

Induciendo a la creación de problemas de probabilidad: una experiencia con docentes de matemática de secundaria

Autor: Lorena Salazar Solórzano ¹

Resumen.

Un famoso proverbio chino dice: “*Regala un pescado a un hombre y le darás alimento para un día, enseñale a pescar y lo alimentarás para el resto de su vida*”. Se exponen aquí los resultados de una actividad implementada con profesores de secundaria en ejercicio, en la que se les indujo a realizar creaciones de problemas de probabilidad, contextualizados y que respondieran a un objetivo específico. Para ello se les proporcionaron datos reales nacionales, tomados del Compendio de Estadísticas del Informe del Estado de la Nación (Costa Rica, 2013) de modo que les sirva de insumo para la creación de sus problemas. La aprobación en el 2012 de nuevos programas de matemática en Costa Rica, plantean una demanda nacional que exige que los docentes tengan, no solo un dominio sólido en conceptos de combinatoria y probabilidad, sino que además desarrollen competencias para elegir y crear su propio material y no se limiten a seguir libros de texto y materiales, escritos en la mayoría de los casos, para otros contextos que resultan ajenos a la realidad nacional. Se lograron evidencias que indican que esta estrategia de creación de problemas, no solo logra la afirmación de los conceptos de probabilidad, sino también que les da más seguridad a los profesores para preparar sus clases en secundaria.

Abstract.

A famous Chinese proverb says, “if you give a man a fish, then you feed him for a day, if you teach him to fish, then you will feed him for the rest of his life”. This paper presents the results of an activity implemented with high school teachers, which was intended to induce them to make creations of probability problems, contextualized and that they respond to a specific objective. They were provided with real data taken from the National Statistical Abstract of the of Costa Rica, 2013, so that they could use for the creation of their problems. The adoption in 2012 of new math programs in Costa Rica, demands that teachers have to have, not only solid concepts of combinatorics and probability, but also develop skills to choose and create their own material and not just follow textbooks and materials written in most cases, for other contexts that are outside the national reality. We got some evidences, that indicates that this strategy of creating problems, not only does affirm the concepts of probability, but also gives to the teachers, self-confidence to prepare their lessons.

Palabras clave: probabilidad, didáctica de la probabilidad, creación de problemas, educación matemática.

Key Words: probability, didactic of probability, creating problems, mathematics education.

Modalidad: Ponencia

¹Universidad Nacional. Universidad de Costa Rica.
lorena.salazarsolorzano@ucr.ac.cr

Introducción:

En el 2012 el Consejo Superior de Educación de Costa Rica, aprobó los nuevos programas de matemática que involucran desde primaria hasta secundaria. En el 2013 se inició un plan de transición para la aplicación de los mismos, y se espera que para el 2016, ya esten siendo aplicados en todos los niveles. Estos nuevos programas exigen un profesor de matemática altamente competente en diversas aristas, una de ellas es la resolución de problemas, que los nuevos programas han declarado como su enfoque principal. Por primera vez se incluye el tema de probabilidad y estadística en todos los niveles, y esto hace que el profesor en ejercicio requiera competencias que le permitan elegir y crear material para la enseñanza de este tema.

Nociones Teóricas:

En la última década, se ha dado un auge en investigaciones que centran su atención no solo a la resolución de problemas, sino también al planteamiento de problemas. Algunas de las investigaciones sobre creación de problemas que se han centrado en los profesores, consideran que, en la práctica docente, los profesores deben mostrar competencia en la creación de problemas. Sin embargo, hay investigaciones como la de Singer y Voica (2013), que muestran que los problemas que crean los profesores tienen serias limitaciones que son relevantes para el aprendizaje de sus alumnos. Estas investigaciones son el origen de otras que investigan sobre propuestas de cómo el planteamiento de problemas, puede ser una parte integral de los programas de formación de profesores (Ellerton, 2013). En Salazar (2014) se muestran algunas experiencias de aula en las áreas de análisis y álgebra en cursos de matemática formal para profesores de matemática, en donde la creación de problemas resultaron ser una actividad muy productiva para la comprensión y aprendizaje de algunos temas de estas áreas. Malaspina (2013), también reporta resultados positivos al aplicar esta estrategia con profesores de matemática, en la que ellos crean problemas pre y problemas pos, que luego se resuelven y comentan grupalmente. Según algunas de sus conclusiones, la capacidad de crear y resolver problemas lleva a reflexiones didácticas y matemáticas que muestran la importancia de una redacción adecuada del enunciado, elemento importantísimo en problemas de probabilidad. Por otro lado, en Espinoza, Lupiañez y Segovia (2014) se hace un estudio de los propósitos de la invención de problemas en la disciplina de matemáticas. Para estos autores, la invención de problemas es una forma de desarrollar la actividad creativa y su responsabilidad en el aprendizaje, además de que mejora su disposición y actitudes hacia las matemáticas. En esta experiencia, se pretende que el docente realice inicialmente, algunas variaciones sencillas de problemas dados, para luego adaptarlos y contextualizarlos al entorno estudiantil.

Metodología

El taller se aplicó a un grupo de 30 profesores de matemática en ejercicio en el IV Encuentro Provincial de Educación Matemática. Primeramente se hizo una introducción al tema, mostrando cómo se podían variar problemas en primera instancia, hasta crear problemas propios. Se les proporcionó una guía de trabajo con algunos ejemplos de variaciones y creaciones de problemas. La modalidad de trabajo fue la de trabajo colaborativo en grupos de 2 a 3 personas en una sesión de 3 horas. Para ello se les proporcionaron datos reales nacionales, tomados del Compendio de Estadísticas del In-

forme del Estado de la Nación (Costa Rica, 2013) de modo que les sirviera de insumo para la creación de sus problemas. Cada grupo tuvo un problema diferente con temáticas relacionadas con su entorno laboral con datos reales del sistema educativo en Costa Rica desde 2000 al 2012. Explícitamente, los temas tratados fueron sobre matrícula en el sistema educativo, adecuaciones, repitencia, deserción, resultados de exámenes de bachillerato e ingreso a las universidades. También se les dio una lectura de un artículo del periódico La Nación, alusivo a cada tema, con el fin de motivarlos a la reflexión y a obtener provecho a los datos proporcionados, de modo que sus creaciones buscaran obtener respuestas a sus inquietudes. Se les dio un tiempo de 1 hora para la creación de sus problemas y luego se les solicitó que cada grupo expusiera su trabajo al resto del grupo.

