

UN ACERCAMIENTO A LA MODELACIÓN PARA LA FORMACIÓN DE INGENIEROS Y EL USO DE CONOCIMIENTO TRIGONOMÉTRICO

Diana del Carmen Torres Corrales
CINVESTAV-IPN. México.diana.torres@cinvestav.mx

Gisela Montiel Espinosa
CINVESTAV-IPN. México.gmontiele@cinvestav.mx

Resumen

El presente escrito es un avance de investigación doctoral que se sitúa en el trabajo de laboratorio que realizan en la asignatura de Robótica los Ingenieros en Mecatrónica cuando hacen uso de la modelación y el conocimiento trigonométrico. En esta fase inicial se ha realizado un análisis documental sobre modelación (llamada también modelización) porque actualmente se cuenta con diversas perspectivas de ésta para estudiar fenómenos didácticos relativos a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática; algunas de las cuales, por su cercanía a la modelación matemática, son muy utilizadas para estudiar la matemática al servicio de la Ingeniería. El análisis documental, se ha considerado bajo ciertas categorías con el fin de perfilar una ruta para estudiar la modelación del Ingeniero en Mecatrónica: primero entender el estatus desde distintos enfoques de modelación, modelo y modelado; segundo identificar y analizar los esquemas o ciclos de modelación que se tienen, tercero conocer los tipos de escenarios que se generan en torno a la modelación y cuarto reconocer aquellos estudios situados en la Ingeniería.

Palabras clave: Modelación, Ingeniería, conocimiento trigonométrico.

1. INTRODUCCIÓN

La experiencia nos ha mostrado algunas dificultades que presentan los estudiantes para transitar de la Matemática a la Ingeniería, aplicando conocimientos de la primera a la segunda, lo cual ha permitido identificar distintas necesidades. Una de estas necesidades es la demanda de la propia Ingeniería: poner el conocimiento en uso, lo que requiere de contextos *reales* que permitan al estudiante dotarse de habilidades para la toma de decisiones en su futuro campo profesional.

Para Gravemeijer (2007) las dificultades que presentan los estudiantes pueden ser de distinta índole, por ejemplo, en términos de modelización matemática el estudiante requiere de cierto conocimiento de la situación de la realidad para poder modelarla y se podría pensar que cuando esto no se tiene, la modelización sería algo contraproducente para su aprendizaje. Sin embargo, el autor menciona que se cuenta con evidencia de que la modelización (vista desde la Teoría de la Instrucción de Dominio Específico para la Educación Matemática Realista, RME por sus siglas en

inglés) intenta reducir este problema, propiciando en el estudiante que desde su propia actividad matemática informal (conocimiento previo) realice la modelización matemática. Lo anterior, permitirá desarrollarse gradualmente en un modelo para el razonamiento matemático más formal, esto es: el conocimiento en la experiencia del propio estudiante. De esta forma, la modelización matemática pasa de ser una estrategia informal a una entidad propia, ya que adquiere significado y ésta se formaliza.

En la perspectiva de Ulloa (2013), no existe modelación sin experimentación, de modo que el punto de partida de la modelación es la experimentación. La experimentación implica interacción con algún fenómeno para obtener datos (numéricos, gráficos, icónicos o físicos), es decir, la modelación concibe matemáticas en relación con algún fenómeno. La experimentación permite generar una experiencia para dar paso a la evolución de la práctica, esto es, prácticas del uso de las matemáticas a prácticas escolares (o viceversa) que devienen en prácticas científicas. La deconstrucción de las prácticas permite tener una experiencia de modelación que da habilidades para resolver problemas de su profesión; por tanto, la modelación es una práctica que al ejercerse involucra otras prácticas para la construcción de herramientas matemáticas, es una red de prácticas y herramientas matemáticas para analizar y predecir el comportamiento de un fenómeno.

Bajo las perspectivas descritas anteriormente, se considera pertinente la modelación matemática en la formación de estudiantes de Ingeniería, porque ésta puede propiciar experiencias que les permitan generar habilidades y competencias con acercamiento a la realidad de su futuro campo profesional, y de esta forma tener la capacidad de poner el conocimiento en uso para resolver problemas de su profesión.

