

Conocimiento sobre Conceptos Básicos de Probabilidad de un Grupo de Docentes de Primaria de la Dirección Regional Educativa de Heredia

Marianela Alpízar Vargas¹, Laura Chavarría Oviedo², Katalina Oviedo Rodríguez³

Resumen

El estudio de la Probabilidad desde primaria beneficia el proceso de crecimiento intelectual del niño, ya que lo enfrenta a situaciones reales donde él debe hacer conjeturas para tomar decisiones. En este documento se reporta el grado de conocimiento de los docentes de I y II Ciclo de la Educación General Básica de la DREH sobre conceptos básicos de Probabilidad, tales como: tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral, entre otros, dentro de un contexto determinado; esta investigación se realizó durante el año 2011, con un grupo de docentes de primaria y el instrumento de recolección de datos fue el cuestionario. Uno de los hallazgos es que las nociones de aleatoriedad, tipos de eventos y la definición de Probabilidad, no es comprendida por un número, importante, de los docentes participantes.

Palabras clave: Probabilidad, formación docente, conocimientos.

Abstract

The study of Probability starting in Elementary School benefits the cognitive development process of the child, this since the child has to encounter real life situations where he must make guesses in the decision-making process. This document reports the degree of knowledge of educators from I and II Cycle from Dirección Regional de Heredia on basic Probability concepts such as; types of events, Laplace on Probability, sample space, and so forth, within a given context. The investigation was done during 2011, with a group of Elementary School teachers, and the data collection instrument was the questionnaire. One of the main findings is that concepts such as notions of randomness, type of events and the definition of Probability is not understood by a great number of teachers.

Keywords: Probability, training teacher, knowledge.

Modalidad: Ponencia

¹ Escuela de Matemática, Universidad Nacional. Costa Rica. marianela.alpizar.vargas@una.cr

² Colegio Nueva Esperanza, Costa Rica. merula13986@hotmail.com

³ Costa Rica. kataor@hotmail.es

A. Introducción

En Costa Rica, aunque desde 1995 el tema de Probabilidad se encuentra en el Programa de Estudios del Ministerio de Educación Pública (MEP) para I y II Ciclos de la Educación General Básica, el desarrollo en las aulas ha sido poco y la formación de docentes aun menor, por lo que las dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de dicha materia, han estado presentes en las aulas de ese nivel.

Blanco (2001) interesado por el bajo rendimiento en matemáticas de los estudiantes españoles, analizó los planes de estudio universitarios para la formación de profesores de primaria y concluyó que existe la necesidad de efectuar importantes transformaciones en la preparación del profesorado de primaria en lo que respecta a la formación relacionada con esta área y su didáctica a fin de que el sistema educativo pueda hacer frente a los cambios necesarios, lo anterior concuerda con las aportaciones de Godino (2004) en su estudio sobre la preparación de maestros, donde se presenta la función docente como catalizadora y gestora de los aprendizajes; además se concluye que se debería dar un incremento en los cursos asignados al área de didáctica de las matemáticas.

Existen algunas investigaciones que señalan deficiencias conceptuales en Probabilidad por parte de los docentes, uno de ellos fue realizado por Batanero, Mohamed, Ortiz, Rodríguez y Serrano (2006) los cuales presentaron un estudio sobre la capacidad de comparación de probabilidades y estrategias empleadas por maestros en formación. Ellos apuntan la necesidad de reforzar la formación probabilística elemental, de los futuros docentes de educación primaria. Además, señalan que los maestros no tienen un adecuado razonamiento, lo cual se ve reflejado en algunos problemas que se les plantearon.

En el ámbito nacional, las investigaciones son escasas; Jiménez y Jiménez (2005), realizaron un trabajo dirigido a maestros y profesores de matemática, donde exponen algunas reflexiones sobre la necesidad de abordar, los conceptos de incertidumbre y probabilidad en la educación primaria. Ellos señalan lo valioso de enseñar Probabilidad, tanto a nivel de primaria como de secundaria, reconociendo que en el ámbito nacional los objetivos de este tema son dejados de lado con mucha frecuencia. Dentro de las recomendaciones expuestas por estos autores, se apunta que una manera de mejorar la enseñanza de la teoría de probabilidades, en nuestro país, es por medio de la investigación, y señalan que para que sean exitosas es indispensable que las instituciones de educación superior tomen el asunto en sus manos, apoyando estudios como con la labor de impulsar planes de capacitación en dos direcciones: una para formar a los docentes que nunca estudiaron los temas de Probabilidad; otro que ayude a actualizar a los que los olvidaron.

Barrantes et al (2010) investigaron sobre el estado de la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad y Estadística en I y II Ciclo en la educación costarricense en las direcciones regionales educativas de Heredia y Pérez Zeledón, ellos concluyen que según la percepción de un alto porcentaje de los docentes encuestados, el tiempo para desarrollarlos no es suficiente, y señalan como posibles razones la falta de dominio de los contenidos contemplados en los programas de estudio del MEP. También, se evidenció que la formación profesional no ha sido suficiente y los procesos de actualización y capacitación son prácticamente nulos.

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Este artículo corresponde a un extracto de una investigación realizada en la Escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional (UNA), para optar por el grado de licenciatura donde se analizaron las *Actitudes y conocimientos que tienen docentes de la Educación General Básica costarricense de I y II Ciclo sobre Estadística y Probabilidad, en la Dirección Regional Educativa de Heredia*, durante el año 2011.

Dicha investigación estuvo adjunta a los proyectos: Didáctica de la Probabilidad y la Estadística en Primaria y Hacia la Utopía en la Enseñanza de la Matemática en Educación primaria, adscritos y financiados por la Escuela de Matemática de la UNA.

De manera específica se trata aquí el grado de conocimiento de los docentes de I y II Ciclo de la Educación General Básica de la DREH sobre conceptos básicos de Probabilidad, tales como: tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral, entre otros, dentro de un contexto determinado. Para determinar el grado de conocimiento se aplicó un cuestionario relacionado con aspectos básicos de probabilidad.

B. Marco Teórico

Se abarcan en este apartado elementos teóricos sobre probabilidad, su enseñanza y aspectos referidos a formación docente, aspectos referidos a I y II Ciclos de la Educación General Básica en Costa Rica.

Elementos sobre Probabilidad

Ruiz y Sánchez (2006) señalan que durante el siglo XVII y principios del XVIII, matemáticos como Bernoulli, Francis Maseres, Lagrange y Laplace, desarrollaron la teoría de las probabilidades. No obstante durante cierto tiempo, esta limitó su aplicación a los juegos de azar, fue hasta el siglo XVIII que comenzó a aplicarse en problemas científicos.

Según Serrano (1996) el cálculo de probabilidades ocupa una situación muy particular, respecto a los problemas de interpretación de conceptos a lo largo de los años. Ya que a pesar de contar con una axiomática satisfactoria, prosiguen las controversias sobre la interpretación de conceptos básicos, como los de probabilidad o independencia. Estas controversias no son de tipo técnico, ya que el cálculo de probabilidades, como tal, no plantea contradicciones o paradojas.

Debido a la interrelación que tiene esta disciplina con otras ciencias es que se ha considerado a nivel mundial en diversos currículos educativos. Al ser un tema útil e interdisciplinario se ha vuelto una necesidad en la formación de un individuo.

En Costa Rica, según Chavarría (1998) algunas de las razones que provocaron que las autoridades del MEP decidieran incluir esta disciplina como un tema del currículo educativo de la Enseñanza General Básica a partir de 1995, son su importancia dentro del desarrollo científico actual, su valor práctico para la explicación de muchos fenómenos, su potencial para favorecer la comprensión de fenómenos aleatorios fundamentales en la toma de decisiones y la necesidad de propiciar la comprensión e interpretación de la información que generan los medios de información y comunicación actuales. Esta incorporación, pretendió ofrecer a la ciudadanía la posibilidad de generar una cultura que favoreciera una actitud crítica para interpretar y evaluar la información proveniente de diferentes contextos y de situaciones propias de su quehacer cotidiano (citado por Chaves, 2008).

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Según Batanero (2001), la intuición posee un papel determinante, y el diseño de actividades educativas en las que se requiera su empleo, tiene dos grandes funciones: desde edades tempranas permite que el niño comprenda el entorno por sus propios medios antes de ser capaz de entender la complejidad del modelo matemático, además, colabora con el desarrollo del conocimiento analítico que tendrá que emplear posteriormente.

El azar es otro concepto de especial importancia, para Batanero (2006) es claro que el azar, dadas sus múltiples aplicaciones en diversas ciencias, está presente en muchas situaciones cotidianas. Pero debe aceptarse que con frecuencia la intuición traiciona. Por tanto, la enseñanza de nociones probabilísticas contribuiría con la superación de los errores de razonamiento que pueden generar decisiones incorrectas.

Para Pazos (2003), la construcción del conocimiento probabilístico desde los primeros niveles de escolaridad, es una necesidad que debe hacerse realidad, dado que a partir de los comportamientos de regularidad que se puedan establecer con el azar, se logra que el estudiante se enfrente a situaciones donde pueda hacer conjeturas y a futuro facilitar los procesos de toma de decisiones. El empleo de juegos y actividades lúdicas durante la enseñanza de esta disciplina, podría contribuir al aprendizaje de los niños.

Glazman y Varga (1975, citado por Batanero, 2001) indican que aunque el niño puede encontrar en la vida cotidiana sucesos aleatorios que le permitan descubrir las leyes de la Probabilidad, esto no es suficiente; por tanto deben implementarse estrategias que inciten su curiosidad natural para que pueda enfrentarse con la realidad y luchar con las ideas erróneas que pueda tener. Es importante considerar que el uso de material concreto para la enseñanza de este tema, debe hacerse de manera cuidadosa dado que los fenómenos aleatorios pueden tener situaciones distintas en cada simulación. Además, cuando se recolectan resultados de una serie de experimentos, estos deben ser suficientes para que puedan establecerse criterios de convergencia y se aprecien las regularidades en el comportamiento de los fenómenos aleatorios, el empleo de los generadores aleatorios de tipo físico como los dados, las bolas, las ruletas y las barajas de cartas pueden contribuir con ello.

Batanero (2001) señala que la comprensión del concepto equiprobabilidad puede verse favorecido con el empleo de objetos como: fichas, cartas, regletas o bloques que puedan mezclarse antes de extraerlos de una urna, caja o tina. Otros recursos que se pueden utilizar para enseñar conceptos de probabilidad son: tablas de números aleatorios, programas informáticos que generen números al azar, tablas de distribuciones de probabilidades básicas, diagramas de barras, de árbol y de Venn, información de anuarios estadísticos, tablas y datos tomados de la prensa o recolectados por los estudiantes. Estos materiales tienen como ventaja que pueden ser construidos por los estudiantes o son de fácil acceso.

Respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de Estadística y Probabilidad, Barrantes, et al (2010) mencionan que no basta con tener claro cuáles son los conocimientos previos de los estudiantes, ni las habilidades o destrezas que podrían llegar a desarrollar, se necesita poner en práctica estrategias que motiven al estudiante a expresar sus ideas y relacionarlas con la vida cotidiana.

El docente precisa un amplio conocimiento de las técnicas recomendadas para impartir los distintos tópicos. Estos métodos o técnicas deben facilitar que el estudiante visualice la amplia gama de aplicaciones que tiene la Probabilidad, con el fin de que valore su papel

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

práctico. Es necesario que los ejemplos y aplicaciones que se muestran en la clase sean acordes con la realidad del estudiante.

Para Brousseau (1986) las situaciones de acción en el aula deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos con la finalidad que los asuman como propios y ansíen resolverlos. Estas situaciones constituyen un primer encuentro de los estudiantes con los conceptos implícitos, donde se les ofrece la oportunidad de buscar por sí mismos posibles soluciones, sea trabajando individualmente o en pequeños grupos (citado por Chaves, 2008).

El mayor énfasis dado actualmente a la Estadística y a la Probabilidad en distintos currículos, requiere una intensa preparación de los docentes, para permitirles abordar con éxito los objetivos educativos correspondientes; sin embargo, a pesar de la utilidad reconocida y de figurar en los programas oficiales, esta disciplina es frecuentemente olvidada en la educación primaria.

Formación docente

La incursión de la Probabilidad en el currículo requiere de docentes bien preparados tanto en conceptos básicos como en estrategias de enseñanza sobre el tema. En el ámbito educativo, la preparación que reciben los docentes juega un papel fundamental en los salones de clase, pues es ahí donde los conocimientos adquiridos se ponen en práctica.

Para algunos autores (Heaton, 2002; Gattuso y Panone, 2002; Mendoca, Couthino y Almouloud, 2006) el olvido de la probabilidad en educación primaria se debe, en parte, a la escasa preparación con la que el profesor termina sus estudios, lo que hace que cuente con pocos recursos a la hora de dar sus clases y tienda a omitir el tema; acortarlo o, en el mejor de los casos, a presentarlo con una metodología inadecuada (citado por Aparicio y Bazán, 2006).

Este panorama, hace reflexionar si es suficiente y eficiente la formación en las áreas del estudio que tienen los docentes de primaria de nuestro sistema educativo. El hecho de que se omita impartir este tema en los salones de clase, apunta a que el docente no está capacitado o no le parece un tema relevante. Barrantes et al (2010) indican que los docentes de primaria con los que trabajaron en su estudio se muestran poco satisfechos con la formación recibida en Probabilidad; por ende la enseñanza del tema se ve afectada por falta de dominio del mismo, poco uso de las estrategias de mediación adecuadas, así como la poca sensibilización ante la importancia de enseñar dicha disciplina.

En Costa Rica existe gran diversidad en los programas de carreras relacionadas con la enseñanza para I y II Ciclos de la Educación General Básica y un gran número de centros universitarios que los ofrecen. Según Barrantes et al. (2010), en el año 2009, veinticinco universidades tenían carreras profesionales relacionadas con Educación Básica en I y II Ciclos (información tomada de la página Web del Consejo Nacional de Enseñanza Superior Universitaria Privada y de la oferta de carreras de las universidades estatales).

La preparación universitaria recibida por los docentes de primaria es limitada, en la mayoría de los casos para su bachillerato universitario solo llevan dos cursos de Matemática que deben albergar no solo los contenidos básicos de dicha asignatura sino que además la didáctica de los mismos. (Alpizar, Barrantes, Bolaños, Céspedes, Delgado, Freer, Padilla y Viquez (2012) y Alfaro, Alpizar, Morales, Salas y Ramírez (2012)). Por otra

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

parte, según Barrantes et al (2010) únicamente en cinco de las universidades que imparten la carrera de I y II Ciclo se abarcan algunos conceptos de Probabilidad.

Por lo anterior se puede destacar que uno de los factores que puede estar afectando el proceso de enseñanza de la Probabilidad es la falta de preparación del docente, al no estar contenidos en los planes de formación conceptos básicos de la misma.

Nuestro sistema educativo, como se mencionó antes, demanda de docentes preparados, que posean dominio en los temas que van a enseñar y sean capaces de contextualizarlos a la realidad, además de aplicar estrategias adecuadas para su enseñanza.

C. Marco Metodológico

El propósito de esta investigación fue evaluar los conocimientos básicos que poseen los maestros de primaria pertenecientes a un grupo de educadores de primaria, respecto a algunos conceptos de Probabilidad; tales como: definición de probabilidad laplaciana, tipos de eventos, entre otros. Para lograr dicho objetivo se aplicó un instrumento relacionado con conceptos básicos de probabilidad, para la construcción de este se tomaron preguntas de la adaptación realizada por Batanero, Estrada y Fortuny (2004) al cuestionario de Konold y Garfield (1991) y otras que se elaboraron en conjunto con académicos de la Escuela de Matemáticas de la UNA. Este cuestionario cuenta con ocho preguntas abiertas y cinco cerradas, correspondientes a conceptos básicos de Probabilidad.

Selección de la muestra

La población estuvo conformada por docentes de I y II Ciclo de la Educación General Básica de la DREH, en donde se tomó como muestra a 20 docentes pertenecientes a dicha provincia, los cuales fueron seleccionados por los Asesores Pedagógicos de la misma. 18 de ellos laboran en escuelas diurnas públicas; solamente dos son varones y dos eran Asesores Pedagógicos de Matemáticas de la dirección regional citada.