Para la recolección de datos, se usó una bitácora para captar los acontecimientos que se fueron dando en el aula, donde se fueron anotando comentarios y reflexiones dadas por los profesores. Se recolectaron evidencias escritas del trabajo de ellos, así como de algunas grabaciones de la voz de algunos de los grupos de trabajo, para obtener información sobre el proceso desarrollado, previo consentimiento de los docentes.

Variaciones de problemas

La creación de problemas, al igual que la resolución de problemas, es una estrategia que debe desarrollarse, entrenarse y ejercitarse, iniciando con niveles básicos hasta llegar a niveles superiores. De acuerdo a otras experiencias realizadas por la autora de este trabajo, es recomendable iniciar esta estrategia de creación de problemas, con simples modificaciones a problemas tomados de libros de texto. Cambiando primero los objetos matemáticos, se puede lograr otro problema contextualizado a la realidad de los estudiantes.

Como un ejemplo se presenta el siguiente problema típico que involucra el concepto laplaciano de probabilidad, tomado del libro Mendenhall(2002), para ilustrar como se le pueden hacer adaptaciones o variaciones a este problema para obtener otro más cercano a los intereses estudiantiles.

Problema Modelo 1:

En una comarca hay dos periódicos, el Nacional (N) y el Liberal (L). Se sabe que el 55 % lee el (N), mientras que un 40 %, lee (L) y 25 % no lee ninguno de los dos. Si se escoge una persona al azar, estime la probabilidad de que una persona tomada al azar lea alguno de los dos, los dos, solo uno de ellos, que no lea ni uno ni el otro, es decir halle

$$P(N \cup L), P(N \cap L), P(N - L) \cup P(L - N), P(-(N \cup L)).$$

En un problema como este, se espera que lo primero que hagan es contextualizarlo al entorno nuestro. En este caso específico, se pueden cambiar los nombres de los periódicos a los nacionales y buscando datos reales en la web, se puede variar el problema, fortalecerlo y sacarle más provecho que el original, como se presenta a continuación.

Variación del Problema Modelo 1:

En la página <http://www.mediatico.com/es/periodicos/america-latina/costarica/>, se presentan las visitas en internet a 20 periódicos nacionales. A continuación se presentan los datos de los más populares, a saber: La Extra (E), La Nación (N), Al Día (D), La Gaceta (G), La República (R), La Prensa Libre (PL), El Tico Times (T), El Financiero (F) y el Semanario Universidad (S).

Nombre del Periódico	Diario La Extra	La Nación Digital	Periódico al Día	La Gaceta	La República	Prensa Libre	Tico Times	El Financiero	Semanario Universidad	Total de visitas
# de Visitas	140971	59344	48749	33786	33056	22833	21658	16489	12111	317415

Usando los datos anteriores, estime la probabilidad de que al tomar una persona al azar, este visite los periódicos indicados, $P(E)$, $P(N)$, $P(R)$, $P(PL)$, $P(N \cup R)$, $P(-D \cap S)$, $P(F \cup PL)$, $P(-(PL \cap T))$

Cuando se hace una variación a un problema, es común que se les ocurra hacer variaciones a la variación ya hecha, pues de una cosa se sigue la otra. Como los adolescentes usualmente no les gusta leer periódicos, quizás convenga hacer una variación que les sea más atractiva. A continuación se presenta a modo de ejemplo, una variación a la variación del problema original, en la que se cambian los objetos involucrados (los periódicos) por series de películas que se ofrecen en línea en la internet, muy común en los jóvenes y por lo tanto posiblemente más aceptado por ellos.

Variación de la variación del Problema Modelo 1:

A continuación se presentan datos, tomados de sobre la puntuación que la audiencia da a diferentes series de películas que se descargan de internet: Walking Dead (WD), Los Simpsons (S), Games or Thrones (GT), The Big Bang Theory (BT), House (H), Dexter (D), Breaking Bad (BB), How I met your mother (HM) y The vampires diaries (VD).

Nombre de la Serie	Walking Dead	Los Simpsons	Game or Thrones	The Big Bang Theory	House	Dexter	Breaking Bad	How I met your mother	The vampire diaries
Puntuación	8341	6129	6087	5328	4665	3349	4295	3153	2556

Usando los datos dados, estime la probabilidad de que al tomar una persona al azar, este siga la serie indicada. $P(WD)$, $P(S)$, $P(GT)$, $P(BT)$, $P(H \cup D)$, $P(-BB \cap VD)$, $P(HM \cup WD)$, $P(-GT \cap .VD)$

Creación de problemas

A continuación se presentan los resultados de la actividad, donde los docentes debían crear sus problemas en los temas asignados a cada grupo.

Tema 1: Matrícula en el sistema educativo

Matrícula en III ciclo y educación diversificada en Costa Rica del 2000 al 2012

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
Total	283.989	298.889	327.042	346.870	368.126	375.481	385.302	387.493	391.330	418.185	426.735	433.077	441.296	4.883.815
Tradicional	252.828	266.058	284.841	301.300	317.539	330.562	338.508	338.748	337.445	349.595	350.791	354.413	359.138	4.181.766
<i>Pública</i>	219.019	231.346	248.861	264.173	279.989	292.611	301.189	300.197	297.519	309.251	310.442	313.823	317.950	3.686.370
<i>Privada</i>	21.265	22.049	23.337	24.475	24.870	25.190	24.754	25.748	27.406	27.705	27.445	27.983	28.589	330.816
<i>Privada subvencionada</i>	12.544	12.663	12.643	12.652	12.680	12.761	12.565	12.803	12.520	12.639	12.904	12.607	12.599	164.580
<i>Académica diurna</i>	181.089	192.465	204.250	214.090	224.522	234.118	238.434	237.237	236.812	244.121	244.997	246.875	244.670	2.943.680
<i>Técnica diurna</i>	48.360	49.960	52.943	55.913	57.414	58.592	60.386	62.370	64.109	66.927	67.092	68.492	73.408	785.966
<i>Académica nocturna</i>	22.847	23.059	26.782	30.281	34.534	36.565	37.981	37.442	35.026	36.742	36.371	36.007	35.749	429.386
<i>Técnica nocturna</i>	532	574	866	1.016	1.069	1.287	1.707	1.699	1.498	1.805	2.331	3.039	5.311	22.734
No tradicional	31.161	32.831	42.201	45.570	50.587	44.919	46.794	48.745	53.885	68.590	75.944	78.664	82.158	702.049
<i>suficiencia (MEP)</i>	9.144	8.698	12.189	12.305	12.655	8.986	8.894	8.568	8.718	12.209	13.842	14.989	20.197	151.394
<i>distancia (Coned)</i>							2.463	2.760	3.476	4.794	5.107	5.436	5.037	29.073
<i>Nuevas Oportunidades</i>	10.414	10.457	14.377	15.853	16.152	10.791	10.593	12.588	14.648	20.012	23.271	19.727	16.382	195.265
<i>IPEC (Plan 125)</i>	396	803	511	547	694	455	246	654	515	209	0	0	0	5.030
<i>Cindea (II-III nivel)</i>	8.392	9.780	11.000	12.225	15.903	19.251	18.237	17.701	20.395	24.627	26.436	30.619	32.627	247.193
<i>Educación especial</i>	2.815	3.093	4.124	4.640	5.183	5.436	6.361	6.474	6.133	6.739	7.288	7.893	7.915	74.094

Algunos de los problemas creados conjuntamente entre la instructora y los docentes, se dan a continuación.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante, tomado al azar entre los años 2000 y 2012, del III ciclo o ciclo diversificado tradicional, esté en una institución privada? ¿En una institución pública? ¿En una subvencionada?

Las probabilidades solicitadas son

$$P(Priv) = \frac{330816}{4181766} = 0,07910 \approx 0,08$$

$$P(Públ) = \frac{3686370}{4181766} = 0,8815 \approx 0,88$$

$$P(Subv) = \frac{164580}{4181766} = 0,0393 \approx 0,04$$

2. Estime la probabilidad de que un estudiante de secundaria costarricense, tomado al azar, esté estudiando en una institución técnica?

Dado que se esta tomando un estudiante de secundaria costarricense en general, es decir no se limita a los años del 2000 al 2012, se trata más bien de una probabilidad frecuencial, por lo que es importante el uso de la palabra “estimar” e lugar de “hallar” una probabilidad. Por otro lado, como no se especifica si la institución debe ser Técnica diurna (D) o Técnica nocturna(N), se debe estimar la probabilidad de que este estudiando en alguna de ellas. Como los eventos son independientes, pues se supone que un estudiante no estará matriculado en los dos tipos de instituciones, la probabilidad solicitada es:

$$P(D \cup N) = \frac{785966}{4883815} + \frac{22734}{4883815} \approx 0,16$$

Tema 2: Adecuaciones curriculares

Adecuaciones curriculares en Costa Rica del 2000 al 2011

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Total
<i>De acceso</i>	8.994	10.169	10.767	10.470	10.747	10.729	11.679	10.766	10.759	11.178	11.397	10.513	128.168
<i>No significativa</i>	59.548	68.824	78.610	89.425	95.996	102.262	113.666	112.142	109.098	113.027	113.592	114.228	1.170.506
<i>Significativa</i>	2.778	3.846	4.891	6.433	7.530	9.035	11.095	11.025	11.650	12.237	13.087	13.482	107.089
<i>Total</i>													1.405.763
Preescolar													0
<i>De acceso</i>	816	705	767	894	995	958	1.201	729	789	1.012	902	889	10.657
<i>No significativa</i>	2.668	2.487	2.156	2.477	2.514	2.268	2.931	1.831	1.638	1.865	1.559	1.584	25.978
<i>Total</i>													36.635
I y II ciclos													0
<i>De acceso</i>	6.965	7.826	8.003	7.538	7.764	7.199	7.884	8.028	8.116	8.158	8.009	7.215	92.705
<i>No significativa</i>	45.979	51.927	57.920	63.142	66.043	69.328	74.225	72.835	72.027	73.272	73.313	73.416	793.427
<i>Significativa</i>	2.597	3.585	4.510	5.806	6.786	7.855	9.172	9.271	9.486	9.756	10.496	10.707	90.027
<i>Total</i>													976.159
Escuelas nocturnas													0
<i>De acceso</i>	7	143	97	0	6	66	10	3	11	0	33	1	377
<i>No significativa</i>	125	35	18	91	125	75	161	17	59	137	50	38	931
<i>Significativa</i>	0	4	6	15	10	4	5	0	6	1	1	1	53
<i>Total</i>													1.361
III ciclo y educación diversificada													0
<i>De acceso</i>	1.206	1.495	1.900	2.038	1.982	2.506	2.584	2.006	1.843	2.008	2.453	2.408	24.429
<i>No significativa</i>	10.776	14.375	18.516	23.715	27.314	30.591	36.349	37.459	35.374	37.753	38.720	39.228	350.170
<i>Significativa</i>	181	257	375	612	734	1.176	1.918	1.754	2.158	2.480	2.590	2.774	17.009
<i>Total</i>													391.608

Con los datos anteriores, es mejor hacer un cuadro con los totales de los datos para facilitar la creación de problemas de probabilidad.

Total de adecuaciones curriculares en Costa Rica entre el 2000 y 2011				
	Adecuación de Acceso	Adecuación no Significativa	Adecuación Significativa	Total
Preescolar (K)	10.657	25.978	0	36.635
I y II ciclo (E)	92.705	793.427	90.027	976.159
Escuela Nocturna (N)	377	931	53	1.361
III ciclo y Diversificado (C)	24.429	350.170	17.009	391.608
	128168	1170506	107089	1.405.763

Algunos de los problemas creados en conjunto con la instructora, de modo que se repasaran los conceptos de probabilidad condicional fueron los siguientes.

¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de secundaria este en un colegio de educación especial?

R/ $P(EE) = \frac{74,094}{702,049} \approx 0.11$

Figura 1: Un problema con solución errónea

1. ¿Cuál es la probabilidad de que un niño de preescolar con alguna adecuación curricular en el 2000 tenga adecuación de acceso?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante con alguna adecuación curricular entre el 2000 y el 2012 tenga una adecuación significativa, dado que está en secundaria?
3. Estime la probabilidad de que un estudiante costarricense con alguna adecuación curricular, tenga adecuación significativa.

