

## DESARROLLO DOCENTE EN MATEMÁTICAS DESDE LO INDUCTIVO Y DEDUCTIVO DEL CONOCIMIENTO

Landy Sosa Moguel

*Universidad Autónoma de Guerrero. landy.sosa@gmail.com*

Ma. Guadalupe Cabañas Sánchez

*Universidad Autónoma de Guerrero. landy.sosa@gmail.com*

### Resumen

En este artículo se reportan los hallazgos que se han obtenido del estado del arte de una investigación en proceso inicial, la cual tiene como propósito establecer el tipo de variables que pudiera tener un programa de desarrollo profesional docente en matemáticas de secundaria basado en el carácter inductivo y deductivo del conocimiento. Por medio de una investigación documental, el estado del arte se orienta en dos vertientes: las tendencias conceptuales de investigación sobre el tema del desarrollo profesional de la docencia y el papel de lo inductivo-deductivo en la construcción de conocimiento matemático. En dicho estudio se reconoce la importancia de incorporar y analizar lo inductivo-deductivo como una forma de favorecer procesos de formación y desarrollo profesional docente en matemáticas.

**Palabras clave:** Inducción, deducción, desarrollo profesional docente, matemáticas.

### 1. INTRODUCCIÓN

En este escrito se exponen hallazgos obtenidos sobre el estado de arte de una investigación en proceso que tiene como propósito analizar y establecer el tipo de variables a considerar en un programa de desarrollo profesional docente en matemáticas de secundaria, con eje rector en el carácter inductivo y deductivo del conocimiento matemático, de modo que se favorezca un desarrollo profesional más certero y permanente.

El estudio de procesos de formación y desarrollo profesional docente, particularmente en matemáticas, ha ocupado la atención de Matemáticos Educativos nacionales e internacionales. Algunos han analizado y documentado la relación de dependencia entre el tipo de práctica educativa realizada por el profesorado con el tipo de concepciones, creencias y conocimiento que poseen (Pajares, 1992; Ponte, 1994; Agudelo-Valderrama, 2008), reportando que su conocimiento del contenido, las prescripciones institucionales de enseñanza, sus creencias y el modelo de formación que heredaron son factores que afectan sus decisiones pedagógicas e inciden en la práctica. Se muestra así la supremacía de lo que podría caracterizarse como un modelo idiosincrático de desarrollo docente profesional ante uno profesional-institucional.

Algunos otros han colocado como eje central de sus reflexiones y estudio, el tipo de conocimiento pedagógico y disciplinar que un profesor debiera poseer para desempeñar profesionalmente su labor (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Shulman, 2005; Ball, Thames y Phelps, 2008). También hay quienes además del conocimiento del profesor, plantean la importancia de favorecer con programas de formación docente la auto reflexión académica (Ponte y Chapman, 2006) o cuestiones de empoderamiento (Reyes y Cantoral, 2013).

Si bien la cantidad y diversidad de trabajos en el tema es considerable y en aumento, basta ver los trabajos editoriales realizados en el tema por Planchar, Garbin y Gómez (2005); Sánchez (2011) y Dolores, García, Hernández y Sosa (2014), visiblemente en su mayoría aún predomina un posicionamiento conservador respecto a la problemática que representa el analizar y plantear procesos de formación y desarrollo profesional docente en matemáticas que se vean traducidos en mejoras, no sólo del tipo de conocimiento en el profesorado, de su sistema de creencias y concepciones, de su capacidad para empoderarse o para la autorreflexión de su práctica, sino en la constitución y movilización de formas de pensamiento profesional docente que estén más relacionados con los procesos de construcción del conocimiento matemático, tanto en situación escolar como no escolar, tal es el caso del análisis del razonamiento – pensamiento inductivo en dichos procesos.

El planteamiento anterior tiene sentido si se considera que histórica y filosóficamente, la construcción de conocimiento científico matemático ha estado estrechamente ligada a procesos tanto cognoscitivos como socioculturales que en su mayoría iniciaron con razonamientos inductivos, con el estudio de casos particulares, de patrones locales y de la observación de regularidades que se racionalizaron para hacer una generalización o validar algún resultado (Poincaré, 1902; Shapiro, 2007). No obstante, hoy día se reconoce que en conjunto, deducción e inducción constituyen formas de pensar que preceden a la construcción del conocimiento científico, aspecto que ha pasado casi inadvertido en la literatura especializada sobre estudios de procesos de formación y desarrollo profesional docente en general, y de matemáticas en particular.