2. PLANTEAMIENTO INICIAL DE INVESTIGACIÓN

La modelación en Ingeniería es una práctica imprescindible que permite a los estudiantes formarse en competencias propias de su disciplina y de manera relevante contribuye a evitar los costos de probar un diseño, una solución a una situación problema, o una intervención de mejora, sin la necesidad de implementarlo en la realidad; sino primero crear un modelo, probarlo/simularlo y asegurarse que no incurra en desperdicios, costos y peligro para el usuario o el sistema. La modelación que se ha descrito está en términos de Ingeniería, que llamaremos *trabajo de laboratorio* para no confundirla con la modelación desde la perspectiva teórica de la Matemática Educativa.

La literatura en Matemática Educativa reporta investigaciones de diseño experimental sobre Trigonometría escolar, principalmente en nivel medio superior (Jácome, 2011; Beltrán, 2012; Scholz, 2014), donde su mayor uso está en la Matemática. El estudiante que ingresa a un programa de Ingeniería estudia Trigonometría en asignaturas de Matemática, como reporta Torres (2014), en un diseño experimental. Pero en Ingeniería aplicada ¿Cuáles son los contextos donde se modela conocimiento trigonométrico?, ¿Logra tener un estatus de práctica, la modelación, en el trabajo de laboratorio de ingenieros cuando hacen uso de conocimiento trigonométrico?

De las distintas poblaciones de ingenieros que utilizan conocimiento trigonométrico se ha elegido a la comunidad de Ingenieros en Mecatrónica por la presencia del uso de dicho conocimiento de manera recurrente en diversas asignaturas de su formación profesional, con el fin de observar sus procesos de significación de la Matemática a través del trabajo en laboratorio que realizan en la escuela, de forma que se reconozcan argumentaciones (qué significa, cuándo emerge y para qué se utiliza) y usos (prácticas) que dan de la Trigonometría. En particular, se sitúa el estudio en el trabajo de laboratorio que se realiza en la asignatura de Robótica, misma que constituye una integración de conocimientos de Matemáticas, Física y asignaturas propias de la Mecatrónica que, desde nuestra perspectiva, podría ser un escenario ideal para estudiar dichos conocimientos en uso.

En esta fase inicial de investigación se ha formulado como hipótesis que, desde *lo geométrico*, visto como una forma de pensamiento, se provoca el *uso de conocimiento trigonométrico* en la modelación que realiza el Ingeniero en Mecatrónica al resolver problemas propios de la Robótica.

3. MARCO TEÓRICO

En estos momentos de la investigación, se ha considerado a la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) como el marco teórico propicio, ya que aporta conceptos y relaciones para proporcionar explicaciones sobre la construcción social del conocimiento matemático a estudiar. La distinción entre actividad humana y actividad matemática desplaza la centración en los conceptos como la parte central de la construcción de conocimiento matemático hacia las prácticas que implican hacer de las matemáticas una herramienta para modelar.

4. MÉTODO

Al configurar el anteproyecto de investigación doctoral, se dio a la tarea de realizar una búsqueda bibliográfica sobre modelación. En la búsqueda se identificaron estudios sobre qué es, puesta en la educación matemática y en la profesión de la Ingeniería; la modelación como herramienta y práctica del ingeniero, también como actividad humana y construcción social; las ventajas y beneficios de la modelación; las investigaciones donde se ha aplicado a la Ingeniería, y finalmente, dificultades que se presentan al incorporarla al currículo del ingeniero.

Bajo esta indagación bibliográfica de inicio, se identificó que existen distintas formas de concebir a la modelación, la cual depende de la perspectiva teórica. También que ésta se encuentra definida de manera general como una forma de llevar a la escuela los contextos del mundo real. Y de manera más puntual, los estudios realizados sobre modelación, específicamente en Ingeniería, con el uso de conocimiento trigonométrico son escasos.

Como primera necesidad de este estudio, se vislumbra realizar un análisis documental sobre modelación, Mecatrónica, Robótica y currículo que se propone para situar y contextualizar el quehacer del ingeniero y su proceso formativo. Con base en ello, se propone un análisis de tipo etnográfico para el estudio del proceso formativo en dos momentos: el aula teórica y el laboratorio práctico; de forma que se reconozcan argumentaciones y usos (prácticas) de la Trigonometría. El presente avance atiende la búsqueda bibliográfica en la categoría de modelación (llamada también modelización) porque actualmente se cuenta con diversas perspectivas de ésta para estudiar fenómenos didácticos relativos a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática; algunas de las cuales por su cercanía a la modelación matemática, son muy utilizadas para estudiar la matemática al servicio de la Ingeniería.

Se realizó la búsqueda bibliográfica sobre modelación matemática, dando prioridad a documentos tales como: artículos científicos, libros especializados, capítulos de libro, extensos en memorias y tesis de posgrado. Para cada documento analizado, se enfatizó en identificar los siguientes elementos: objeto de estudio (problemática, interés), fundamento teórico (desde dónde lo estudia), método de recolección de datos y análisis de datos y finalmente su conclusión (revisando un recorrido por el estudio, aporte a la disciplina y nuevas preguntas). A continuación, se presenta una síntesis de la literatura asociada a modelación matemática que se ha considerado relevante hasta el momento.

5. STATUS DE MODELACIÓN, MODELO Y MODELADO

Un precursor de la modelización matemática es Henry Pollak, quien publica un estudio en 1969 sobre aplicaciones y modelos en educación matemática. Más tarde, en 1976, en la ICME-3 (International Congress on Mathematical Education), imparte una conferencia plenaria donde expone su postura, bajo la interrogante: ¿Cómo es una educación matemática completa?, es decir, ¿Qué es lo que deberían aprender los niños de las matemáticas?

Hay muchas disciplinas en las que se ha recurrido a la modelización, tales como la Física y la Química, además existen ramas de la Ingeniería y, más recientemente, algunas ramas de las ciencias sociales. Es un gran reto tomar las situaciones en su campo y tratar de entenderlas de forma cuantitativa y cualitativa, paso a paso, con el objetivo de explicar, predecir y pronosticar el futuro. La pregunta no es cuándo aparecieron o se comenzaron a construir los modelos, sino cuándo los educadores en matemáticas comenzaron a interesarse y a considerarlos importantes en la enseñanza de las matemáticas mismas. En el uso de las matemáticas se tiene que formular problemas de la realidad y dar solución a dichos problemas. De esta manera se da una ida y vuelta entre ambos escenarios, para entender la situación y las matemáticas mismas, a este proceso se le denomina modelización matemática (Pollak, 2007).

El uso de las matemáticas para resolver problemas del mundo real a menudo es llamado aplicación matemática, pero durante las últimas décadas se ha incorporado el tema de *aplicaciones y modelos*. La *modelización matemática* (ver Figura 1) significa llevar un problema del mundo real a un modelo matemático, y no sólo implica tomar un ejemplo de la realidad y presentarlo como un modelo, sino que representa un esquema donde intervienen dominios y actores (Blum, 2002).

El esquema anterior está constituido por dos partes. En primer lugar, una parte de antecedentes que perfilan un reto, es decir, un dilema o un problema que puede ser de una política, naturaleza práctica o intelectual, por sus siglas se llamará a esa parte *reto*. La segunda parte consiste en preguntas particulares que sirven con el fin de establecer claramente algunos aspectos cruciales del reto que merece que ser tratado en el *estudio*.

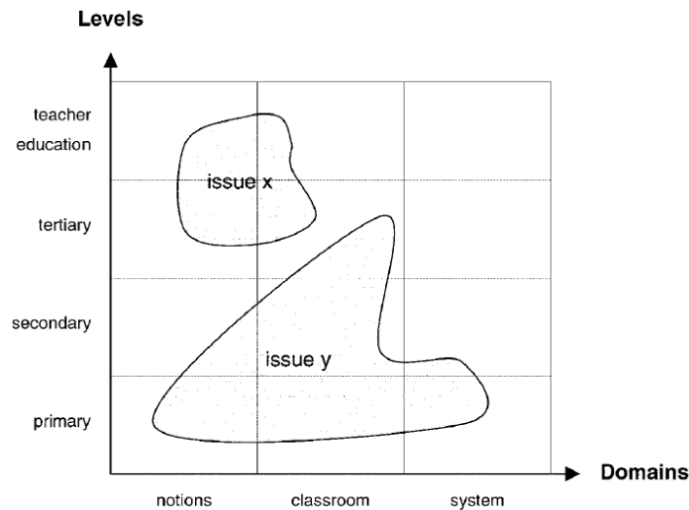


Figure 1. The 'reality' of applications and modelling.