Se muestran a continuación varios problemas creados por los docentes, en trabajo colaborativo en grupos. Cada uno de ellos fueron seleccionados para ilustrar algún elemento a destacar. Por razones de espacio muchos problemas no se incluyeron en este documento.

El problema de la figura 1, presenta un error en la solución. Se les instó a que interpretaran el resultado, a lo que concluyeron que no podía ser cierto que de cada 100 estudiantes de secundaria, 11 estuvieran en una institución de educación especial. ¿Dónde podría estar el error? Después de varias discusiones, se llegó a la conclusión de que el denominador tomado estaba incorrecto, dado que se debió tomar el total de matriculados en secundaria entre el 2000 y el 2012 y no solamente los del sistema tradicional. Esto porque la pregunta solo dice “un estudiante de secundaria”, y esto se interpreta como cualquier estudiante de secundaria tomado al azar. De este modo se concluyó que la solución correcta era:

$$P(EE) = \frac{74094}{4883815} \approx 0,015$$

Este resultado indica que aproximadamente 1.5 estudiante de cada 100, estará en una institución de educación especial, lo cual es más creíble. Este error ayudó a la comprensión del tema y se reflexionó sobre la importancia de la redacción al crear un problema en general y que en probabilidad es aún más delicado por lo que se debe poner mucha atención a este aspecto. Luego se les planteó la pregunta: ¿Cómo se debería redactarse la pregunta de modo que la respuesta sea la probabilidad antes planteada $P(EE) = \frac{74094}{702049}$? A lo cual respondieron acertadamente.

El problema de la figura 2 hace un encabezado formal al problema, lo cual es importante a la hora de crear problemas, e indicar la fuente de donde fueron tomados los datos.

Otro de los problemas creados, vea figura 3, ilustra un interesante caso donde se le pide interpretar una razón de números. Este podría catalogarse de un nivel superior a los anteriores, donde se desarrolla el proceso de análisis.

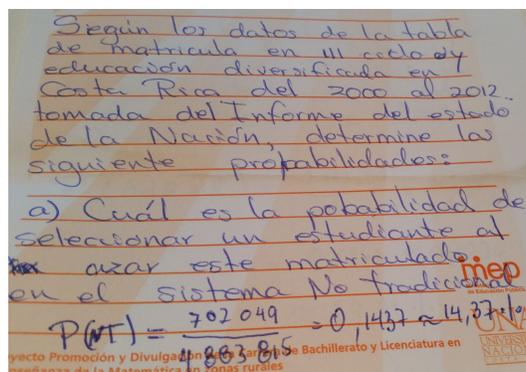


Figura 2: Problema que incluye un encabezado más completo

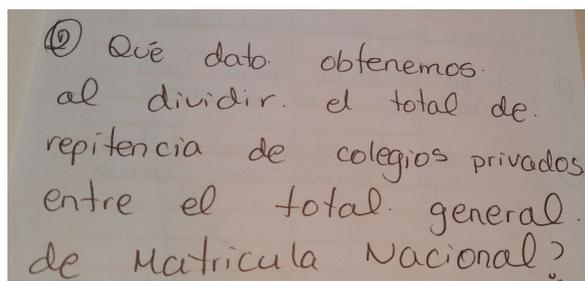


Figura 3: Problema para desarrollar la habilidad de interpretación

Otro de los temas tratados para crear problemas, fue el de deserción de los estudiantes del sistema educativo. Cabe mencionar que los docentes tuvieron problemas para interpretar los datos, dado que no eran números absolutos ni porcentuales, sino más bien estaban en forma decimal. Se hizo una reflexión de todas las formas de expresar las probabilidades.

Tema 3: Deserción

Deserción intra-anual en III ciclo y educación diversificada diurna														
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
Total	10,2	11,3	10,8	9,4	10,3	11,0	11,6	11,0	10,5	9,5	8,6	9,4	8,7	10,2
III ciclo	11,9	12,9	12,5	10,7	11,7	12,7	13,2	12,7	12,1	11,2	10,0	11,1	10,2	11,8
7 ^º	18,6	19,5	19,1	16,6	18,3	19,2	20,1	19,5	18,6	16,1	14,4	16,0	14,7	17,8
8 ^º	7,9	9,1	7,8	6,8	8,5	9,4	9,3	9,1	8,3	8,8	8,2	8,7	7,9	8,5
9 ^º	4,4	4,7	4,7	4,1	4,0	5,0	5,3	4,9	5,1	5,5	4,6	5,4	4,9	4,8
Educación diversificada	5,7	7,3	6,6	6,2	6,6	6,9	8,0	7,1	7,2	5,8	5,3	5,5	5,1	6,4
10 ^º	8,0	10,4	9,7	8,7	9,4	10,2	12,0	11,0	10,5	8,9	7,6	8,2	7,4	9,4
11 ^º	2,7	3,1	2,6	3,0	2,9	2,9	3,3	2,6	3,4	2,6	3,1	3,1	3,0	2,9
12 ^º	4,3	3,8	3,9	5,3	4,6	1,8	1,1	1,2	1,9	0,1	0,7	-0,5	0,3	2,2
Por dependencia														
Pública	11,6	12,8	12,2	10,5	11,5	12,4	13,0	12,3	11,9	10,6	9,5	10,5	9,6	11,4
Privada	1,4	1,7	1,6	3,3	1,6	1,1	1,5	0,7	1,0	1,1	1,2	0,9	1,5	1,4
Privada subvencionada	2,0	2,1	1,4	1,2	1,7	1,7	1,8	2,4	2,8	1,7	2,9	2,5	2,2	2,0
Por zona														
Urbana	9,5	10,5	10,2	8,4	9,6	10,2	10,4	9,9	9,6	8,6	7,3	8,5	7,9	9,3
Rural	11,5	12,7	11,7	12,1	11,8	13,0	14,2	13,3	12,4	11,2	10,7	11,0	10,0	12,0
Por sexo														
Hombres	11,4	12,7	12,2	10,9	11,8	12,8	13,4	12,7	12,2	10,7	9,6	10,5	9,9	11,6
Mujeres	9,0	9,9	9,4	8,0	8,8	9,3	9,9	9,3	8,9	8,4	7,5	8,3	7,4	8,8

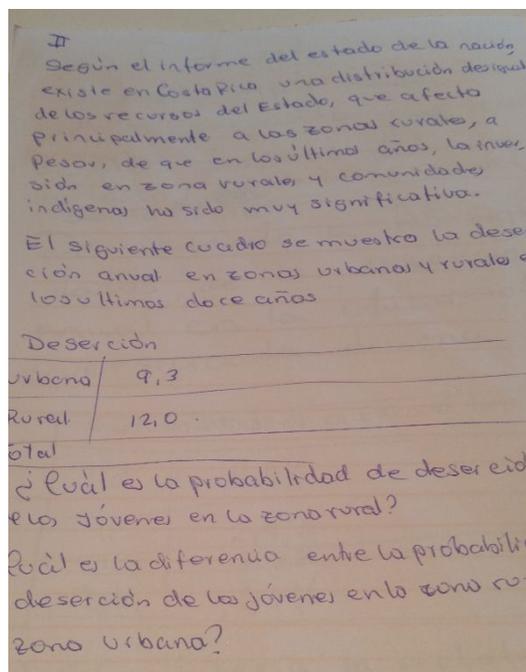


Figura 4: Un problema con una redacción motivadora

Aunque el problema creado por uno de los grupos en la figura 5, es errónea al aplicar mal la probabilidad condicional, si se percataron que la población total a tomar era 100, cosa que les costó a muchos.

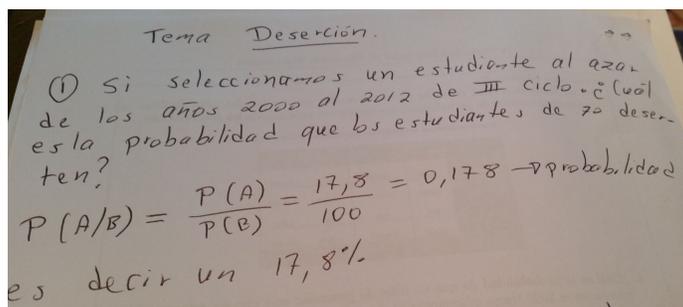


Figura 5: Otro problema con un error

A continuación se presenta un ejemplo de una de las lecturas asignadas, en el que se señala las dificultades de los jóvenes para graduarse de secundaria. Esto con el fin de que motivara a los profesores a la reflexión y a obtener provecho a los datos proporcionados, de modo que se obtuvieran respuestas a sus inquietudes.

Lectura introductoria de motivación:

Discuta con su grupo de trabajo el siguiente artículo de La Nación.

LA NACIÓN

NOTICIA ESTADO DE EDUCACIÓN: SOLO 46% DE MUCHACHOS DE 17 A 21 AÑOS LOGRA TÍTULO

Menos de la mitad de jóvenes ticos logra graduarse del cole

AMY ROSS A. - 11 de septiembre de 2013 a las 12:00 a.m.

- Probabilidades de éxito descienden a 28% si papás no superaron escuela
- 52% de mujeres jóvenes obtienen diploma frente a un 40% de varones

Si los colegiales constituyeran ese “ejército de estudiantes” del cual se jacta Costa Rica, la tropa estaría perdiendo a más de la mitad de sus “soldados”.

Aunque el país ya ganó la batalla para universalizar la escuela primaria, en la contienda por el título de colegio sigue en desventaja: solo 46 de cada 100 estudiantes de 17 a 21 años gana el diploma.

Este es uno de los hallazgos del *IV Informe Estado de la Educación* (<http://www.estadonacion.or.cr/estado-educacion/educacion-informe-ultimo>), elaborado por el Programa Estado de la Nación, con base en datos del 2011.

Además, el campo de batalla está más embarralado e inclinado en perjuicio de algunos: cuando hay una desigualdad de por medio, las probabilidades de graduarse descienden a un 35%.

Un joven cuyos padres no superaron la escuela, por ejemplo, tiene la balanza inclinada drásticamente en su contra: de 100 estudiantes en esta situación, solo 28 logran concluir la secundaria.

Si el mismo alumno hubiera nacido en un hogar con papás que asistieron a la universidad, sus probabilidades se triplicarían.



Mejores y peores índices de Situación Educativa (CARLOS FONSECA Y AMY ROSS / LA NACIÓN)

Este dato se agrava al considerar que la mayoría de jóvenes pertenecen a hogares con bajos logros educativos.

De acuerdo con la Encuesta Nacional de Hogares, del Instituto Nacional de Estadística y Censos, en el 2011 el 47% de los jóvenes de 17 a 21 años (unos 205.000) provenía de un hogar con carencias educativas. Mientras, solo el 13% (58.000) tenía papás que finalizaron secundaria.

Otros factores, como lugar de residencia, género, condición socioeconómica y número de hermanos, inciden en la probabilidad de éxito.

Las mujeres tienen un 52% de posibilidades de terminar frente a un 40% entre varones. Para un alumno con cinco hermanos menores de edad, ese número baja a un 36,8%, en tanto que para un hijo único es del 54,5%.

Estas brechas las evidencia el índice de oportunidades educativas, el cual permite ver qué circunstancias generan más desigualdad al completar la secundaria.

Mejor pero insuficiente. Aunque la conclusión de la secundaria ha crecido un 80% en los últimos 25 años (en 1987 era del 25,8% y en el 211 subió a 46,3%), Costa Rica aún se sitúa entre los países latinoamericanos con niveles mediocres del indicador de logro.

El ministro de Educación Pública, Leonardo Garnier, puntualizó que los datos entre países no siempre son comparables. Recalcó que el aumento en asistencia escolar ha venido de la mano con una reducción en las brechas entre los más ricos y los más pobres, pero también entre zonas urbanas y rurales.

“La asistencia (a clases) de jóvenes de 13 a 17 años provenientes de hogares con climas educativos bajos, aumentó de 58,2% en el 2003 a 73,2% en el 2012. La brecha se redujo de un 68% a un 29%”, enfatizó.

