

SISTEMA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS: UNA RECTA Y UNA PARÁBOLA, COMO UN OBJETO MATEMÁTICO DESDE APOE

Rodrigo Lazcano , Patricia Vásquez

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Resumen: La propuesta consiste en realizar un análisis de como 3 estudiantes logran construir el concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (una recta (R) y una parábola (P)) y cuáles son los mecanismos mentales necesarios para lograrlo, a través del marco teórico APOE con el propósito generar una descomposición genética personal para cada informante. Todo esto por medio de los datos obtenidos en un estudio de clases y validados por medio de estudiantes que ya posean los conceptos previos para el objeto de estudio.

Sistema de ecuaciones cuadráticas, APOE, descomposición genética, estudio de clase

INTRODUCCIÓN

En la educación secundaria de Chile se aprecia que los contenidos de ecuación de la recta y ecuación de la parábola no se aúnan en un solo contenido, además el conocimiento actual en el aula se caracteriza por la resolución de ejercicios, donde el desarrollo de estos mantiene una preponderancia asociada al cálculo y al desarrollo de ciertos algoritmos que suponen una mecanización del conocimiento, dejando de lado habilidades como el análisis. De esta manera se generó una situación que aborda ambos contenidos generando así un sistema de ecuaciones, la que fue implementada por medio de estudios de clases. Estas implementaciones fueron realizadas por 4 profesores, en diferentes lugares y con distintos estudiantes de tercer y cuarto año de educación media.

De acuerdo a los resultados obtenidos surgió la inquietud: ¿Qué esquema mental realiza el estudiante para lograr comprender el concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (R y P)? ¿Cómo interiorizan el concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (R y P), como un objeto o como un proceso?, estas preguntas podrían ser posibles candidatas a preguntas de investigación, es decir, la investigación tendería hacia un enfoque mayormente de corte cognitivo, específicamente por medio del marco teórico APOE (*Acción, Proceso, Objeto y Esquema*) (Arnon, Cottril, Dubinsky, Okaç, Roa., Trigueros y Weller, 2014)

Durante la implementación se logra identificar que los estudiantes presentan dificultades al resolver el sistema de ecuaciones cuadráticas, ya que este no se encuentra presente dentro de los contenidos mínimos obligatorios establecidos por el ministerio de educación, no obstante, luego de algunas devoluciones gran parte de los estudiantes lograron obtener e interpretar los resultados correspondiente al sistema de ecuación implícito. Algo interesante que destacar es que los estudiantes lograron resolver el sistema de ecuación en diferentes registros de representación semiótica (Duvall, 1988).

Para finalizar se debe tener en cuenta que este concepto (sistema de ecuación) es la base para poder avanzar hacia la comprensión del algebra lineal y los espacios vectoriales, por lo cual se hace indispensable que los estudiantes logren superar estas dificultades con el propósito de llegar a un aprendizaje que les permita desenvolverse de manera óptima frente a estos nuevos conocimientos.

MARCO TEÓRICO

APOE (*Acción, Proceso, Objeto y Esquema*) (Dubinsky, E. y D. McDonald, 2001) es una teoría constructivista basada en los estudios desarrollados por Piaget sobre el mecanismo de la abstracción reflexiva; este mecanismo permite describir la construcción de objetos mentales. En tanto la abstracción reflexiva visible a través de la teoría por medio de los mecanismos de: interiorización, generalización, coordinación, encapsulación y reversión. En la Figura 1 se muestran algunas construcciones y mecanismos mentales.

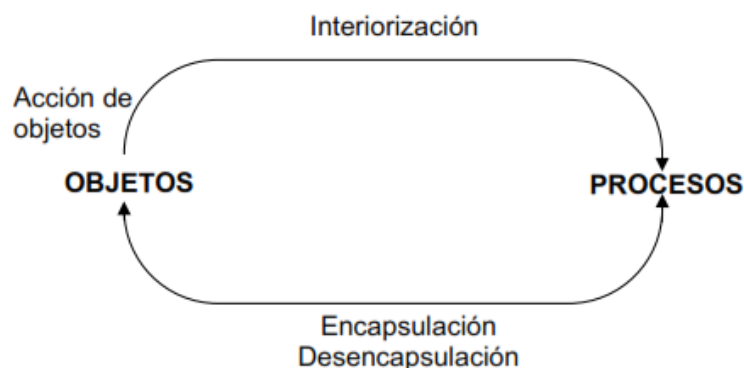


Figura 1: Esquema de teoría APOE (Asiala et al., 1996)

Una *acción* es una construcción que realiza un individuo, en la cual sigue una serie de indicaciones con el propósito de realizar transformaciones sobre objeto matemático, obedeciendo a estímulos que son y se perciben como externos.