Figura 1. La realidad de aplicaciones y modelización, p. 156

Para Niss, Blum y Galbraith (2007), un modelo es una aplicación matemática implícita o explícita, el cual consiste en un dominio extramatemático (D) donde intervienen objetos, relaciones, fenómenos, suposiciones, preguntas, etc., los cuales se trasladan a un dominio matemático (M) donde se manipulan, interpretan y concluyen (ver Figura 2).

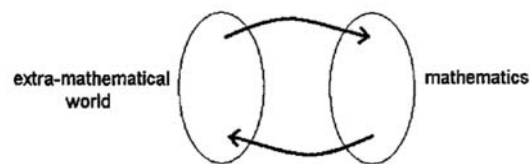


Figura 2. Matemáticas y el resto del mundo, p. 4.

Para los autores, la modelización matemática es un subproceso que conduce de una situación problema del mundo real a un modelo matemático, es decir, todo el proceso que consiste en estructuración, generación de hechos del mundo real y matematización de datos. También trabajar e interpretar matemáticamente y la validación (tal vez varias veces se repite el ciclo de modelización), por lo tanto, va en la dirección de *realidad- matemáticas*.

Arrieta (2003), Ulloa (2013) y Arrieta y Díaz (2015) caracterizan a la *modelación* como una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo *modelado*, a partir del otro, llamado *modelo*. Esta característica de diferentes prácticas de comunidades es lo que han llamado el acto de modelar. El acto de modelar es el acto de articular dos entidades con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra, dando lugar a una nueva entidad. Con la finalidad de

caracterizar a las prácticas de modelación que se inscribe en diferentes comunidades, es que elaboramos el ente teórico llamado el acto de modelar. Es así que las prácticas de modelación son discriminadas por el acto de modelar (ver Figura 3).}

El interés de estos autores, por el estudio de las prácticas de modelación de diversas comunidades, responde a su intención por construir diseños de aprendizaje basados en estas prácticas y con posibilidades de incorporarlas al aula de matemáticas. Sin embargo, reconocen que la transferencia de las prácticas de comunidades a la escuela no consiste en tomar lo que hacen los profesionistas y reproducirlo en el aula, en tanto no es posible reproducir las intencionalidades de las comunidades en el aula, ni ejercer la modelación con las mismas herramientas, ni justificar su actuar con los mismos argumentos. Parte incluso de reconocer que las entidades sobre las que intervienen los profesionistas en el ejercicio de sus prácticas son diferentes a las entidades sobre las que se interviene en la escuela. Lo que sí se *transporta* al aula es el acto de modelar, el cómo se han logrado construir los dipolos modélicos (Arrieta y Díaz, 2015).

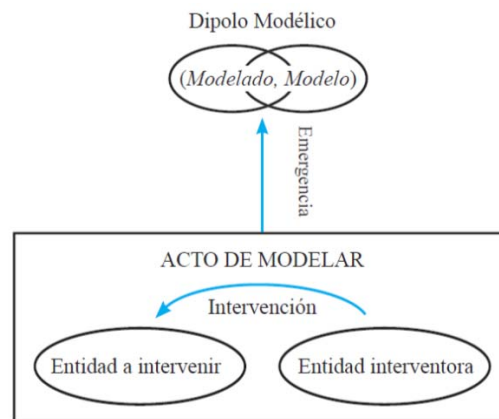


Figura 3. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico, p. 36.

6. ESQUEMAS O CICLOS DE MODELIZACIÓN/MODELACIÓN

Desde los inicios sobre sus estudios sobre modelización matemática, Pollak mencionaba el proceso que se realiza clasificándolo en tres etapas: primero se identifica algo en el mundo real que se desea entender, a lo cual lo enmarcamos en una pregunta. Segundo, se seleccionan los objetos particulares dentro de esa pregunta y se identifican las relaciones entre ellos, es decir, aquellos conceptos clave de la verdadera situación real. Tercero, se decide lo que conviene conservar e ignorar de los objetos y sus relaciones, porque no se puede tener todo en cuenta. El resultado de

esto es una versión ideal de la pregunta original, para con esto traducir a términos matemáticos y obtener un modelo.

Con el paso del tiempo diversas investigaciones, desde distintas posturas teóricas en educación matemática, han descrito esquemas o ciclos para la modelación o modelización (así llamada en la comunidad europea). Hasta el momento se han identificado 16 esquemas o ciclos (Alsina; Niss y Jensen; Blomhøj y Jensen; Confrey y Maloney; Doerr; Lesh y Yoon; Penrose; Blum, et. al (14 investigadores en total); Wake; Arrieta; Gómez; Rodríguez; Romo; Blum y Borromeo-Ferri; Ulloa; Arrieta y Díaz), que de manera general coinciden con la explicación de Pollak, agregando u omitiendo ciertas etapas, pero conservando la misma esencia.