Análisis de la información

El análisis de los datos fue descriptivo, la información recolectada en el cuestionario fue codificada en una base de datos para luego determinar el nivel de conocimiento del docente sobre tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral, entre otros. Para realizar dicho análisis se establecieron tres niveles de conocimiento, en la tabla adjunta se detallan.

Cuadro 1. Nivel de conocimiento del docente sobre tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral, entre otros, dentro de un contexto determinado

DP	DP.1 Demuestra poco conocimiento de los conceptos básicos de Probabilidad (tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral).
	DP.2 Demuestra algún conocimiento de los conceptos básicos de Probabilidad (tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral).
	DP.3 Demuestra conocimiento completo de los conceptos básicos de Probabilidad (tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral).

D. Análisis de la Información

Características y descripción de los participantes

De los participantes en el estudio (20 en total) 12 tienen licenciatura y cinco maestría. Además, 13 obtuvieron su mayor grado profesional en universidades privadas y 11 afirmaron haber recibido en su formación universitaria cursos donde se impartieron temas sobre Probabilidad y Estadística (tanto en universidades públicas como privadas).

88,2% de los encuestados tienen cinco o más años de experiencia, por lo que se puede suponer que la mayor parte de ellos ha debido impartir Estadística y Probabilidad en algún momento, ya que estas temáticas se incorporaron en los Programas de Estudio del MEP para I y II Ciclos de la Educación General Básica desde 1995 y están presentes desde primero hasta quinto grado (programa anterior), solamente si ha impartido sexto grado no debía desarrollar las temáticas en cuestión.

Análisis del cuestionario

A continuación se resume la información obtenida por medio del cuestionario de conceptos básicos de probabilidad, se indica lo contestado en cada ítem por los participantes y se hace un análisis al respecto, cabe destacar que solamente se presentan algunas de las preguntas realizadas.

Pregunta 1. Cuando se lanzan, al aire, dos dados numerados del 1 al 6 cada uno. Si se considera la suma de las dos cantidades que están en la cara que cae hacia arriba, de los posibles resultados que se pueden obtener ¿Cuál(es) cantidad(es) tiene(n) la menor probabilidad de obtenerse?

Solución. Para la solución de este ejercicio se presenta el siguiente cuadro, en la columna y fila uno se muestran las caras que tiene un dado y en las casillas restantes el resultado de las sumas.

Cuadro 2. Combinación al sumar las caras de dos dados

		Dado 2						Suma de los valores en las ----- -----
Dado 1	1	2	3	4	5	6		
1	2	3	4	5	6	7		
2	3	4	5	6	7	8		
3	4	5	6	7	8	9		
4	5	6	7	8	9	10		
5	6	7	8	9	10	11		
6	7	8	9	10	11	12		

Como se puede observar en el cuadro, las cantidades que tiene menor probabilidad de obtenerse son 2, 3, 11 y 12. De los quince participantes que contestaron esta pregunta sólo cinco acertaron, uno de ellos no escribe las cantidades que se obtienen sólo las caras que deben salir para obtener un 2 y un 12 (1-1 y 6-6). Esta pregunta dio indicios del manejo de la definición de probabilidad laplaciana por parte de los docentes.

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Algunos de los que no contestan correctamente consideran que todos tienen igual probabilidad, pero no especifican a que se refieren con esto si a las caras de los dados o a la suma que se obtiene al tirarlos, al ser su respuesta incorrecta se asume que opinan que todas las cantidades tienen la misma probabilidad de obtenerse.

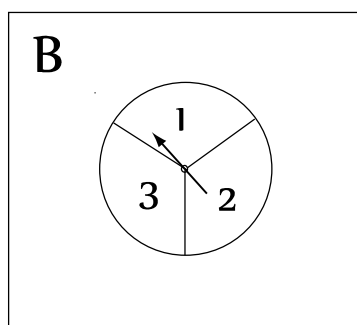
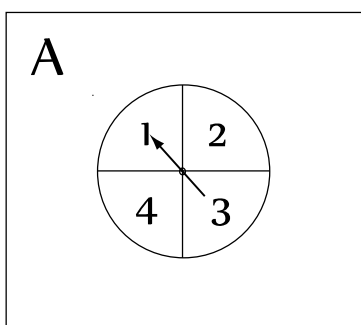
Pregunta 2. Una clase de matemáticas tiene 13 niños y 16 niñas. Se escribe el nombre de cada estudiante en un trozo de papel. Se colocan todos los trozos de papel en un recipiente. Si el profesor saca uno sin mirar, entonces

- a) *Es más probable que se trate de un niño que de una niña.*
- b) *Es más probable que se trate de una niña que de un niño.*
- c) *Es igual de probable que se trate de un niño que de una niña.*
- d) *La información aportada no es suficiente para determinar cuál es la selección más probable.*

Solución. La probabilidad de que se trate de un niño es $\frac{13}{29}$ y la probabilidad de que sea una niña es $\frac{16}{29}$; se puede apreciar que es mayor la probabilidad de que sea una niña. Por lo tanto, la respuesta correcta es la opción b). Esta pregunta dio indicios del manejo de la definición de probabilidad laplaciana y tipos de eventos.

Trece participantes coinciden con esto, por lo que podemos concluir que logran obtener correctamente las probabilidades en este problema. Sin embargo, tres consideran que es igual de probable que se trate de un niño que de una niña, esto muestra que estos participantes no comprenden el concepto de probabilidad laplaciana ni logran obtener las probabilidades que presenta el problema, además se puede concluir que tan poco tienen claro el significado de eventos igualmente probables.

Pregunta 3. Se adjuntan los dibujos de dos ruletas que tienen flechas que se giran y señalan un número. Si se giran ambas ruletas ¿en cuál de ellas es más probable obtener un tres?



- a) *Ruleta A.*
- b) *Ruleta B.*
- c) *Las dos ruletas tienen la misma posibilidad de marcar un tres.*

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

d) *La información aportada no es suficiente para determinar en cual ruleta es más probable obtener un tres.*

Además de seleccionar una opción los participantes debían explicar por qué eligieron esa respuesta.

Solución. En la ruleta A la probabilidad de obtener un 3 es $\frac{1}{4}$ y en la ruleta B es $\frac{1}{3}$ por lo tanto, es más probable obtener un tres en la ruleta B. Once participantes acertaron, esta pregunta dio indicios del manejo de la definición de probabilidad laplaciana por parte de los docentes. A continuación se muestran algunas de las justificaciones otorgadas por los participantes.

Enrique:

¿Por qué elegiste esa respuesta?

Porque es 1 de 3 mientras en A es una de cuatro

Vitalicia:

¿Por qué elegiste esa respuesta?

Porque el espacio que abarca el #3 es más amplio que en la otra ruleta

Valeria:

¿Por qué elegiste esa respuesta?

La fracción en la respuesta B es mayor.
Mayor fracción \rightarrow Mayor probabilidad

Aunque estos participantes marcaron la respuesta correcta no todas sus justificaciones están basadas en conceptos probabilísticos. Por otra parte, cuatro docentes seleccionan la opción c) y uno la a) por lo que no logran comprender en cual ruleta el número tres tiene más probabilidad de obtenerse y justifican su escogencia considerando que las dos ruletas tienen el mismo número por lo tanto, en cualquiera de las dos puede salir. Con esta respuesta muestran que no logran obtener las probabilidades en cada ruleta.

Pregunta 4. Se lanza, al aire, una moneda cinco veces y siempre aparece “corona”. Si se vuelve a lanzar la moneda

- Lo más probable es que aparezca corona de nuevo.*
- Lo más probable es que aparezca escudo.*
- Es igual de probable que aparezca “corona que escudo”.*
- La información aportada no es suficiente para determinar el comportamiento de la moneda.*

Solución. Considerando que la moneda no esté “cargada” es igualmente probable que aparezca corona o escudo, ya que la probabilidad de cada una es $\frac{1}{2}$, por lo que la respuesta correcta es la opción c). Quince participantes coinciden y aciertan esta respuesta,

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

asegurando que escudo o corona tienen la misma probabilidad, mostrando que comprenden el concepto de eventos igualmente probables.

Uno de los participantes contesta que lo más probable es que aparezca corona de nuevo.

Pregunta 5. La maestra debe elegir uno de dos estudiantes, que se ofrecieron para llevar el Pabellón Nacional en el acto cívico del 25 de julio, para ello la maestra tiene tres posibles juegos; a saber:

1. *Piedra, papel, tijera.*
2. *Zapatito cochinito.*
3. *De tin marín de do pingüé.*

El(los) juego(s) con el(los) cual(es) se realizaría una escogencia aleatoria corresponde a:

- a) *Solo 1.*
- b) *Solo 2.*
- c) *Solo 3.*
- d) *Solo 1 y 2.*
- e) *Solo 1 y 3.*
- f) *Solo 2 y 3.*
- g) *Ninguno.*
- h) *1,2 y 3.*

Solución. La respuesta correcta es la opción a) ya que en los juegos zapatito cochinito y de tin marín de do pingüé se puede predecir el resultado dependiendo del inicio del juego, sólo piedra, papel, tijera representa una escogencia aleatoria, ya que no se puede predecir si el jugador contrario va a sacar piedra, papel o tijera; solamente siete de los docentes acertaron en su respuesta. Un total de diez participantes contestan erróneamente este ítem, nueve de ellos consideran que los juegos zapatito cochinito y tin marín de do pingüé representan una escogencia aleatoria, los docentes no están consientes de que en estos juegos se puede predecir quién va a ganar, son sucesos no aleatorios, puede determinarse el resultado antes de que este se produzca. Por lo que se puede concluir que no comprenden el concepto de aleatoriedad que se plantea en este ejercicio o bien no tienen el conocimiento de la dinámica en esos juegos. Por otra parte, un participante piensa que ninguno de los juegos representa una escogencia aleatoria. Esta pregunta dio indicios del conocimiento que tienen los docentes acerca de tipos de eventos.

Pregunta 6. En la caja A se han metido tres fichas negras y una ficha blanca. En la caja B se han metido dos fichas negras y una ficha blanca.

Para ganar un premio tiene que sacar una ficha negra. Si tiene que sacar una ficha sin mirar de alguna de las cajas ¿Cuál elegiría?

- a) *La caja A da mayores posibilidades de obtener una ficha negra.*
- b) *La caja B da mayores posibilidades de obtener una ficha negra.*

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

- c) *Las dos cajas dan la misma probabilidad.*
- d) *La información aportada no es suficiente para determinar cuál es la selección más adecuada.*

Solución. La caja A da mayores probabilidades de obtener una ficha negra, ya que la probabilidad es $\frac{3}{4}$ y en la B es $\frac{2}{3}$, la respuesta correcta es la a). Catorce de los participantes logran identificar estas probabilidades y por lo tanto, acertar su respuesta; aunque, no todas las justificaciones están correctas por completo. Por ejemplo argumentan lo siguiente: “existe mayor cantidad de fichas negras mayor probabilidad de ganar”, “al haber más cantidad de fichas negras la probabilidad aumenta” estas justificaciones no son del todo válidas ya que no usan el concepto de probabilidad para dar su respuesta y sus argumentos son más intuitivos. De los catorce que seleccionan la opción correcta sólo tres logran justificar bien su respuesta, dando respuestas como la siguiente $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, lo cual indica que el participante que escribió esto obtiene la probabilidad tanto con la caja A y con la B además, realiza la comparación entre dichas probabilidades.

Por otra parte, dos participantes consideran que la caja B da mayores probabilidades argumentando lo siguiente: “en esta hay más posibilidades debido a la presencia de mayor cantidad de fichas negras”. Otro docente opina que las dos cajas dan la misma probabilidad justificando que ambas tienen fichas negras. Las justificaciones que ofrecen estos participantes no son correctas, no se puede concluir que un evento es más probable que otro basándose en que haya más cantidad, en este caso de fichas negras, además, en ninguno de los argumentos se utilizó la definición de probabilidad.

Esta pregunta aportaba en el análisis acerca del conocimiento de definición de probabilidad laplaciana y tipos de eventos.

Pregunta 7. En un frasco de un medicamento hay impreso el siguiente mensaje:

ADVERTENCIA: al aplicarlo en superficies cutáneas hay 15% de probabilidades de que se produzca un sarpullido. Si aparece un sarpullido, consulte a su médico.

¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación de esta advertencia?

- a) *No usar el medicamento sobre la piel; hay bastantes probabilidades de que se produzca un sarpullido.*
- b) *En aplicaciones sobre la piel, usar sólo 15% de la dosis recomendada.*
- c) *Si aparece un sarpullido, probablemente solo afecte 15% de la piel.*
- d) *Aproximadamente 15 de cada 100 personas que usan la medicina reaccionan con un sarpullido.*
- e) *Hay pocas probabilidades de tener un sarpullido usando esta medicina.*

Solución. La opción correcta es la d) (aproximadamente 15 de cada 100 personas que usan la medicina reaccionan con sarpullido) ocho participantes logran acertar la respuesta, mostrando que interpretan correctamente el enunciado puesto que saben el significado de lo expuesto en el problema, esto es, 15% de probabilidades.

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Por otra parte, dos consideran que la mejor interpretación es que no se debe usar el medicamento sobre la piel porque hay bastantes probabilidades de que se produzca un sarpullido, haciendo una mala interpretación del ejercicio planteado.

Un participante interpreta que en aplicaciones sobre la piel sólo se debe usar el 15% de la dosis recomendada, esto demuestra que no logra comprender la situación relacionada con probabilidades que se les plantea, o bien no lee con detenimiento el ejercicio, esto porque en ninguna parte de la advertencia se establece que el 15% se refiere a la cantidad de medicamento que debe aplicarse.

Finalmente, seis participantes opinan que hay pocas probabilidades de tener un sarpullido usando esta medicina, aunque esta no es la opción que contesta de la mejor manera la pregunta, estos participantes interpretan que el 15% representa una probabilidad baja, lo cual puede considerarse como relativamente correcto.

El número de participantes que contestan en forma incorrecta esta pregunta son tres, aunque es un número pequeño es preocupante que realicen este tipo de interpretaciones en una pregunta donde se tratan temas cotidianos.

Pregunta 8. Los García quieren comprar un automóvil nuevo y han limitado su elección a un Toyota o un Nissan. En primer lugar consultaron un ejemplar de la revista "Información al consumidor" que comparaba los porcentajes de reparaciones de varios tipos de automóviles. Los registros tomados sobre las reparaciones efectuadas a 400 autos de cada marca mostraron menos problemas mecánicos con el Toyota que con el Nissan. Los García preguntaron entonces a tres amigos, dos poseedores de Nissan y un antiguo propietario de un Toyota. Los dos propietarios del Nissan informaron que habían tenido algunos problemas mecánicos, aunque ninguno fue serio. El poseedor del Toyota; sin embargo, "explotó" cuando se le preguntó cómo le había ido con su automóvil:

Primero, se me estropeó la inyección de gasolina. ¡Me costó como 150 000 colones el arreglo! Después empecé a tener problemas con el eje trasero y tuve que reemplazarlo. Finalmente, decidí venderlo cuando se le fue la transmisión. Nunca compraré otro Toyota.

Los García quieren comprar el automóvil que con menos probabilidades requiera reparaciones serias. Con lo que ahora conoces ¿Qué auto les recomendarías que compraran?

- a) Yo les recomendaría que compren el Nissan, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con el Toyota. Puesto que ellos no han oído historias tan horrosas sobre el Nissan, deberían decidirse por este.*
- b) Les recomendaría que compren el Toyota, a pesar de la mala experiencia de su amigo. Este es sólo un caso, mientras que la información mostrada en "Información al Consumidor" está basada en muchos casos. Y, de acuerdo con estos datos, es algo menos probable que el Toyota requiera reparaciones.*
- c) Yo les diría que no importa el auto que compren. Incluso aunque es menos probable que una marca requiera reparaciones respecto al otro, ellos todavía podrían, sólo por azar, cargar con un automóvil que necesite varias reparaciones. Por tanto, podrían también decidirse según el resultado de lanzar una moneda.*

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Solución. En este problema la opción correcta es la b) quince de los participantes contestan correctamente mostrando que logran comprender el manejo de las probabilidades que se da en este caso. Por el contrario, dos docentes creen que la mejor opción es tirar una moneda al aire, es decir, dejarlo al azar, estos participantes no están tomando en cuenta los porcentajes de probabilidades que ofrece en este caso la revista que se menciona, o no consideran que estos datos sean relevantes, por lo que se podría interpretar que no comprenden el concepto de probabilidad involucrado en el ejercicio.

De manera general, el análisis del cuestionario indica que varios de los participantes tienen dificultades para comprender conceptos básicos de probabilidad.

La intuición y las creencias fueron muy utilizadas por los docentes en la resolución de este cuestionario, la Probabilidad empírica jugó un papel importante en la resolución del mismo, aunque la mala aplicación de este, también los hizo cometer errores. El conocimiento de la probabilidad laplaciana es poco, en algunos docentes y nulo en otros, quienes no logran argumentar con razones válidas las repuestas que ofrecen.

Los problemas donde se involucraron los conceptos de azar o aleatoriedad no representaron problema para un número considerable de docentes. Pese a esto hay algunos que no dominan estas temáticas, por ejemplo consideran que los juegos zapatito cochinito o de tin marín de do pingüé representan una escogencia aleatoria.

Errores como estos reflejan deficiencias que tienen algunos docentes en los temas tratados, ellos deben ser conscientes y comprometerse a mejorar en las áreas que consideren se les dificulten, claro está que para ello debe existir apoyo de estancias superiores de la educación. Como se citó en el marco teórico el docente debe manejar muy bien los conceptos disciplinares para poder impartir sus clases de la mejor manera, si tiene deficiencias conceptuales puede transmitirlos a sus estudiantes.

A continuación se describe el nivel donde se ubicó a cada uno de los participantes de acuerdo al grado de comprensión sobre conceptos básicos de probabilidad.

Perfil de los docentes

Basándose en las respuestas otorgadas por los participantes en el cuestionario, se ubica a cada uno en los niveles de conocimientos básicos.

Carmen	Se encuentra en el nivel DP.2 pues demuestra algún conocimiento de los conceptos básicos, esto porque en algunos ejercicios muestra dificultades al interpretar situaciones que involucran el concepto de aleatoriedad y eventos probables.
Marcia	En Probabilidad no identifica los significados de improbable, no muy probable y muy probable, ni aplica el concepto de Probabilidad laplaciana, pues los argumentos brindados en sus repuestas no poseen una base teórica correcta del concepto, por lo que se ubica en el nivel DP.1

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Flora	En conocimientos básicos de Probabilidad se sitúa en el nivel DP.2 pues aunque mostró dominio en algunos conceptos como tipos de eventos, definiciones de probable, muy probable, entre otros, en algunos ejercicios comete errores al utilizar el concepto de probabilidad y en otros no interpreta correctamente la aleatoriedad.
Matilde	En conocimientos de Probabilidad Matilde se ubica en el nivel DP.2 pues demuestra tener conocimientos en esta disciplina, sin embargo, cometió errores al analizar ejercicios donde debía utilizar el concepto de probabilidad y aleatoriedad.
Rosa	Se puede situar en el nivel DP.2 pues en algunos ejercicios realiza conclusiones correctas utilizando el concepto de aleatoriedad, sin embargo, muestra dificultades en aplicar la definición de probabilidad y comprender el significado de las frases “es muy probable que” y “es improbable que”.
Tatiana	Relacionado con conocimientos en Probabilidad la participante no realizó el cuestionario que involucra estos, por lo que no se tiene información suficiente para ubicarla en alguno de los niveles.
Adán	Adán no realizó el cuestionario sobre Probabilidad por lo que no existen argumentos suficientes para ubicarlo en algún nivel con este tema.
Vitalici	Vitalicia demuestra un amplio conocimiento sobre aleatoriedad, definición de probabilidad y tipos de eventos, por lo que se ubica en el nivel DP.3.
Ángela	Se ubica en el nivel DP.2 ya que demuestra algún dominio de conceptos básicos, sin embargo, se le dificulta aplicar el concepto de eventos equiprobables y no logra comprender el significado de la frase muy probable.
Samanta	Demuestra que comprende el significado de las frases probable, muy probable e improbable, sin embargo, tiene dificultades al aplicar el concepto de probabilidad, aleatoriedad y eventos equiprobables, se encuentra en el nivel DP.1.
Mercedes	Tuvo problemas al comprender el significado de las frases muy probable e improbable. Al aplicar la definición de probabilidad en algunos ejercicios lo hace en forma correcta y en otros no, se le dificulta comprender el concepto de aleatoriedad, por esta razón se ubica a la participante en el nivel DP.2.
Valeria	Tiene un buen rendimiento en el cuestionario aplicado, demuestra conocimientos sobre definición de probabilidad, tipos de eventos y comprensión de frases como “probable”, “improbable”, “poco probable”, sólo comete un error en el significado de la frase “muy probable” y también en un ejercicio donde se involucra el concepto de aleatoriedad, estos errores no son muy significativos por esto Valeria se encuentra en el nivel DP.3.