Un *proceso* es una construcción en la cual se interioriza la *acción* que se realiza del objeto matemático, ahora bien, esta transformación se realiza enteramente en la mente, sin necesariamente recorrer todos los pasos específicos.

Un *objeto* es una construcción mental en donde se piensa en un *proceso* como un todo, en el cual se realizan y construyen transformaciones sobre su totalidad. A todo lo anterior se le llama encapsular el *proceso* en una concepción *objeto* del objeto matemático.

Un *esquema* de aquel trozo es una colección de *acciones*, *procesos*, *objetos* y otros *esquemas* que están relacionados consciente o inconscientemente en la mente del individuo en una estructura cognitiva coherente.

METODOLOGÍA

Ciclo de investigación en APOE

La teoría APOE nos brinda un ciclo de investigación, que se visualiza en la *Figura 2*, el cual consiste en tres componentes a considerar en el proceso de investigación: (i) análisis teórico, (ii) diseño e implementación de enseñanza, y (iii) observación, análisis y verificación de datos.

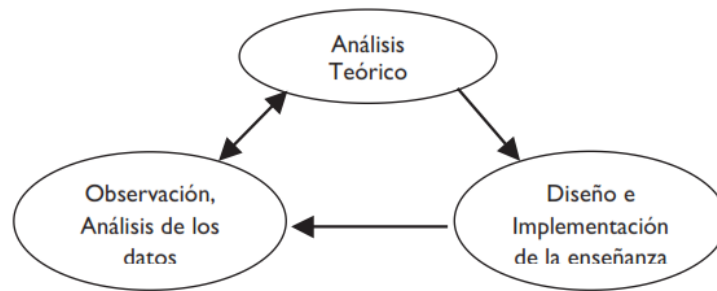


Figura 2: Ciclo de investigación (Asiala, et al., 1996)

El principal objetivo del Análisis teórico es diseñar una Descomposición Genética como hipótesis, la cual permitirá por medio de la descripción de las construcciones mentales del concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (R y P).

De acuerdo a los datos recopilados, aún está en proceso la generación de la Descomposición Genética del concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (R y P), ya que la investigación aún está en proceso y es justamente en esta parte donde se encuentra momentáneamente.

Se pretende realizar la DG y luego con ello un cuestionario que aborde cada uno de los componentes de esta con el propósito de ir validándolos uno a uno.

RESULTADOS

Los resultados que se esperan encontrar debiesen estar en concordancia con la descomposición genética que se plantea como hipótesis con el propósito de validar dicha descomposición, o en su defecto generar una versión mejorada de esta. Aunque también podría existir el caso en que la descomposición genética no esté acorde con el concepto en su totalidad o bien en su orden, para lo cual será necesario generar una versión mejorada de la DG.

CONCLUSIONES

El concepto de sistema de ecuaciones cuadráticas (R y P) aún no ha sido abordado desde la teoría APOE, es por esto que se pretende llegar a una conclusión que permita a otros investigadores avanzar en su comprensión o bien aumentar el conocimiento que se tiene sobre este y otros objetos matemáticos asociados a él.

El propósito principal es detectar las dificultades que están asociadas a la comprensión del concepto de sistema de ecuación por medio de la descomposición genética, la cual será validada por medio de una investigación empírica la DG con el propósito de ofrecer sugerencias didácticas con respecto a la enseñanza del concepto de sistema de ecuación.

Referencias

- Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). *APOS Theory. A framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York: Springer.
- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D. & Thomas, K. (1996). A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education II* (Vol. 6, pp.1 - 32). Rhode Island, U.S.A.: American Mathematical Society.

- Dubinsky E. y D. McDonald, (2001). “apos: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research”, en *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An icmi Study*, Dordrecht Kluwer Academic Publishers, pp. 273-280.
- Duval, R. (1988). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigación en Matemática Educativa II* (pp. 173–201). Cd. de México, México: Grupo Editorial Iberoamérica.