

LA JUSTIFICACIÓN DE LO INFINITO EN LA ENSEÑANZA ESCOLAR: UN ESTUDIO DESDE LAS VOCES DOCENTES Y LOS LIBROS DE TEXTO

Valentina Pavez Hlousek, Roberto Vidal Cortés

Universidad Alberto Hurtado

Resumen: Esta comunicación tiene por objeto exponer la tesis de Magíster en Didáctica de la Matemática, la cual consiste en el estudio de las justificaciones que dan profesores y libros de textos acerca de lo infinito de algunos objetos matemáticos del currículo escolar, presentes entre los niveles de octavo básico y segundo de enseñanza media. Para tal efecto, este estudio se compone de tres etapas: la aplicación y análisis de un cuestionario para profesores en activo, la revisión de textos escolares, y al análisis comparativo entre ambas fuentes de enseñanza. El marco referencial que enmarca esta investigación, corresponde a una adaptación de los Esquemas de Prueba propuestos por Harel y Sowder (1998). Aquí se analizan y caracterizan las justificaciones de lo infinito de profesores y libros de texto, para posteriormente establecer relaciones entre ambos. Por último, se exponen las conclusiones de la investigación y las proyecciones e impacto esperado.

Infinito, justificación, profesor de matemática, libros de texto

INTRODUCCIÓN

En los programas de estudio oficiales, se evidencia la presencia de objetos matemáticos que tienen relación con lo infinito, entre los cuales podemos mencionar por ejemplo, los desarrollos decimales periódicos y semiperiódicos, las notaciones de números irracionales, como el del número π , la densidad y continuidad de los números reales, entre otros. Esto avala la necesidad de investigar qué tipo de justificaciones están presentes en la enseñanza, es decir tanto argumentos del profesor como lo provisto en libros de textos, pues la noción de infinito es transversal a diversos contenidos presentes en el currículo escolar chileno.

Investigaciones relacionadas con la noción de infinito en el aula escolar, constatan la importancia de una adecuada comprensión de este objeto (Crespo, 2006). Por un lado, revelan que los procesos infinitos suelen tratarse en el aula apelando a la intuición (Crespo, 2006), lo que conlleva a que en el alumno emerja un sentimiento de desesperación y de un horror al infinito (Ortiz, 1994), y por otro lado, reportan obstáculos didácticos y epistemológicos, resultando que la enseñanza de este concepto sea un desafío para los docentes. (Crespo, 2006)

El infinito en el aula de matemática. De los objetos matemáticos presentes en el currículo nacional, que se encuentran vinculados con la noción de infinito, existen varios investigadores que mencionan la importancia del discurso matemático escolar referidos a la enseñanza de éstos.

Por ejemplo, acerca de la comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemática, Crespo (2009) detecta una marcada tendencia a considerar un infinito potencial, ya que surge en el alumno la necesidad de mostrar los resultados mediante su

expresión decimal, lo que genera obstáculos epistemológicos en el aprendizaje de los números irracionales.

Por otro lado, al tratar los periodos de los números racionales, Pochulu (2007) declara una dificultad común en alumnos de nivel medio, cuando se ven enfrentados a la tarea de identificar un patrón en el desarrollo decimal de un número, ya que cuando no lo encuentran con facilidad, asumen que se trata de un número irracional. Por último, Salat (2011) analiza la igualdad $0,99999\dots = 1$, señalando que aunque matemáticamente es posible probar que dicha equivalencia es válida, nuestra intuición se opone a aceptarla como verdadera.

El problema. A raíz de los antecedentes expuestos, se evidencia la presencia de dificultades en la comprensión de lo infinito que subyace a ciertas temáticas presentes en el aula de matemática. Actualmente se observa, que la noción de infinito en la enseñanza suele trabajarse desde una idea que se quedó en la antigua Grecia, donde predomina una perspectiva potencial e intuitiva. Desde este escenario, surge la necesidad de analizar las justificaciones referidas a lo infinito presentes en la enseñanza escolar.