Respecto a la construcción de conocimiento y aprendizaje matemático en situación escolar, existe evidencia de que el pensamiento inductivo potencializa procesos transformativos asociados a la producción de conocimiento matemático (Jong & Njoo, 1992; citados en Wilhelm & Beishuizen, 2003) y de que el aprendizaje matemático se puede estructurar sobre una componente de procesos inductivos como la generación de hipótesis, el diseño de experimentos sistemáticos, resolución de

tareas concretas e interpretación de información para establecer inferencias o conclusiones (Wilhelm & Beishuizen, 2003; Castro, Cañadas & Molina, 2010).

En el lado de la relación entre formación docente y tipos de razonamiento se tienen los trabajos de Arslan, İlkörücü y Seden (2009), quienes establecen una relación entre las formas de razonamiento deductivo e inductivo movidos por profesores en pre-servicio y los aprendizajes generados, en comparación con estudiantes universitarios en formación matemática. De manera más particular, Soler-Álvarez y Manrique (2014) muestran una caracterización de las formas de razonamiento (abductivo, inductivo y deductivo) usadas por profesores de matemáticas en formación al resolver actividades sobre números racionales e irracionales.

De lado de las prácticas educativas y formas de pensamiento del docente en matemáticas, se ha reportado que las costumbres didácticas, el pensamiento y la práctica del docente, continúan adheridas a una forma de razonamiento deductivo, con énfasis en la exposición de reglas (Gavilán, García y Llinares, 2007; Maschieto, 2008), excluyéndose en alguna medida lo inductivo.

Siguiendo este orden, es factible decir que una de las problemáticas en el sistema escolar es el hecho de que las prácticas docentes permanecen adheridas a una lógica formal de validación de la matemática en tanto ciencia axiomática-deductiva, con discursos y tratamientos que inician con el establecimiento de resultados generales y se verifican con casos puntuales. Asimismo, que las propuestas de desarrollo profesional docente se organizan sobre la base de una matemática netamente deductiva y estructural, haciendo falta investigación que permita entender y explicar el papel de lo inductivo en procesos de formación y desarrollo profesional docente en matemáticas. Así como estudiar si estas dos lógicas, inductiva y deductiva, inherentes a los procesos de construcción de conocimiento y de desarrollo cognitivo en las personas, se complementan o contraponen en las prácticas docentes de matemáticas, sobre todo, en niveles de educación básica como la secundaria.

Por lo antes expuesto, la investigación en curso se dirige a aportar respuestas a los cuestionamientos siguientes: ¿En qué medida se relaciona lo inductivo con lo deductivo en el quehacer cotidiano del profesor de matemáticas, particularmente en el tema de ecuaciones? ¿Qué elementos inductivos y deductivos favorecen el desarrollo de experiencias de aprendizaje profesional docente más funcionales y duraderas al interior del aula?

Para el estado del arte de la investigación se indagó ¿Cuáles son las perspectivas de estudio y resultados de investigación en torno al desarrollo profesional docente en matemáticas, en las

últimas cuatro décadas? ¿Qué se reporta en la literatura acerca del papel de la inducción y deducción en relación con la construcción de conocimiento y docencia en matemáticas?

Metodológicamente, las categorías de análisis en la investigación documental para este estado del arte se encausan en dos vertientes: i) la tendencia conceptual sobre investigaciones en el tema de profesionalización y desarrollo profesional docente en matemáticas; y ii) en la lógica inducción – deducción como medio para construir conocimiento matemático.

## **2. TENDENCIAS INVESTIGATIVAS SOBRE LA PROFESIONALIZACIÓN DOCENTE**

Los estudios sobre procesos de formación, desarrollo y profesionalización docente en matemáticas han transitado por diversas aproximaciones teóricas. En un primer momento figuran las que sitúan el tema en relación con todo un sistema de creencias y concepciones de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las ciencias y matemáticas (Ponte, 1992; Thompson, 1992; Contreras, 1998).

