Nature*, 459-467.
- Parks, P. C. (1992). A. M. Lyapunov's stability theory—100 years on\*. *IMA Journal of Mathematical Control & Informat*, 275-303.
- Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Relime*, 361-394.
- Rodríguez, S. (02 de Octubre de 2014). *Mephistofeles01*. Recuperado el 12 de Marzo de 2016, de <https://mephistofeles01.wordpress.com/author/mephistofeles01/>
- Rotaeche, R. (2008). *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria*. Tesis de Maestría no publicada. Cicata-IPN. México.
- SEP. (1999). *Planes de Estudio*. Recuperado el 18 de mayo de 2016, de Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación: <http://www.dgespe.sep.gob.mx/planes/les>
- SEP. (2011). *Planes de Estudios 2011*. México D.F.: SEP.
- SEP. (2011). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas*. México.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2003). The Illusion of Linearity: Expanding the Evidence towards Probabilistic Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 53 (2), 113-138.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M. & Verschaffel, L. (2009). Students' Overuse of Proportionality on Missing-Value Problems: How Numbers May Change Solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40 (2), 187-211.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2005). Not Everything Is Proportional: Effects of Age and Problem Type on Propensities for Overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23 (1), 57-86.

- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2008). The Linear Imperative: An Inventory and Conceptual Analysis of Students' Overuse of Linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (3), 311-342.
- Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (2009). *Words and Worls: Modelling Verbal Descriptions of Situations*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher.