

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS EN EL TEMA DE PROBABILIDAD: UNA EXPERIENCIA CON DOCENTES DE SANTA CRUZ, GUANACASTE

Autores: Saúl Meneses Quesada ¹ y Lorena Salazar Solórzano ²

Resumen. Este documento presenta una experiencia con profesores de matemática de secundaria en el tema de probabilidad, donde se ha implementado la metodología propuesta por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) 2012 para la educación media. Se intenta, además de lograr un aprendizaje en el tema, que los profesores vivan y reflexionen sobre la metodología antes de que la implementen en sus propios estudiantes.

Palabras clave: probabilidad, didáctica de la probabilidad, resolución de problemas, educación matemática.

Abstract. This paper presents an experience with high school mathematics teachers in the field of probability, where the implemented methodology has been proposed by the Ministerio de Educación Pública of Costa Rica (MEP) 2012 for secondary education. It attempts, not only to achieve the subject learning, but that the teachers live and think about this methodology before implementing it in their own students.

Keywords: probability, teaching probability, problem solving, mathematics education.

Modalidad: ponencia.

Introducción

Este documento intenta difundir los resultados de una experiencia de enseñanza y aprendizaje en el tema de probabilidad, que se dió a 30 profesores de matemática de secundaria, de la región de Santa Cruz, Guanacaste en octubre del 2012. Los mismos fueron convocados por

¹smenesesq@gmail.com

²lorena.salazarsolorzano@ucr.ac.cr

la asesora regional de la zona, Ana Virginia Berríos, con el fin de recibir una capacitación en probabilidad, adicional a las del MEP, en los temas de combinatoria y técnicas de conteo, ley de Laplace y regla de Bayes. Se intenta además, evaluar la metodología y el “estilo de organización de lecciones”, propuesta por los nuevos programas MEP 2012 para la educación media, aplicados a docentes con las adaptaciones de contenidos y de tiempo necesarios. Además de buscar el logro de conocimientos en combinatoria, se hicieron reflexiones con los docentes participantes, sobre la metodología usada y sobre algunos aspectos didácticos, a la hora de enseñar este tema, como construir los principios mediante el uso de la conjunción y disyunción y no mediante el estudio de casos y etapas, pues se consideró una forma más intuitiva.

Esta experiencia constituyó una parte del seminario de graduación “Unidad didáctica de probabilidad para la enseñanza secundaria”, de los estudiantes Saúl Meneses, Armando Mora, Hugo Peña y Anthony Valverde, bajo la dirección de la profesora Lorena Salazar. Se pretende que con la divulgación de esta experiencia, otros colegas puedan corregir en situaciones similares, las debilidades que se dieron en la misma, así como reforzar otros aspectos que resultaron, a nuestro criterio, positivos.

Metodología para el desarrollo del taller

En la base teórica de los programas de estudio del MEP (2012), se establecen cinco ejes disciplinares, a saber:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- La contextualización activa como un componente pedagógico especial.
- Un uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- Una potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.
- El uso de la historia de las matemáticas. (p. 35)

En esta experiencia con los profesores de Santa Cruz, se usó como estrategia metodológica, la resolución de problemas para introducir los temas, y se intentó solo un poco de los otros ejes disciplinares, como son la historia y uso de tics, debido a que solo se contaba con un solo

día para la capacitación. En cuanto a la gestión y planeamiento pedagógicos, estos programas de estudio plantean además, un estilo para organizar las lecciones, siguiendo los siguientes pasos:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre. (p. 41)

En esta capacitación se usó este “estilo de organizar la lección”, no solo con el fin de dar formación en conceptos de probabilidad a los docentes, sino también con la intención de evaluar la metodología propuesta por el MEP, de forma que los profesores mismos se concientizaran de la labor que les tocará cubrir, el reto que esto significa, y las medidas que deberán tomar cuando les corresponda ser ejecutores de una metodología después de haberla vivido y haberla sentido ellos mismos, como “estudiantes”.

Se organizó a los profesores en grupos que ellos mismos formaron, según su afinidad, de aproximadamente 6 personas, aprovechando el mobiliario del local de mesas grandes. Se inició con una dinámica con el fin de que los profesores se conocieran un poco más, adquirieran confianza entre ellos y se facilitara el trabajo grupal por el resto del día. Esta dinámica consistió en que cada grupo se pusiera un nombre y designara un vocero para que presentara a sus compañeros. Surgieron nombres coloquiales relacionados con su provincia en los diferentes grupos, que les hizo interactuar positivamente entre ellos.

En el transcurso del taller, se les fue asignando a cada grupo una serie de problemas de combinatoria y técnicas de conteo, para introducir y desarrollar los diferentes temas. Se intentó que los grupos siguieran en principio los primeros dos pasos del método de Polya (1965), aunque no plantearan un plan adecuado para el logro de su solución completa, por falta de conocimientos. La idea fue que se interesaran en el problema y discutieran posibles formas de abordarlo.

Luego uno de los encargados de la capacitación, usando una presentación digital, fue introduciendo en cada caso la teoría, presentada como una necesidad para la solución del problema planteado inicialmente, seguido de otros ejemplos resueltos. Nuevamente se les daba un tiempo de 5 a 10 minutos, para completar el ejercicio que discutieron al inicio del tema. Luego cada grupo escogía un vocero para exponer lo que discutieron, aunque no hallaran la solución al problema. Una vez que todos exponían, se discutía a nivel de todo el grupo los avances realizados sobre las soluciones sugeridas, se hacían correcciones, si las hubiese y se exponía una solución. Finalmente, uno de los capacitadores hacía una institucionalización de los resultados teóricos, junto con algunos otros ejemplos para lograr el reforzamiento y la asimilación de la teoría.

Desarrollo de la actividad

Los profesores participantes del taller mostraron interés, gracias a la urgencia que tienen en el dominio de los contenidos básicos de probabilidad, según sus propias opiniones. Se escucharon expresiones como: “para este tema de verdad vamos a tener que estudiar”. El horario del taller se desarrollo en tres bloques: de 8 a. m. a 10 a. m., un receso de 20 minutos, de 10: 20 a 12 p. m., una hora de almuerzo, y luego de 1 p. m. a 4 p. m., en que terminó la actividad. A continuación, se explica cada bloque de trabajo y sus resultados.

Bloque de 8 a. m. a 10 a. m.: principio de suma y producto, permutaciones (con y sin repetición) y permutaciones de r objetos.

Se inició con principio de la suma y el principio del producto. Se les explicó con detalle la relación con el “y” y el “o” que se utilizan en el lenguaje común. Se dieron varios ejemplos, uno de ellos fue el siguiente:

¿De cuántas maneras se puede escoger un número de cuatro cifras donde sean pares todos sus dígitos, pero sin utilizar el 4 y el 8, o todas sus cifras impares, sin utilizar el 5 y el 7?
--

Para su solución se usó la propiedad del complemento; si se usan dígitos impares, es lo mismo

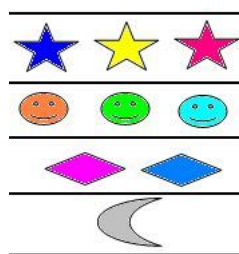
no usar el 5 y el 7, que usar el 1 o el 3 o 9. Algunos empezaron con el esquema usual para resolver estos problemas, usando casillas y cuanto admitía cada posición, pero este fue su mayor desarrollo, nadie logró hallar la respuesta porque no sabían separar el problema en dos conjuntos disjuntos. En la introducción del contenido de permutaciones de n objetos sin repetición, se presentó el siguiente ejemplo, entre otros:

En el campeonato nacional de fútbol, verano 2012, los clasificados a la etapa final fueron: Pérez Zeledón (PZ), Santos (ST), Saprissa (SP) y Heredia (H). **¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar estos cuatro equipos en las posiciones: campeón, subcampeón, tercer y cuarto lugar?**

En este problema los profesores se entusiasmaron por su afinidad al fútbol y por ser un problema contextualizado. En la solución del problema planteado, se utilizó un diagrama de árbol para contar las distintas maneras de ordenar estos equipos en las 4 posiciones, valiéndose del principio de la suma y el producto, con la idea de obtener el resultado, 24 maneras. Se aprovechó este ejemplo para generalizar este proceso y dar un bosquejo de la demostración de que el número de permutaciones de n objetos es $P(n) = n!$.

Para las permutaciones con repetición se utilizó, entre otros, el siguiente problema:

¿Cuántas formas posibles hay de ordenar en una fila, las 9 figuras de la siguiente imagen?



Este problema, deja abierta la posibilidad de dos interpretaciones: la que fue identificada por los docentes es en la que importan los colores de las figuras, de manera tal que la solución es

9!; la otra interpretación se da al especificar que no importa el color, si no, solamente la figura, esta última no fue identificada por ellos. Un profesor dijo “entonces tenemos que quitar las que se están repitiendo”. Se hizo la aclaración de que el término que utilizó el docente de “quitar”, no es el adecuado ya que un estudiante lo podría asociar con restar; se sugirió cambiarlo por “contar como una sola permutación” para relacionarlo con “dividir” por cada uno de los factoriales correspondientes a cada una de las figuras que son repetidas.

Seguidamente, se procedió a resolver paso a paso el problema, y con el ejemplo de cada figura para determinar que cada uno de esos grupos repetidos de figuras de diferente color, deben de contarse como una sola:



$$P(2) = 2! = 2$$

Para el caso de las permutaciones de r objetos escogidos de n objetos se les planteó el siguiente problema:

Un profesor guía en un colegio público de un grupo de octavo que cuenta con 40 estudiantes, debe formar la directiva del grupo, conformada por: presidente(a), vicepresidente(a), secretario(a), tesorero(a) y vocal. **¿De cuántas maneras distintas se puede construir la directiva del grupo, si cada estudiante solo puede estar en un puesto?**

Los problemas anteriores, en donde fue necesario permutar todos los objetos dados, condujo al error en los profesores de creer que la respuesta era $40!$. No tomaron en cuenta que hay que asignar esas 5 posiciones para 40 posibilidades. Este error se aprovechó para resaltar el hecho de que en las permutaciones sí importa el orden, o dicho de otra forma existe una jerarquía y en combinaciones no.

Bloque de 10: 30 a. m. a 12 p. m.: más problemas de conteo.

Para empezar el tema de combinaciones, se entregó el siguiente problema para discusión

En un grupo de 40 estudiantes de un colegio, se desea realizar un comité de cinco personas para que realice la limpieza del aula al final de la clase. **¿De cuántas maneras se puede escoger ese comité?**

Uno de los profesores participantes dijo que el problema era igual al que habían hecho previamente, en el cual de un grupo de cuarenta personas debía escogerse el presidente, vicepresidente, tesorero, secretario y vocal, por lo cual el problema del comité de aseo lo resolvieron igual que el de la directiva, obviando que en este caso, no importa el orden o quienes compongan dicho comité.

El siguiente ejemplo muestra el uso de material concreto.

¿Cuántas formas hay de repartir 2 lapiceros iguales, entre 4 personas?

Uno de los profesores más participativos pasó al frente a dar su razonamiento para resolver el ejercicio, usando dos lapiceros y 4 personas para hacer el ejercicio en la práctica, contando todas las posibilidades. Cabe mencionar que este simple ejercicio les logró motivar y hasta los menos participativos, se integraron a contar cada uno de los casos. Uno de ellos reconoció que el siguiente ejemplo era similar al de los lapiceros.

Se dispone de 4 cajas numeradas del 1 al 4. ¿De cuántas formas se pueden repartir dos bolas (azul y roja) en las cajas? (se vale colocar las dos en una sola caja).

Usó los mismos argumentos del problema anterior para su explicación, logrando su solución correctamente. La presentación consecutiva de estos dos problemas, se hizo a propósito, para

evidenciar la utilidad de proporcionar problemas modelos, que sirvan para resolver un gran número de otros semejantes, se hizo la reflexión al respecto. Otro problema que vale la pena rescatar fue el problema de los discos:

Por medio de un concurso de radio, se selecciona un ganador, el cual puede escoger 3 discos, de entre los 10 discos compactos más escuchados. Si se permiten repeticiones. **¿De cuántas maneras puede escoger el ganador su premio de tres discos compactos?**

Un aspecto que saltó a la vista inmediatamente sobre este ejercicio fue la redacción del mismo. Se les pidió a cada grupo que expusieran que entendían del problema, lograndose interpretaciones diferentes. Luego se hizo una reflexión sobre la importancia de dar una redacción lo más clara posible, usar un lenguaje sencillo y adecuado a los receptores. Después de una discusión a nivel de todo el grupo, se llegó a una interpretación consensuada y se les pidió dar otra redacción mejorada, quedando de la siguiente forma:

Por medio de un concurso de radio, se selecciona un ganador, el cual puede escoger 3 discos de las 10 cajas siguientes: la primera caja tiene discos de cantante A_1 , la segunda caja tiene discos del cantante A_2 , \dots , la décima caja tiene discos del cantante A_{10} . Si cada caja tiene más de tres discos. **¿De cuántas maneras puede escoger el ganador su premio de tres discos compactos?**

Esta sugerencia de cambio de redacción, ayudó a aclarar el problema y al logro de su solución.