Tema 4: Repitencia

Repitencia en III ciclo y educación diversificada diurna del 2000 al 2012

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
Total	8,8	9,2	10,2	10,4	10,2	11,4	11,4	12,2	11,6	10,0	11,6	12,8	11,9	10,9
III ciclo	10,3	10,9	11,4	11,7	11,7	12,9	12,9	13,9	13,2	11,2	13,3	14,4	13,5	12,4
7°	14,5	14,2	14,5	15,2	15,4	15,4	15,7	16,8	16,2	13,4	14,3	15,3	14,5	15,0
8°	8,7	12,1	11,5	11,1	10,6	12,3	13,1	14,0	14,0	11,8	14,5	15,3	14,6	12,6
9°	4,5	2,7	4,7	5,4	6,2	9,1	7,4	8,5	6,8	6,6	9,8	11,3	10,2	7,2
Educación diversificada	4,9	4,9	7,4	7,3	6,5	7,6	8,1	8,2	7,9	7,2	8,0	9,4	8,3	7,4
10°	8,2	7,8	12,1	12,1	10,4	11,7	12,2	13,2	12,2	11,4	11,6	13,3	11,8	11,4
11°	0,9	1,2	1,7	2,0	1,8	2,8	2,8	2,4	2,9	2,5	4,2	5,4	4,5	2,7
12°	0,8	0,7	0,5	0,9	1,0	1,9	2,4	1,6	1,4	1,6	2,8	3,6	4,6	1,8
Por dependencia														
Pública	9,8	10,2	11,4	11,6	11,3	12,6	12,6	13,4	12,8	11,0	12,9	14,3	13,3	12,1
Privada subvencionada	2,7	2,9	2,6	2,9	2,6	3,4	3,4	3,5	3,4	2,3	2,3	2,5	2,0	2,8
Por zona														
Urbana	9,1	9,6	10,5	10,8	10,5	12,1	12,0	12,5	11,7	10,6	11,7	12,9	12,6	11,3
Rural	8,3	8,3	9,8	9,4	9,4	9,7	10,1	11,4	11,3	8,8	11,4	12,8	10,7	10,1
Por sexo														
Hombres	10,3	10,8	11,8	12,1	12,0	13,1	13,2	14,0	13,4	11,2	13,2	14,5	13,7	12,6
Mujeres	7,5	7,6	8,7	8,8	8,4	9,7	9,7	10,4	9,8	8,7	10,1	11,2	10,1	9,3

Repitencia en III ciclo y educación diversificada en Costa Rica del 2000 al 2012				
	Colegios Públicos	Colegios Privados	Privados subvencionados	Total
Repiten	442.364	9.263	5.267	456.894
Aprueban	3.244.006	321.553	159.313	3.724.872
	3686370	330816	164580	4.181.766

En la figura 6, se muestra una creación muy sencilla de un problema. Observe que, aunque se les proporcionó una tabla con la intención de que hicieran probabilidades condicionales, continuaron planteando problemas con la regla laplaciana.

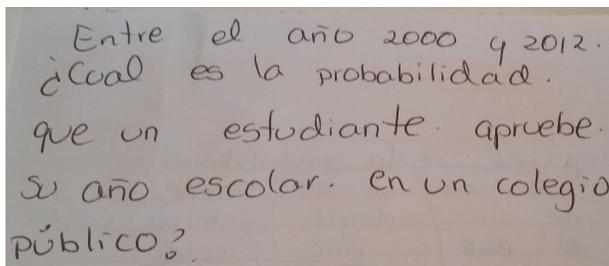


Figura 6: Problema sobre repitencia

Tema 5: Examen de Bachillerato

Pruebas Nacionales de Bachillerato en Costa Rica 2000 a 2012													
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Total
<i>Total</i>	25.159	24.007	26.291	28.878	27.479	29.790	30.503	32.424	32.551	34.076	35.294	35.467	361.919
<i>Aprobados</i>	15.482	15.954	17.527	18.584	17.062	18.794	19.123	21.788	21.025	23.303	23.995	23.739	236.376
<i>Aplazados</i>	9.677	8.053	8.764	10.294	10.417	10.996	11.380	10.636	11.526	10.773	11.299	11.728	125.543
<i>Promedio nota de examen</i>	76,9	78,0	78,2	78,0	75,8	76,3	72,6	72,6	70,7	70,8	69,9	69,3	74
<i>Promedio nota de bachillerato</i>	78,3	79,4	79,9	79,8	78,7	78,8	79,6	79,3	78,7	79,9	80,3	81,0	79
<i>Porcentaje de promoción</i>	61,5	66,5	66,7	64,4	62,1	63,1	62,7	67,2	64,6	68,4	68,0	66,9	65
Promoción por materia													
<i>Español</i>	91,3	91,4	93,6	92,9	91,9	90,2	96,0	96,3	93,7	90,4	90,9	92,1	93
<i>Estudios Sociales</i>	92,0	96,2	97,0	96,6	92,0	95,4	94,4	92,4	89,4	91,4	92,9	88,0	93
<i>Matemática</i>	66,5	72,5	75,1	72,2	72,5	78,9	72,2	80,6	79,4	80,1	77,0	71,0	75
<i>Biología</i>	87,9	88,7	88,0	89,3	85,2	82,5	87,2	86,2	86,0	90,3	87,6	86,4	87
<i>Física</i>	81,3	86,5	87,0	86,5	86,7	86,2	86,4	77,5	76,6	84,9	87,2	89,7	85
<i>Química</i>	86,2	92,1	94,2	92,5	88,7	80,1	86,1	82,3	86,2	83,7	83,7	86,7	87
<i>Francés</i>	96,9	98,4	97,2	92,4	87,6	98,3	96,4	93,4	92,7	92,2	90,3	89,3	94
<i>Inglés</i>	95,1	97,9	88,5	91,9	91,1	81,2	86,0	87,7	88,3	85,7	85,3	92,1	89
<i>Educación Cívica</i>			98,4	97,1	96,0	93,7	95,7	94,1	92,5	93,7	92,3	97,2	95

Otro de los problemas creados se muestra en la figura 7, con respecto a los resultados del examen de bachillerato en nuestro país. Note que no se percatan de la diferencia entre probabilidad laplaciana y probabilidad frecuencial.