De lo anterior, emergen entonces las preguntas de investigación que orientan a los objetivos del estudio: ¿Se dan y en tal caso hasta qué punto son comprensibles las justificaciones de profesores o de libros de texto? ¿Qué tipo de justificaciones dan los profesores acerca de lo infinito? ¿Son las mismas que entregan los libros de textos? ¿Existen diferencias en las justificaciones referidas a lo infinito entre algunos objetos matemáticos y otros? ¿Incidencia la experiencia docente en el tipo de justificaciones que se dan? A partir de estas sub-preguntas de investigación, surge una pregunta de investigación general: ¿Cuáles son las justificaciones de lo infinito presente en la matemática escolar? Así, como objetivo general del estudio se propone: Analizar y caracterizar las justificaciones de lo infinito en algunos objetos matemáticos presentes en la enseñanza escolar.

MARCO REFERENCIAL Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Para abordar este problema, se utiliza como marco de referencia una adaptación de Los Esquemas de Prueba propuestos por Harley y Sowder (1998), categorizando las justificaciones observadas tanto en profesores como en libros de texto, referidas a lo infinito.

Las justificaciones expresadas por profesores, fueron categorizadas según la siguiente tipificación: Justificación intuitiva, Justificación algorítmica, Justificación inductiva, Justificación analítica, Justificación algebraica, Justificación por aproximación, Justificación por definición, Confusión conceptual, Sin justificación, No sabe, o No responde. Cada uno de estos tipos de justificación, responden a la especificidad del objeto matemático en cuestión, donde para ciertas preguntas del cuestionario se observaron tipos de justificación, que en otras no fue posible observar debido a la particularidad de la temática estudiada.

Por otro lado, las justificaciones observadas en los libros de texto, se categorizaron utilizando la tipología de argumentación observada en profesores, con excepción de una categoría, que fue necesario agregar, la cual se denominó “Justificación Geométrica”. Cabe señalar, que las categorías “No sabe” o “No responde” no fue posible observar en los manuales escolares.

La investigación se llevó a cabo mediante un enfoque cualitativo exploratorio, conformado por dos estudios de caso: la voz de los profesores y lo propiciado por los libros de textos de matemáticas. La muestra de profesores que participa del estudio, se compone de veinte docentes en ejercicio, mientras que la muestra de los libros de texto analizados, se constituye de trece libros seleccionados de manera intencional y por conveniencia.

En el estudio de casos centrado en las justificaciones de profesores, se aplica y analiza un cuestionario, validado previamente por juicio de expertos, que consta de dos partes. La primera recopila datos relativos a su experiencia docente: año que obtuvo el título de profesor de matemáticas, años de ejercicio, niveles escolares donde realiza clases y dependencia económica del establecimiento donde trabaja. La segunda parte recoge información acerca de su perspectiva en torno a situaciones de aula en matemática, para objetos matemáticos que aluden a lo infinito. Al respecto, se selecciona una lista de contenidos del currículo oficial para éstas últimas preguntas: desarrollo decimal periódico, medida irracional para un segmento, división en cero, cifras decimales del número π , amplitud de intervalos reales, y concepto de función representado en diagrama sagital.

El segundo estudio de casos corresponde al análisis de libros de textos. Cabe señalar, que las categorías de justificaciones observadas en las respuestas de profesores, generan una matriz de análisis que posteriormente se utiliza para tipificar y caracterizar las justificaciones referidas a lo infinito, de los mismos objetos matemáticos ya señalados, para los textos de estudio.

Ambos análisis de estudios de caso, permiten levantar conclusiones en cuanto a similitudes o diferencias, entre las justificaciones de los profesores y las que se encuentran presentes en los manuales escolares.

Justificaciones de profesores. De las categorías observadas en las respuestas de profesores, se puede señalar que, el tipo de justificación que predomina por sobre el resto, es la justificación intuitiva, siendo observada a lo menos en una oportunidad en alguna de las últimas seis preguntas del cuestionario. Además, en cuatro de las seis temáticas estudiadas, la justificación por intuición conduce a contradicciones entre los discursos de profesores. Para el desarrollo decimal periódico, la posibilidad de existencia de un segmento de medida irracional, en la infinitud de las cifras decimales del número π y en el cálculo de la amplitud de un intervalo real, este tipo de justificación conlleva a oponer las respuestas entregadas por los docentes.