Bloque de 1 p. m. a 4 p. m.: probabilidad.

La última parte del taller, se dedicó al tema de probabilidad. Los profesores se mostraban con un poco de mayor seguridad debido a que varios conceptos ya los habían escuchado en capacitaciones del MEP que habían recibido recientemente. Se hicieron algunas actividades con material concreto para hacer más dinámico el taller y evitar el cansancio que genera una jornada de tantas horas. Se discutieron problemas como el siguiente:

Ana, Lisa y María van a jugar escondido, pero ninguna quiere contar de primera; así que deciden hacer un juego con las cartas negras de un naipe, el juego consiste en que cada una elige tres números entre 1 y 26 (recuerde que la Jota vale 11 puntos, la Quina 12 y el Rey 13 puntos), luego se sacan al azar dos cartas de la baraja y se suman los puntos hasta que alguna suma de como resultado el número que alguna eligió. La que gana elige quien debe contar. Si eligen los números de la siguiente manera:

- Ana, los números 2, 3 y 4.
- Lisa, elige el 5, 13 y el 26.
- María, 21, 23 y 25.

¿Cuál niña tiene mayor probabilidad de ganar?

Las soluciones planteadas presentaron el error de considerar que todas las sumas tienen igual probabilidad, como suele suceder en una primera impresión; es decir, que si las niñas eligen dos opciones, la probabilidad de ganar no depende de estas. Este error se aprovechó para insistir en la importancia de trabajar con material concreto y tener cuidado con el sesgo de equiprobabilidad.

Con respecto al tema relacionado con el teorema de probabilidades totales y regla de Bayes, se presentaron varios fallos y complicaciones. Podría atribuirse a que ya tenían 7 horas de trabajo continuo, los profesores ya estaban bastante cansados y algunos desconcentrados, el día estaba muy caluroso en una sala muy cerrada y que está ideada para poner aire acondicionado; sin embargo, también hay que tomar en cuenta que este tema es de complejidad superior y requiere esfuerzo mayor para ser explicado en tan poco tiempo.

El teorema de probabilidades totales, requiere para su explicación o demostración intuitiva varios conceptos de probabilidad, como por ejemplo, que la probabilidad del espacio muestral S es 1, lo cuál no se mencionó al inicio de la sesión de la tarde. No fue posible hacer algunas

demostraciones y ejemplos planeados para esta parte, por lo cual se procedió a cambiar de método y usar algunos ejemplos que les resultaran más motivantes, como el siguiente:

Ejemplo: usando material concreto.

Se les presentó la siguiente actividad usando el material concreto descrito en el siguiente problema:

Dos bolsas negras contiene cada una, dos bolas azules y cuatro verdes. Se pretende sacar sin ver, las dos bolas azules. Si se le dan dos opciones al concursante:

- Meter ambas manos y sacar dos bolas simultáneamente.
- Sacar una bola y sin devolverla, en un segundo intento sacar la otra.

¿Con cuál opción se tiene mayor probabilidad de ganar?

Se les consultó que si ganaran un premio y tuvieran que elegir una opción para concursar, con cuál se quedarían, a la cual respondieron que con la segunda. Al parecer, el hecho de que el juego dure más, lo involucran con más probabilidad de ganar. Luego se solicitó a dos profesores que pasaran al frente y que cada uno de ellos realizara el experimento de sacar dos bolas azules varias veces, siguiendo una de las dos opciones. Los resultados mostraron que ambos ganaron en un número similar de veces. Intuitivamente pareciera que no hay diferencia en seguir uno u otro procedimiento; luego se procedió a comparar esta probabilidad práctica (frecuencial) con la teórica y se demostró para este caso específico, que la probabilidad de ganar es independiente de la opción elegida.

Es importante destacar, que la segunda opción se puede resolver con probabilidad condicional; pero, también con un excelente uso de las conjunciones “y” y “o”, así fue como se resolvió en la exposición.

Ejemplo: usando tecnología

Anticipadamente se les había solicitado a los participantes, llevar una computadora portátil, dado que en el local se cuenta con una red inalámbrica. El objetivo de la actividad planeada para concluir con el taller, era emular gran cantidad de experimentos en segundos, con el fin de comparar la realidad con la teoría. Al emular el experimento en varias ocasiones, se podría mostrar la tendencia de aproximarse la probabilidad frecuencial a la teórica.