Siguieron a las anteriores aquellas que asumían como cuestión fundamental, reconocer el tipo de conocimiento profesional necesario para que los docentes ejecutaran prácticas de enseñanza más efectivas; esto bajo la hipótesis de que existe un conocimiento “base” para la enseñanza, tal como el conocimiento sobre el contenido, sobre el currículo, de la didáctica general, entre otros y que de algún modo cualifican la actividad del docente (Shulman, 1986; Leinhardt y Greeno, 1986), pero sin que necesariamente se especificara el carácter de ese conocimiento y cómo conceptualizarlo, por lo que los programas de profesionalización fueron orientados al dominio matemático y habilidades pedagógicas (Santibañez, 2007; Barton & Sheryn, 2009).

Hoy día este tipo de aproximaciones sigue vigente en la propuesta conocida como Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT, por sus siglas en inglés), impulsada por Ball, Thames y Phelps (2008), en la que se establecen dominios de ese conocimiento agrupados en dos dimensiones: el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido, como se muestra en la Imagen 1. En este modelo se sustentan investigaciones que buscan caracterizar estos dominios de conocimiento por medio del análisis de las prácticas docentes y que, para la determinación de descriptores relativos al conocimiento del contenido, toman como referente formas deductivas-estructurales de la matemática curricular, como puede verse en Sosa y Carrillo (2010) en la comprensión del MKT sobre el tema de matrices.

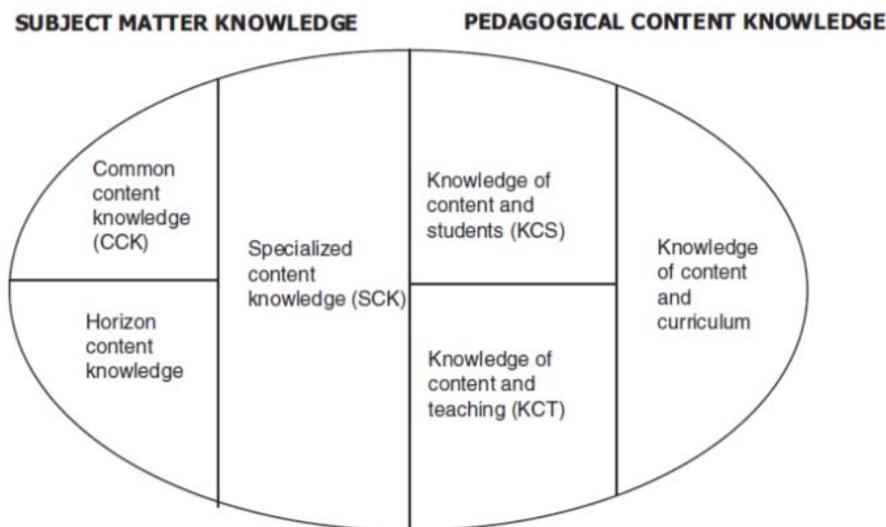


Imagen 1: Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Ball, *et al*, 2008, p. 403)

Posteriormente aparecieron aproximaciones que consideraban una relación dialéctica entre teoría y práctica, en la que aprender a enseñar viene como resultado de una “práctica reflexiva” (Barlett, 1990; Gore y Zeichner, 1991). Sin embargo, y hasta ese entonces la cuestión no podría ser atendida sólo desde las relaciones entre un sujeto cognoscente (profesor) y un objeto (conocimiento), ignorándose aspectos socioculturales asociados al profesorado y al conocimiento, tanto igual que al papel de los colectivos en los procesos de desarrollo personal y profesional.

De modo que algunas propuestas investigativas empezaron a considerar al docente y su actividad como un sistema complejo en el que su conocimiento de la matemática se ve afectado en lo global e individual por la interpretación colaborativa y la actividad de co-adaptación en el aprendizaje, tal es el caso del modelo Mathematics for Teaching (Davis & Simmt, 2003). Así se incorpora lo social a lo cognitivo para estudiar no cómo enseñan sino cómo aprenden matemáticas los profesores, dando mayor importancia al desarrollo de experiencias docentes en entornos colectivos y transformativos sobre la visión, estructura y uso de la matemática (Davis & Simmt, 2006). Sin embargo, el contexto sociocultural del docente y de sus saberes poco es considerado, incluso en propuestas con enfoque antropológico y sociocultural, en las que asume la idea de situar las experiencias de profesionalización docente en el contexto de comunidades de práctica (Núñez, Arévalo y Ávalos, 2012) o los estudios de clase (Lewis, Perry y Murata, 2006; Saito, Harun, Kuboki y Tachibana, 2006; Lee, 2008) que buscan conformar colectivos y culturas de aprendizaje entre pares para la teorización de la práctica y la construcción de conocimiento a través de acciones reflexivas permanentes y situadas.

Más recientemente, en México un grupo de investigadores han abordado el tema desde una mirada socioepistemológica en la que la noción de problematización del saber por parte del docente es una forma en la que éste pueda empoderarse de su actividad (Reyes y Cantoral, 2013) y otros que asumen al problema más allá de una problematización del saber y del papel de los contextos institucionales o sociales, situándolo en cuestiones relacionadas con procesos de reconceptualización del saber y el desarrollo de un pensamiento didáctico profesional en matemáticas (Aparicio, Sosa y Jarero, 2012; Sosa, Aparicio, Jarero, Tuyub, 2014).

Así, la problemática fundamental de la profesionalización docente en matemáticas exige ir más allá del estudio de las interrelaciones entre lo cognitivo y sociocultural, trastocándose apenas la naturaleza del saber matemático. Se requiere de conformar epistemologías de desarrollo profesional docente mucho más sistémicas con lo social, lo cognitivo y con los procesos de pensamiento inherentes a la construcción y reconstrucción de significados, que trascienda lo normativo institucional.

### 3. LO INDUCTIVO-DEDUCTIVO EN LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Bajo la perspectiva de la filosofía experimental, de la cognición (Heit y Rotello, 2010) y de la epistemología de la matemática, puede concluirse que inducción y deducción son procesos socio-cognitivos propios de la construcción de conocimiento matemático y científico, que las personas desarrollan para interpretar y establecer relaciones que les permitan describir, explicar o transformar su realidad con un sustento racional. En la filosofía experimental y de la ciencia empírica de Newton esto puede interpretarse en el desarrollo de la teoría de la gravitación y en su trabajo sobre óptica, donde “las proposiciones se *deducen* de los fenómenos y se hacen generales por *inducción*” (Shapiro, 2007, p. 113).

La historia de la matemática y las ciencias da cuenta de cómo la construcción de conocimiento matemático está socioculturalmente situada no sólo en prácticas deductivas, sino en inductivas empíricas, como medio para pasar de la observación de realidades concretas o individuales a lo general y abstracto. Por mencionar un ejemplo, la construcción y significación del concepto ecuación se halla en la conjugación de lo inductivo y deductivo para transitar conceptualmente de la ecuación como una relación de igualdad entre cantidades fijas (con incógnitas) a la ecuación como relación entre cantidades (variables) en situaciones de variación

continua; o bien, para pasar de la resolución de ecuaciones específicas con sustento en argumentos concretos y numéricos a su abstracción y generalización con ecuaciones más generales.

Por otra parte, el promover y desarrollar el razonamiento inductivo en los aprendices de matemáticas de nivel básico ha sido una demanda constante (NCTM, 1989). Por ejemplo, que los jóvenes reconozcan al razonamiento y la prueba como aspectos esenciales de las matemáticas, que hagan e investiguen conjeturas, desarrollen y evalúen argumentos y pruebas matemáticas, que seleccionen y usen varios tipos de razonamiento y métodos de pruebas (NCTM, 2000). Así, uno de los tres dominios matemáticos que se espera logren los estudiantes en dicho nivel educativo es el razonamiento, en tanto un pensamiento sistemático. En efecto, como parte constitutiva de ese pensamiento se considera que ellos desarrollen un razonamiento *inductivo* basado en el reconocimiento de patrones y regularidades para obtener la solución de problemas no rutinarios, la observación y establecimiento de conjeturas, y un razonamiento *deductivo* que se sustente en supuestos o reglas específicas para justificar resultados (TIMSS, 2011).