El ciclo de modelización en el que estamos profundizando en esta etapa de revisión bibliográfica es el de Blum y Borromeo-Ferri (2009), el cual cuenta con experiencia de su utilidad en proyectos realizados en 2007 por el grupo de Blum y Leiß. Este ciclo es caracterizado por los autores como un proceso que se sigue para validar y evaluar el modelo en relación con el dominio D (descrito en la Figura 1), hasta que se logren conclusiones de manera satisfactoria, repitiéndose cuantas veces sea necesario. La validación y evaluación es crucial para la práctica en la Ingeniería, pues sus mismas áreas marcan normativas (nacionales e internacionales) a cumplir en el diseño de artefactos y maquinas. Esta cercanía a la práctica del estudiante de Ingeniería en el trabajo de laboratorio es lo que ha sido decisivo para analizar este ciclo de modelización (ver Figura 4) y los resultados de investigación asociadas a él.

Blum y Borromeo-Ferri (2009) mencionan que primero el problema tiene que ser comprendido por quien lo resolverá, esto es, debe construirse una *situación de modelización*. Entonces la situación debe ser simplificada, estructurada y precisada para hacer un modelo real de la situación. La matematización es *transformar* el modelo real en un modelo matemático (obtener un conjunto de ecuaciones). El trabajo matemático es calcular y resolver ecuaciones que proporcionen resultados matemáticos que deben interpretarse en el mundo real como resultados reales. La validación de estos resultados puede mostrar que es necesario repetir el ciclo una segunda vez para tomar en cuenta más factores que no hayan sido tomados en cuenta (tiempos, tráfico, contaminación, etc.) Finalmente, otro aspecto en la ruta de modelización es el camino que la persona que modela sigue acerca del ciclo.

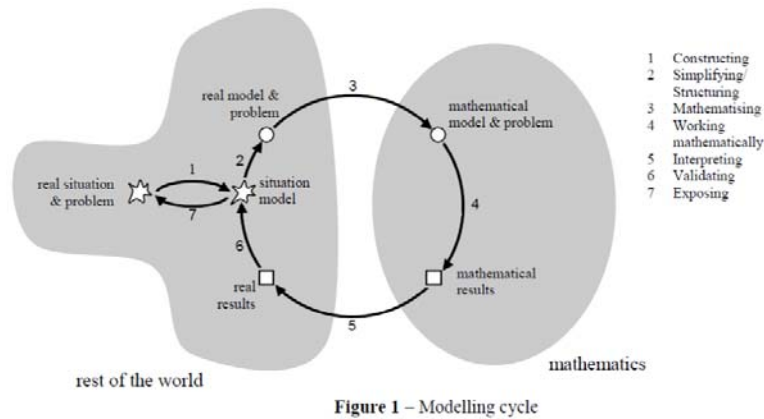


Figura 4. Ciclo de modelización, p. 46.

7. DISTINCIÓN DE ESCENARIOS EN LA MODELACIÓN

De los estudios analizados sobre modelación se ha identificado que prevalecen dos escenarios, uno inclinado a lo artificial y otro más a la realidad (en el sentido de Pollak). Por artificial se asume aquellos estudios de modelación donde se da un problema en papel, se pone en contexto a través de leer el enunciado e imaginarlo y se resuelve, sin construir o elaborar un modelo físico o digital. En cambio, la modelación apegada a la realidad, da el problema a modelar y éste se lleva a un modelo físico o digital (por ejemplo, simulación en computadora) donde se tiene contacto con la realidad modelada. Los escenarios en la modelación van de acuerdo al nivel educativo y a la intención que se pretende cubrir. Por ejemplo, en niveles básicos Pollak (2007) menciona que la modelización matemática pretende motivar a los estudiantes para que se interesen por la utilidad de las matemáticas para resolver problemas. En la Ingeniería, la experiencia nos ha marcado que la modelación se dan ambos escenarios, artificiales en asignaturas de teoría y apegados a la realidad cuando la asignatura tiene laboratorio (parte práctica).

Un ejemplo de escenarios artificiales es la investigación de Blum y Borromeo-Ferri (2009), donde los autores presentan cuatro ejemplos de modelización matemática: (1) zapatos gigantes, (2) llenado de combustible, (3) el faro y (4) camión de bomberos. En todos los ejemplos se da un contexto y se pide contestar una pregunta, dando lugar a una modelización apegada a la imaginación y plasmada en papel, para estudiantes de 15 años de edad. También otro ejemplo es el estudio realizado por Pochulu, Abrate y Alcoba (2014), quienes elaboraron un estudio con 186 estudiantes de los programas educativos de Ingeniería (Agronómica y en Alimentos) para un curso de ingreso, en el cual trabajaron con resolución de problemas y actividades de modelación,

centrados en tres ambientes de aprendizaje: Matemática pura, semirrealidad y situaciones de la vida real, todo centrado en argumentaciones por parte de los equipos de trabajo que fueron plasmados en papel.

Un ejemplo de escenario apegado a la realidad fue el estudio de Romo (2009), la autora lleva a cabo un análisis de la modelación desarrollada por estudiantes de Ingeniería que trabajaron en equipos durante dos años para diseñar un dispositivo innovador relacionado con la asignatura de Control Automático. Córdoba (2011) desarrolla un estudio en estudiantes de Ingeniería (ambiental, civil, financiera, de telecomunicaciones y electromecánica), que consistió en una actividad experimental en el laboratorio mediante sensores de temperatura y termómetros para estudiar la modelación en el fenómeno de enfriamiento con el uso de la ecuación diferencial de primer orden.

8. LA MODELACIÓN EN INGENIERÍA

Para ver la modelación en la Ingeniería es importante identificar desde cuándo se inicia su acción en ésta. Dillon (2012) menciona que en la segunda guerra mundial diversos ingenieros desarrollaron y utilizaron modelos para representar de manera conveniente ciertos comportamientos (comunicación, control y sistemas conmutados). Tales representaciones se convirtieron en una forma de hablar y pensar, propia de la comunidad de Ingeniería. Este proceso no fue de un paso, sino que se adaptó y compartió con el tiempo en una práctica. En contraste con la ciencia, la práctica de la Ingeniería se centra explícitamente en el diseño (el proceso de construcción de dispositivos, que puede ser cualquier cosa a partir de componentes simples a sistemas complejos y plantas, es decir, aquello que se controlará), que se comporta de manera específica.

La idea de prácticas en comunidad fue introducida por Etienne Wenger y Jean Lave en el contexto de las teorías sociales del aprendizaje y, posteriormente desarrollada por Wenger en 1998, ha ganado aceptación en el estudio de cómo aprenden los grupos de profesionales y cómo crear significado por sí mismos. Para Wenger las características clave de prácticas en comunidad es el dominio de conocimientos, una comunidad de profesionales que comparten y aprenden unos de otros, y una práctica que tiene “experiencias, historias y herramientas” en común. Esta noción de una comunidad que comparte la práctica y evoluciona es una manera de hablar de que la práctica se ajusta bien la Ingeniería (Dillon, 2012, p. 48).

Otros autores que nos hablan al respecto son: Layton (1976), “desde el punto de vista de la ciencia moderna, el diseño no es nada, pero desde la ingeniería, el diseño es todo. Representa la adaptación intencional de los medios para alcanzar un fin preconcebido, la esencia misma de la

ingeniería”. Para Ferguson (1992) “el pensamiento visual es necesario en la ingeniería. Una parte importante de esta información se registra y transmite en un lenguaje visual que es, en efecto, la lengua franca de los ingenieros en el mundo moderno”.

Dillon (2012) menciona que para los ingenieros la práctica compartida incluye una variedad de maneras de entender, visualizar y comunicar el comportamiento de los sistemas que están diseñando y construyendo, incluyendo tablas, diagramas, dibujos, gráficos, dibujos de ingeniería, modelos matemáticos y modelos a escala. Diferentes representaciones se utilizan para dar una idea de cómo funciona un sistema; para explicar el comportamiento y el rendimiento; para diseñar y predecir el comportamiento de los sistemas que aún no se han construido; en definitiva, para ayudar a contar una buena historia acerca de lo que está pasando. De esta forma los ingenieros acumulan conocimientos compartidos del sistema que están trabajando, a tal grado que los modelos y los sistemas del mundo real se confunden, porque el idioma de la Ingeniería evoluciona tanto de la teoría como de la experiencia, al grado que las características de los modelos se convierten en características de los sistemas reales que representan.