En esta actividad se trabajó con tecnología, explícitamente con el programa Microsoft Excel. Se les solicitó simular el lanzamiento de un dado, primero en diez ocasiones y luego 300. Los profesores mostraron mucho interés al poder utilizar la computadora en este tema, pero lamentablemente nos encontramos con la situación de que la mayoría, no tenían los conocimientos básicos para utilizar la herramienta del software, por lo que a la actividad no se le pudo sacar el provecho deseado, en el poco tiempo que quedaba. Lamentablemente los objetivos de la actividad, se diluyeron en preguntas sobre como usar el programa.

Evaluación de la aplicación de la unidad didáctica

Al finalizar la capacitación, se les pasó un cuestionario con el fin de evaluar el desempeño de los expositores, la atención y adecuación de los temas expuestos, la utilización de materiales y recursos, la interacción con y entre los participantes, los alcances que tuvo la capacitación y sobre todo la evaluación de la metodología empleada. Los resultados mostraron que el vivir la estrategia metodológica propuesta por los programas de estudio del MEP, los puso a reflexionar sobre el cuidado que deben tener al aplicarla a sus estudiantes, que era uno de los objetivos de esta actividad. En general esta experiencia resultó positiva y ante la pregunta sobre si recomendarían la capacitación a otros colegas, la mayoría respondió con un sí, como se muestra en el gráfico.

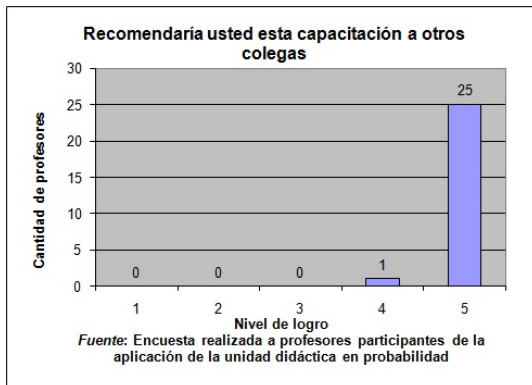


Figura 1: Recomendación a colegas.

Conclusiones y recomendaciones

La metodología y el “estilo de organizar las lecciones” propuesta por el MEP 2012, resulta adaptable y positiva para el tema de probabilidad. El trabajo en grupos en general resulto positivo, pero presentó el inconveniente de que no todos los integrantes trabajan y aprenden al mismo ritmo. Se observó que en cada grupo era uno o dos integrantes quienes proponían soluciones y formas de abordar el problema, mientras que los demás se quedaban callados y al no poder seguir el ritmo de sus colegas de grupo perdían interés.

Se notaron diferencias entre grupo y grupo, algunos apenas estaban en una etapa de entendimiento, cuando otros ya habían logrado un avance significativo y en algunos casos, hasta la solución. Es importante que el docente este alerta a estas diferencias al aplicar esta metodología para no perder de vista el aprendizaje de todos en la medida y ritmo de cada uno. Creemos importante la experiencia, tanto para los expositores, como para los propios docentes que participaron de ella, pues reflexiones sobre como se sintieron en la capacitación, puede resultar provechosa al aplicarla a sus propios estudiantes.

Otro aspecto a resaltar es el tiempo, 5 a 10 minutos para discutir cada problema, mostró que no fue suficiente en el caso de los docentes de secundaria. Debe tomarse en cuenta que los estudiantes de secundaria en general tienen una menor madurez, por lo que el profesor debe

estar atento y monitorear el trabajo y avance de los grupos, para tomar medidas con respecto al tiempo. También debe quedar claro, que esta metodología no puede aplicarse en todas las lecciones, precisamente por el tiempo que conlleva, y porque no necesariamente se ajusta a todos los temas. Sin embargo, para introducir un tema, parece un método adecuado para motivar al estudiante, y luego institucionalizar los resultados.

Es importante señalar que al impartir capacitaciones a docentes de secundaria, de este tipo, se deben buscar primeramente, algunas dinámicas o juegos para que se facilite la interacción grupal, darles un trato de respeto y sobre todo mostrar humildad, dado que se pudo notar que algunos de ellos se sienten incómodos a la hora de hacer preguntas, son poco espontáneos y participativos, existe cierto miedo a mostrar desconocimiento de un tema y sobre todo de mostrar debilidad ante sus colegas. Debe crearse un ambiente donde esos obstáculos no impidan lograr el objetivo de cualquiera de estas iniciativas, y se logre el aprendizaje. Es importante mantener una posición de apertura, humildad y disponibilidad de aclarar cualquier duda, y a la vez, de aprender de ellos; esto desarrollo una actitud positiva de los participantes en esta experiencia.