Curricularmente, se demandan escenarios escolares en los que el razonamiento inductivo esté relacionado con la exploración y la generalización de diferentes tipos de patrones y que sirva de base al conocimiento estructural en el aprendizaje matemático. Por su parte, lo deductivo ha de promoverse como un proceso de razonamiento que parta de un conjunto de premisas generales para llegar a una conclusión lógicamente válida, de modo que permita a los estudiantes obtener conclusiones que están implícitas en información dada (Christou & Papageorgiou, 2007).

Sin embargo, tales demandas han representado una doble problemática para la educación matemática, pues por una parte los estudiantes ven a la actividad de probar como algo difícil (Balacheff, 1991; Healy y Hoyles, 2000) y por otra, la formación del profesorado en matemáticas y los programas de desarrollo profesional suelen no tener profesores suficientemente preparados para satisfacer tal tipo de demandas (Ross, 1998).

El trabajo de Knuth (2002) muestra cómo los docentes de matemáticas en secundaria tienen problemas de concepción y de entendimiento sobre el papel que la prueba tiene en los aprendizajes de los estudiantes, pues no la miran como una herramienta para comunicar y estudiar matemáticas, mostrando así que los profesores mismos carecen de una lógica inductiva – deductiva de la actividad matemática. Otros trabajos, como los de Harman (1999) y Rips (2001), también se han ocupado del tema al analizar el tipo de mecanismos que usan las personas para resolver tareas inductivas y deductivas y sus posibles relaciones, así como los de Heit y Rotello (2010), quienes

estudiaron la relación entre ambos tipos de razonamiento en la validación de argumentos por distintas personas.

Harel & Sowder (1998) comentan que los programas de formación del profesorado sufren de una falta de atención a los tres componentes cruciales de conocimiento de los profesores: el contenido matemático, la epistemología y la pedagogía. Es factible decir que en cierta forma se soslaya el desarrollo de experiencias de aprendizaje matemático por parte del docente como parte de su desarrollo profesional, consecuentemente, los docentes carecerán de una adecuada articulación de aspectos deductivos e inductivos propios de la actividad matemática, por ejemplo, la dimensión estructural, conceptual y operativa de los conceptos matemáticos, pues como menciona Goizueta y Planas (2013), un problema en la enseñanza de las matemáticas es el ligado a la difícil distinción entre lo estructural, lo epistémico y lo comunicativo en la gestión y la evaluación de las prácticas argumentativas del alumnado por parte de los docentes.

#### 4. CONCLUSIONES

En resumen, las investigaciones sobre la profesionalización de la docencia en matemáticas han girado en torno a la dimensión disciplinar, pedagógica y curricular de los docentes, al tiempo que se ha discutido sobre la importancia de cuestionar la naturaleza de los saberes matemáticos y su dimensión institucional. De allí que en este trabajo de investigación se coincide con la postura de Sosa, Aparicio, Jarero y Tuyub (2014) respecto a que el desarrollo profesional docente es un proceso contextualizado y continuo ligado al desarrollo de experiencias de aprendizaje colectivas en donde lo matemático, en tanto de forma de pensamiento, se articula con la especificidad didáctica y los aspectos socioculturales que le subyacen.

Por otra parte, y como puede concluirse de los apartados anteriores, poco se ha estudiado sobre cómo tratar e incorporar la naturaleza inductiva – deductiva de los razonamientos asociados a la construcción de conocimiento matemático como una forma de favorecer procesos de formación y desarrollo profesional en los docentes de matemáticas en secundaria.