De lo anterior, es posible argumentar que la modelación matemática es necesaria en la formación de estudiantes de Ingeniería, porque puede potenciar habilidades y competencias muy cercanas a su realidad en el campo profesional. También ha permitido observar cómo los ingenieros a través del tiempo han adoptado la modelación como algo que les facilita y traduce los problemas complejos, haciendo las matemáticas más sencillas de verse y utilizarse.

9. CONCLUSIONES

La búsqueda bibliográfica analizada nos ha permitido identificar distintas posturas de modelización/modelación, modelo y modelado, y comprender qué se entiende bajo esas perspectivas. En particular para la investigación se vislumbra pertinente considerar las posturas del grupo de Blum (inspirado en los estudios de Pollak) y del grupo de Arrieta, porque ambas explican conceptos asociados a la modelación próxima a la Ingeniería, la primera en aspectos didácticos-cognitivos y la segunda en aspectos sociales, que pueden convenir a nuestra mirada sistémica sobre la construcción social de conocimiento matemático.

Aunado a lo anterior, se ha reconocido que el escenario a modelar es uno cercano a la realidad, porque los estudiantes de Ingeniería Mecatrónica realizarán prácticas de laboratorio en Robótica, de manera que tendrán la oportunidad de analizar y diseñar elementos de máquina y

robots. También se ha elegido el ciclo de modelación de Blum y Borromeo-Ferri como el apropiado para observar y entender la modelación en la población de ingenieros, en especial por la fase de validación presente en el ciclo y por permitir la repetición de éste cuantas veces sea necesario.

Por tanto, el análisis de la literatura sobre modelización/modelación ha permitido ver de manera explícita la necesidad de la modelación en la formación de ingenieros (Gravemeijer y Ulloa), en particular los estudios realizados en torno a la Ingeniería (del grupo de Dillon) y a partir de ello tomar una ruta para la modelación del presente estudio.

10. REEFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrieta, J. (2003). *La modelación como proceso de matematización en el aula*. (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.
- Arrieta, J., & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (18)1, 19-48.
- Beltrán, P. (2012). *El papel de la modelación en el desarrollo del pensamiento funcional trigonométrico en estudiantes del nivel medio superior*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modeling in Mathematics Education- Discussion Document, *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149-171.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Córdoba, F. (2011). *La modelación en Matemática Educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (Tesis de maestría no publicada). Instituto Politécnico Nacional, México.
- Dillon, C. (2012). Models: What Do Engineers See in Them? In Bissell, C. y Dillon, C. (Eds.) *Mathematical and Other Modelling in Engineering and Technology Ways of Thinking, Ways of Seeing*, 47-69. Berlín: Springer.
- Ferguson, E. (1992). *Engineering and the Mind's Eye*. Estados Unidos: MIT Press, Cambridge.
- Gravemeijer, K. (2007). Emergent modelling as a precursor to mathematical modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, 137-144. Estados Unidos: Springer.
- Jácome, G. (2011). Estudio Socioepistemológico a las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Un acercamiento a los significados construidos por el profesor. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.
- Layton, E. (1976). American ideologies of science and engineering. *Technology and Culture*, 17, 688-701.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, 1-32. Estados Unidos: Springer.

- Pochulu, M., Abrate, R., & Alcoba, M. (2014). Una experiencia con escenarios de investigación para la alfabetización matemática en carreras de ingeniería. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1297.
- Pollak, H. (2007). Mathematical modelling a conversation with Henry Pollak. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*, 109-120. Estados Unidos: Springer.
- Romo, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingenieurs*. (Tesis doctoral no publicada). Université Paris-Diderot - Paris VII, French.
- Scholz, O. (2014). *Construcción de significados para lo trigonométrico en el contexto geométrico del círculo*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, D.F., México.
- Torres, D. (2014). Un entorno geométrico para la resignificación de las razones trigonométricas en estudiantes de Ingeniería. (Tesis de maestría no publicada). Instituto Tecnológico de Sonora, México.
- Ulloa, J. (2013). Las prácticas de modelación y la construcción de lo exponencial en comunidades de profesionales: un estudio socioepistemológico. (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, Distrito Federal, México.