En cuanto a los temas de combinatoria y probabilidad, cabe señalar los siguientes puntos:

- Se recomienda el uso del “y” y “o” pareció funcional en la comprensión y solución de problemas que involucran el principio de la suma y el producto. En cuanto a combinaciones con repetición y sin repetición, el recalcarles el hecho de “si importa o no el orden” en el problema por resolver, mostró ser positivo.
- La redacción de los ejemplos y de los problemas planteados debe de ser muy clara, esto debido a que algunas interpretaciones eran distintas de un grupo a otro con el mismo ejercicio, aún cuando esta precisión se cuidó en la escritura del material. Los docentes reflexionaron de este aspecto, llegando a concluir sobre el cuidado que se debe tener al copiar ejercicios de textos, sin revisar cuidadosamente la redacción y vocabulario empleado.

- Es necesario crear conciencia, en los docentes, sobre la necesidad de estudiar y prepararse con más tiempo y detalle en el tema de combinatoria y técnicas de conteo, para enseñar con propiedad el tema de probabilidad en secundaria. Las capacitaciones del MEP no son suficientes y es responsabilidad de cada uno, buscar los medios para actualizarse en el tema. Es claro que también es responsabilidad de las universidades e instituciones involucradas ofrecer espacios para capacitar a los docentes en este tema.
- Se debe considerar que muchos de estos docentes llevan bastante tiempo sin estar en las aulas universitarias. En ocasiones algunos profesores parecían resentir la velocidad con que se dió la capacitación y se quedaban atrasados respecto al resto de compañeros, perdiendo el interés.
- La extensión de la capacitación en tiempo y contenidos fue demasiado pesada para un día, se recomienda mínimo dos días en sesiones de 4 horas cada uno, esto con el objetivo de obtener mayor concentración y dejar tiempo para la asimilación de los contenidos por medio de tareas.
- Se debe aprovechar cuando los profesores discuten los ejercicios en grupo, cuestionar sus razonamientos y sonsacar algunos de los posibles errores cometidos.
- La regla de Bayes y probabilidades totales les resultó muy abstracto, este tema debe dejarse en caso de más sesiones de trabajo, ya que en una sesión corta, ni siquiera a grandes rasgos se logra trabajar.
- En la actividad para la que se usó Microsoft Excel todos estaban muy interesados en aprender a trabajar con el uso de tecnología; sin embargo, es importante no solo preocuparse por contar con el equipo y los medios, sino también, que tengan los conocimientos básicos del software.
- Para usar tecnologías, es importante asegurarse de que conocen la diferencia entre probabilidad frecuencial y probabilidad teórica antes de empezar la actividad, ya que esos

conceptos no fueron entendidos por los profesores y también se recomienda realizar una discusión sobre la ley de los grandes números.

- Se recomienda preparar algunas actividades con material concreto, ya sean bolas, dados, ruletas, entre otros, pues notamos el gran interés que muestran al trabajar con este tipo de materiales.
- Por último, es importante realizar capacitaciones a los profesores de secundaria iniciando con técnicas de conteo. Aunque este tema no se encuentra en el programa de estudios de la enseñanza media, el profesor debe saber un poco más de lo que va a enseñar y ser capaz de resolver problemas más complicados de los que va a presentar en el aula.

Referencias bibliográficas

- [1] Devore, J. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. México, Thomson y Learning. 2001.
- [2] Mendenhall, W. *Introducción a la probabilidad y a la estadística*. México, editorial Thomson. 2002.
- [3] Ministerio de Educación Pública. *Programa de estudio matemática*. Costa Rica. 2012.
- [4] Mora, E. *Curso intermedio de probabilidades*. Costa Rica, editorial UCR. 2010.
- [5] Polya, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México, editorial Trillas. 1965.
- [6] Piza, E. *Combinatoria enumerativa*. Costa Rica, editorial EUCR. 2003.
- [7] Sanabria, G. *Comprendiendo las probabilidades*. Costa Rica, editorial Tecnológica de Costa Rica. 2012.
- [8] Scheaffer, M. *Probabilidad y Estadística para Ingeniería*. México, grupo editorial Iberoamericana. 1993.
- [9] Wihelmi, M. *Combinatoria y probabilidad*. España, Universidad de Granada. 2004.