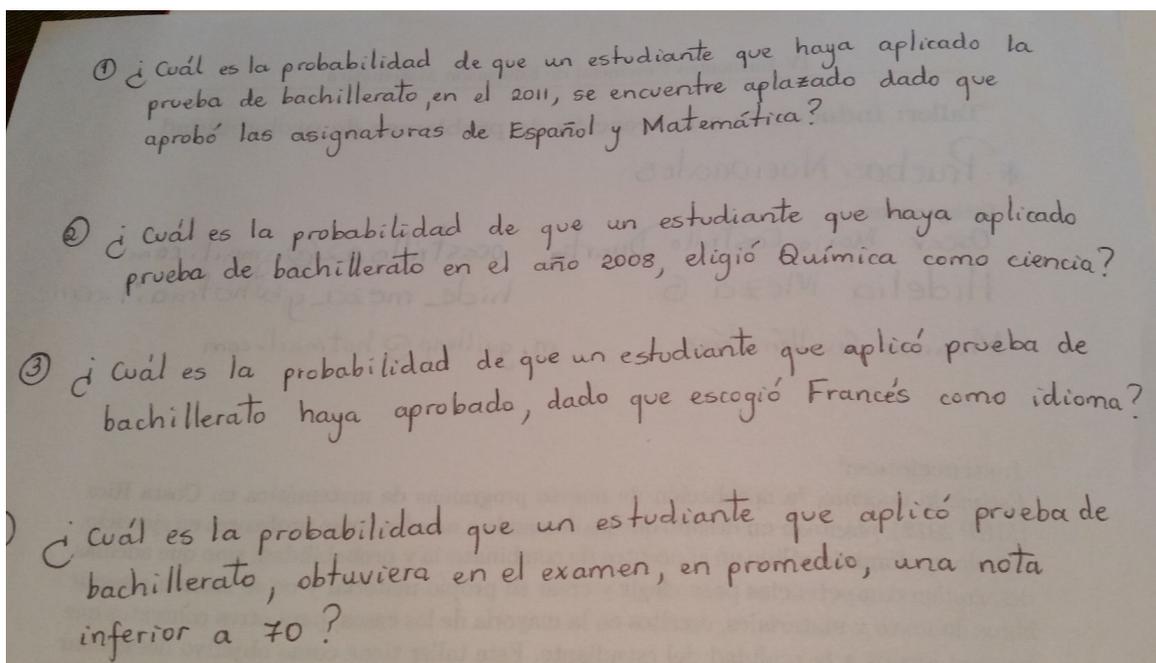


Figura 7: Problema sobre resultados del examen de bachillerato

Tema 6: Sistema universitario

Por último, otro de los grupos trabajó en el tema de el acceso a las universidades estatales privadas. Se les proporcionó el siguiente cuadro de datos.

Diplomas otorgados por la educación superior													
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	Total
Total	26.469	23.302	26.051	25.739	26.472	26.800	28.956	30.754	31.847	33.796	38.163	40.310	358.659
Universidad de Costa Rica	3.955	4.131	4.118	4.378	4.112	4.234	4.258	4.421	4.330	4.684	5.054	5.206	52.881
Universidad Nacional	2.586	2.389	2.830	2.849	3.152	3.264	2.868	2.495	2.476	2.720	3.127	2.784	33.540
Instituto Tecnológico	876	834	1.084	1.104	996	1.287	1.369	1.243	1.326	1.181	1.448	1.277	14.025
Universidad Estatal a Distancia	2.173	1.659	2.214	2.176	2.114	2.372	2.353	2.323	2.197	2.293	2.306	2.270	26.450
Universidades privadas	16.879	14.289	15.805	15.232	16.098	15.643	18.108	20.272	21.518	22.918	26.228	28.115	231.105
Por grado académico													
Universidades estatales	9.590	9.013	10.246	10.507	10.374	11.157	10.848	10.482	10.329	10.878	11.935	12.195	127.554
Diplomado	1.566	1.048	1.449	1.491	1.456	1.486	1.373	1.219	1.027	1.108	1.343	1.868	16.434
Profesorado	284	332	301	277	325	257	266	243	157	200	188	172	3.002
Bachillerato	4.390	4.348	4.717	4.633	4.845	5.473	5.276	4.826	4.920	5.286	5.536	5.647	59.897
Licenciatura	2.515	2.267	2.429	2.895	2.652	2.681	2.733	2.949	2.940	3.024	3.279	3.234	33.598
Especialidad profesional	214	190	188	169	188	168	140	174	186	202	194	246	2.259
Maestría	614	820	1.146	1.030	889	1.072	1.030	1.047	1.064	1.024	1.363	987	12.086
Doctorado	7	8	16	12	19	20	30	24	35	34	32	41	278
Universidades privadas	16.879	14.289	15.805	15.232	16.098	15.643	17.933	20.272	21.518	22.918	26.228	28.115	230.930
Bachillerato	8.567	7.643	8.802	7.535	8.236	7.588	8.735	10.152	10.308	10.968	12.497	13.513	114.544
Licenciatura	6.577	5.306	5.663	6.382	6.011	6.412	6.991	7.811	8.670	9.295	10.760	11.502	91.380
Maestría	11	8	4	4	4	12	142	207	290	267	315	2.755	4.019
Doctorado	1.707	1.308	1.315	1.297	1.836	1.622	2.000	2.025	2.206	2.321	2.571	71	20.279
Especialidad profesional	17	24	21	14	11	9	65	77	44	67	85	274	708