Por ende, asumimos que la problemática de formación y desarrollo profesional docente en matemáticas debe ser ampliada de modo que se considere como parte de las reflexiones, el papel que los procesos inductivos – deductivos tendrían como elementos epistémicos esenciales en el entendimiento y explicación de dicha problemática.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo-Valderrama, C. (2008). The power of Colombian mathematics teacher's conceptions of social/institutional factors of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 37-54.
- Aparicio, E., Sosa, L., & Jarero, M. (2012). Prácticas docentes en matemáticas de bachillerato. Un análisis desde la noción de acto deliberado. En L. Sosa, E. Aparicio y F. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XV Escuela de invierno en Matemática Educativa* (pp. 60-65). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C.
- Balacheff, N. (1991). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 175-194). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ball, D. L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, D.C.: American Educational Research Association.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Barton, B., & Sheryn, L. (2009). The Mathematical needs of secondary teachers: Data from three countries. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 40(1), 101-108.
- Contreras, L. (1998). Resolución de problemas: Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Huelva, España.
- Christou, C., & Papageorgiou, E. (2007). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction*, 17(1), 55-66.
- Davis, B., & Simmt, E. (2003). Understanding learning systems: Mathematics education and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137-167.
- Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293-319.
- Dolores, C., García, M., Hernández, J., & Sosa, L. (2014, eds.) *Matemática Educativa: la formación de profesores*. México: Díaz de Santos. ISBN: 978.84.9969.664.5.
- Gavilán, J., García, M., & Llinares, S. (2007). La modelación de la descomposición genética de una noción matemática. Explicando la práctica del profesor desde el punto de vista del aprendizaje potencial en los estudiantes. *Educación Matemática*, 19(2), 5-39.
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 155-170.
- Gore, J., & Zeichner, K. (1991). Action research and reflective teaching in pre-service teacher education: a case study from the usa. *Teaching and Teacher Education*, 7(2), 119-136.
- Harel G., & Sowder L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput, E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education III*, (pp. 234-283). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Harman, G. (1999). *Reasoning, meaning and mind*. Oxford: Oxford University Press.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428
- Heit, E., & Rotello, C. (2010). Relations Between Inductive Reasoning and Deductive Reasoning. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 36(3), 805-812. DOI: 10.1037/a0018784

- Knuth, E. (2002). Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405
- Lee, J. (2008). A Hong Kong case of lesson study—Benefits and concerns. *Teaching and Teacher Education*, 24, 1115–1124. DOI:10.1016/j.tate.2007.10.007.
- Leinhardt, G., & Greeno, J. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*, 78(2), 75-95.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3- 14.
- Maschietto, M. (2008). Graphic Calculators and Micro-Straightness: Analysis of a Didactic Engineering. *Internacional journal of computers for mathematical learning*, 13, 207-230.
- National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (Ed.). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*.
- National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Núñez, M., Arévalo, A., & Ávalos, B. (2012). Profesionalización docente: ¿Es posible un camino de convergencia para expertos y novatos? *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(2), 10-24. Consultado en <http://redie.uabc.mx/vol14no2/contenido-nunezetal.html>
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Planchar, E., Garbin, S., & Gómez, I. (2005). La formación del profesorado en educación matemática: cooperación entre Europa y América Latina. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 38, 45-69.
- Poincaré, H. (1902/1963). *Science and Hipótesis*. New York: Dover. (Traducción al castellano: A. B. Besio, y J. Banti, J.), La ciencia y la hipótesis. Madrid: Espasa-Calpe.
- Ponte, J. P. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge (plenary conference). In J. P. Ponte & J. F. Matos (Orgs.), *Proceedings of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. I, pp. 195-210), Lisbon, Portugal.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterddham: Sense.
- Reyes, D., & Cantoral, R. (2013). Socioepistemología y empoderamiento docente: acciones para un cambio educativo. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 360-382.
- Rips, L. J. (2001). Two kinds of reasoning. *Psychological Science*, 12, 129–134.
- Ross, K. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proof in school mathematics. *American Mathematical Monthly*, 3, 252-255.
- Saito, E., Harun, I., Kuboki, I., & Tachibana, H. (2006). Indonesian lesson study in practice: case study of Indonesian mathematics and science teacher education project. *Journal of In-service Education*, 32(2), 171-184.
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145.
- Santibañez, L. (2007). Entre dicho y hecho. Formación y actualización de maestros de secundaria en México. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 12(32), 305-335.
- Shulman, L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-30.

- Sosa, L., Aparicio, E., Jarero, M., & Tuyub, I. (2014). Matemática Educativa y Profesionalización Docente en Matemáticas. El caso de Yucatán. En C. Dolores, M. García, J. Hernández y L. Sosa (Eds.). *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 31 – 47), México: Díaz de Santos.
- Sosa, L., & Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida: SEIEM.
- Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127 – 146). New York: Macmillan.