Por otro lado, la justificación algorítmica, es observada sólo para dos de los temas estudiados: notación decimal infinita periódica y para el cálculo de la amplitud de un intervalo. Cabe señalar, que se justifique algorítmicamente un concepto o un proceso que guarda relación con lo infinito, es casi similar a decir que no hay justificación con respecto al objeto de estudio: lo infinito. No obstante, apoyarse en este tipo de justificación, si bien es mecánica y sigue “recetas” en matemáticas, no conlleva a contradicciones como sí ocurre cuando se justifica desde la intuición.

Se constata que la enseñanza de objetos matemáticos relacionados con el objeto de estudio, responde a creencias que el profesor se forma con respecto al infinito. Esto se sustenta en

que, en general el docente, ante posibles interrogantes de sus alumnos, por un lado, acude a recursos intuitivos para justificar ciertas temáticas, o simplemente opta por evadir los cuestionamientos.

Justificaciones en libros de texto. Para el análisis de justificaciones de los libros de texto, la categoría denominada “sin justificación” es la que predomina en esta fuente de enseñanza. Si bien, no se observa ausencia de justificación en los tres primeros temas (desarrollo decimal periódico, segmento de medida irracional y división en cero), para los tres últimos (desarrollo decimal del número π , amplitud de un intervalo real y representación sagital para una función), se tiene que es una tendencia no observar ningún tipo de justificaciones referida a la infinitud de éstos objetos. Lo infinito de: las cifras decimales de π , el cálculo de la amplitud de un intervalo de clase, y la representación sagital para la enseñanza de funciones; aparece como una imposición en los libros de texto de matemáticas. No obstante, cuando se hallan justificaciones, las que predominan son las denominadas: justificación por aproximación y justificación algorítmica, respondiendo cada una, a la especificidad de los temas tratados. Por otro lado, aparece una categoría de justificación que no se observa en el discurso de los profesores: justificación geométrica. Por último, no se aprecian confusiones conceptuales para ninguno de los temas tratados en los libros de texto.

CONCLUSIONES

Respecto al cuestionario aplicado a profesores, se concluye que no existe diferencia entre las justificaciones de profesores, en cuanto al nivel educativo donde realiza clases (enseñanza básica o media) ni en cuanto a la dependencia económica del establecimiento donde trabaja (colegio particular pagado, particular subvencionado o municipal). En relación a la observación de libros de texto, no se aprecian diferencias entre manuales escolares distribuidos por el Ministerio de Educación y los de carácter particular.

En cuanto al objeto de estudio, en las justificaciones de profesores ante eventuales interrogantes vinculadas con lo infinito, predominan argumentos de tipo intuitivos, lo que genera contradicciones en el discurso. Por otro lado, tanto en lo señalado por los docentes como lo observado en libros de texto, lo infinito de los conceptos matemáticos estudiados, tiende a no justificarse. Sin embargo, se aprecia un mejor dominio conceptual en los libros de texto que en lo expresado por profesores. Por lo menos en los libros de texto, no se aprecian contradicciones como sí ocurre con los enseñantes.

Proyecciones e impacto. Se esperaría por un lado, servir como antecedente para futuros estudios que presenten propuestas didácticas para trabajar con objetos matemáticos que aludan a lo infinito. Por otro lado, se esperaría impactar en el ámbito de la didáctica de tal forma de hacer emerger la necesidad de perfeccionamientos docentes en relación al tema, o tal vez remecer en la toma de consciencia en la elaboración de libros de textos y las justificaciones referidas a procesos infinitos presentes en los objetos matemáticos del currículo escolar.

Referencias

Crespo, C. (2006). Un paseo por el paraíso de cantor: problemas y reflexiones acerca del infinito. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 28-34). México: Gustavo Martínez.

- Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión y significado de los números irracionales en el aula de matemática. *Revista Premisa*, 11(41), 21-30.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from exploratory studies. En: Dubinski, E.; Schoenfeld, A. y Kaput, J. (Eds), *Research in collegiate mathematics education*, vol. III., 234-283. American Mathematical Society, Providence, USA.
- Ortíz, R. J. (1994). El concepto de infinito. *Asociación Matemática Venezolana*, 1(2), 59-81.
- Pochulu, M. (2007). Períodos de números racionales: Un abordaje desde la teoría de números y con nuevos recursos. *Revista Números*, 68, 4-9.
- Salat, R. (2011). El infinito en matemáticas. *Revista Números*, 77, 75-83.