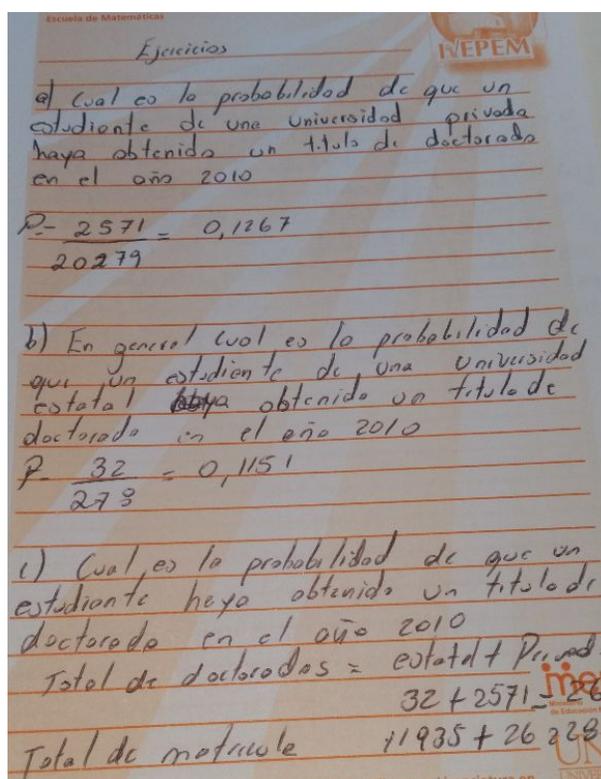


Figura 8: Comparación entre universidades públicas y privadas

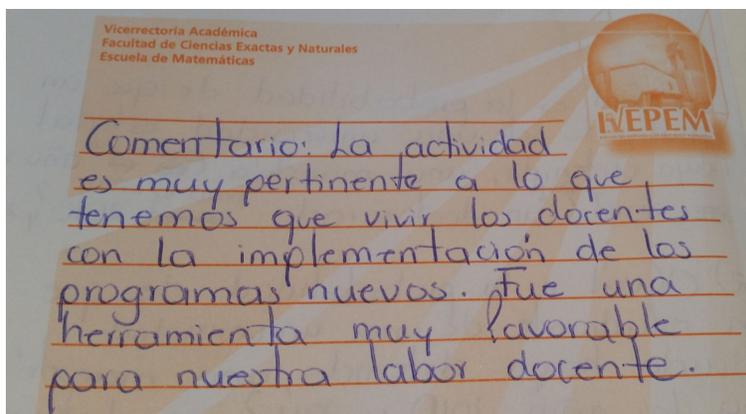


Figura 9: Comentario sobre la actividad

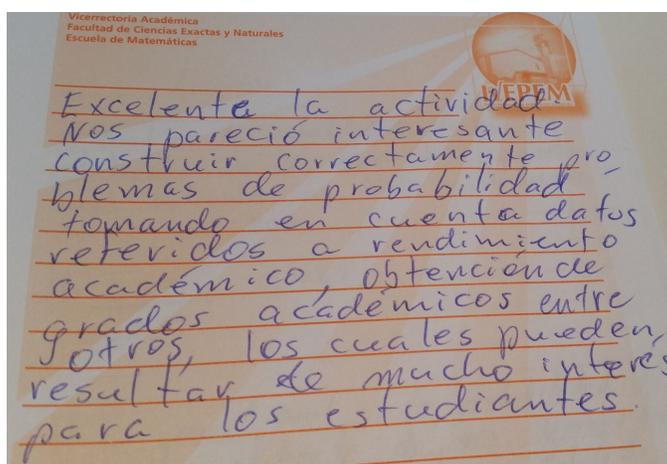


Figura 10: Comentario sobre la actividad

Resultados y conclusiones

La actividad resultó positiva y aunque en su gran mayoría, solo se basaron en la regla laplaciana clásica y a algunos problemas que involucraron probabilidad frecuencial, aunque no siempre lograron visualizar la diferencia, podría decirse que realizaron importantes creaciones. Cabe recalcar que en realidad para ser una primera experiencia, se logró al menos consolidar algunos conceptos matemáticos y que crearan problemas muy sencillos, pero propios. Al inicio, les tomó un tiempo considerable en comprender la matriz de datos, y había una actitud de poco interés en realizar las actividades solicitadas. Sin embargo, a medida que iban obteniendo resultados, se fue dando un cambio en su actitud, más confianza en sí mismos al notar la posibilidad de inventar sus propios problemas, y eso los entusiasmó, de modo que las creaciones se realizaron cada vez más rápido. Los temas escogidos para la creación de los problemas, resultaron muy bien aceptados y por los comentarios obtenidos, se puede inferir que esto los motivó a buscar respuestas a preguntas, que de forma natural se fueron planteando. Es decir los temas lograron el propósito buscado, que fue el de lograr motivar a la invención de problemas. Algunos comentarios señalaban que les parecían mejor sus problemas

creados, en comparación con los clásicos problemas de cartas, dado y juegos de azar, dado que estos podían relacionarlos con problemas del contexto educativo familiar a los estudiantes. Sin embargo, los problemas de dados y cartas son muy útiles, y no se deben dejar de lado, pues en ellos se tiene control del espacio muestral.

El tiempo de una hora resultó ser muy poco, por lo que se recomienda que en actividades similares, se dedique mucho más tiempo. Sin embargo, el taller si permitió que los docentes se abrieran, y se convencieran a sí mismos, de la posibilidad de crear material propio y no depender de terceros. Varios de ellos preguntaron donde se podían sacar datos, a lo que se les dio la dirección en la web de estadísticas y censos del país, además de que solicitaron el material del taller. Algunos de los comentarios sobre la actividad se presentan en las figuras 9 y 10.

Es importante repetir estas tareas con los docentes, y enseñarles a “pescar”, en lugar de darles simplemente material hecho.

Referencias bibliográficas

- [1] Espinoza, J, Lupiañez, J y Segovia, I (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. Revista digital Matemática, Educación e Internet. Vol 14, Marzo 2014.
- [2] Informe del Estado de la Nación. Compendio de Estadísticas. San José, Costa Rica. 2013.
- [3] Malaspina, U. (2013). Nuevos horizontes matemáticos mediante variaciones de un problema. Unión, 35, 135-143.
- [4] Mendenhall, W, Beaver, R y Beaver, B. *Introducción a la probabilidad y estadística*. Editorial Thomson Learning. 2002.
- [5] Ministerio de Educación Pública. *Documento de Apoyo curricular III Ciclo y Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica. 2011.
- [6] Polya, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F. Editorial Trillas. 1965.
- [7] Salazar, L (2014). Diseño de tareas a partir de la modificación de problemas planteados en libros de texto y su implementación con futuros profesores de matemática. Revista Paradigma vol XXXV (1) junio 2014 V-2.
- [8] Salazar, L (2014). Creación de problemas: un método alternativo para introducir y reafirmar el concepto de grupo. Revista Digital Matemática, Educación e Internet. Agosto 2014.
- [9] Singer, F. M. y Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. Educational Studies in Mathematics, 83(1), 9-26.