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

Sara	En conocimientos básicos sobre Probabilidad, comprende el significado de las frases “probable e improbable”, no así de “muy probable y no muy probable”, en algunos ejercicios aplica correctamente el concepto de probabilidad pero en otros no lo hace y en sus respuestas refleja que no comprende el concepto de aleatoriedad, es por esto que Sara se ubica en el nivel DP.2.
Nicole	Se encuentra en el nivel DP.2 ya que aplica la definición de probabilidad en algunos ejercicios pero en otros no lo hace, además comprende el significado de las frases “probable”, “improbable” sólo en la frase “muy probable” muestra confusión.
Emilia	Emilia no realizó el cuestionario sobre Probabilidad por lo que no se puede situar en ninguna categoría.
Enrique	Demuestra conocimiento en definición, aleatoriedad, tipos de eventos, ya que resuelve los ejercicios correctamente y las justificaciones que ofrece son válidas, pero comete errores en la comprensión de las frases ”improbable” y “muy probable” y en el proyecto final presenta un problema determinista y el indica que es probabilístico, debido a esto se encuentra en el nivel DP.2.
Antonietta	Comprende el significado de las frases “probable”, “improbable”, ”muy probable” y “no muy probable”, al resolver ejercicios donde se involucra la definición de probabilidad comete errores al igual que en utilizar el concepto de aleatoriedad y eventos equiprobables, por esto se encuentra en el nivel DP.1.
Aura	En Probabilidad, logra comprender el significado de frases relacionadas con probabilidad como “muy probable”, “probable”, “improbable”, “muy poco probable”, además resuelve correctamente problemas donde debe comprender las definiciones de probabilidad, eventos equiprobables, sólo falla en un ejercicio donde debe aplicar el concepto de aleatoriedad, se encuentra en el nivel DP.3.
Sol	Demuestra conocimientos en obtener probabilidades, pese a esto hubo dos ejercicios en los que no logró conseguir la probabilidad de cierto evento y en otro muestra que no comprende el concepto de aleatoriedad, además tuvo un error en la comprensión de la frase “muy probable”, por estas situaciones Sol se sitúa en el nivel DP.2.
Julia	Consigue comprender el significado de frases “muy probable”, “probable”, “improbable”, “muy poco probable”, sin embargo, al tener que resolver ejercicios donde se deben obtener probabilidades no lo logra y no comprende el concepto de aleatoriedad, por esta razón se ubica en el nivel DP. 1.

Se puede concluir que la mayoría de docentes se ubican en el nivel DP.2 pues demuestran algún conocimiento sobre conceptos básicos de Probabilidad, solamente tres participantes se ubican en el nivel DP.3 demostrando un conocimiento completo en estos temas, lo cual es preocupante desde el punto de vista, que estos docentes están impartiendo el tema de Probabilidad en las aulas de primaria.

E. Conclusiones y Recomendaciones

III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos

El grado de comprensión sobre conceptos básicos de Probabilidad fue variable, algunos docentes poseen poco conocimiento, la mayor parte demostraron algún conocimiento y tres participantes un dominio completo de estos contenidos.

Las nociones de aleatoriedad, tipos de eventos y la definición de Probabilidad, no es comprendida por un número importante de docentes, cuatro de los participantes mostraron muy poco dominio en estos conceptos. Entre los errores más comunes que cometieron están el no saber lo que es aleatoriedad, en uno de los ejercicios propuestos concluyen que al lanzar una moneda se puede predecir el obtener escudo o corona. Además, aplican incorrectamente la definición de Probabilidad, aunque a veces aciertan las respuestas, las justificaciones que ofrecen son incorrectas o no se apegan a conceptos propios de probabilidad se dejan llevar por ideas empíricas o, en algunos casos, creencias sociales.

Se debe resaltar que hubo docentes que mostraron un buen dominio de los conceptos, realizaron conclusiones acertadas e interpretaron correctamente los problemas planteados, es este el caso de Vitalicia, Valeria y Aura que están en el nivel DP.3, que significa que demuestran conocimiento completo de los conceptos básicos de Probabilidad (tipos de eventos, probabilidad laplaciana, espacio muestral). Este hecho preocupa en el sentido que un número muy reducido de docentes son las que tienen un dominio aceptable de los conceptos básicos que se trabajaron, el resto tiene deficiencias en temáticas, que en su mayoría, han impartido en las aulas de primaria.

El dominio de nociones probabilísticas es de gran utilidad para generar un ciudadano crítico, que pueda tomar decisiones acertadas en ambientes de incertidumbre y pueda enfrentar situaciones que requieran el uso de estas temáticas; por el contrario la ausencia de estas creará ciudadanos que se dejan llevar por ideas intuitivas o creencias sociales.

Los docentes deben ser conscientes de la importancia de poseer estos conocimientos y de su aplicabilidad en situaciones de la cotidianidad. Es preocupante que algunos docentes consideren que la Probabilidad no es tan útil para la formación de un ciudadano incluso piensan que este tema es de difícil comprensión y que no tiene mucha aplicabilidad en situaciones cotidianas.

Las deficiencias del proceso de formación docente en su etapa universitaria pueden tener consecuencias negativas cuando estos lleguen a las aulas de educación primaria, ya que no se puede enseñar lo que no se conoce. Los entes formadores de docentes de I y II Ciclos de la Educación General Básica deben analizar sus planes de estudio y cursos relacionados con tópicos de Matemáticas, para brindarles a sus graduados una mejor formación al respecto. Aunado a esto, entes capacitadores con el MEP, universidades públicas entre otros, deben tomar conciencia que la necesidad de capacitación en el área de Probabilidad es urgente.

El Programa de Estudios del MEP, aprobado en el 2012 da un tratamiento con mayor profundidad al área de Probabilidades por lo que es necesario que se tomen acciones en cuanto a la formación docente en este tema. Según el informe presentado por Alfaro et al. (2012), el principal enfoque de los nuevos programas es: La resolución de problemas con énfasis en los contextos reales, proponen aproximar las matemáticas escolares a la realidad del estudiante. La resolución de problemas se asume como una reconfiguración de la estrategia pedagógica y un estilo de organización de las lecciones para construir aprendizajes. Por tanto es importante incluir en las agendas de formación y capacitación el uso de problemas para la clase de Matemática.