

LA IDONEIDAD DIDÁCTICA COMO HERRAMIENTA DE ANÁLISIS Y REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS^{vii}

Didactical suitability as a tool for mathematics teachers' analysis and reflection on teaching practice

Juan D. Godino

Universidad de Granada; jgodino@ugr.es

Resumen

Se describen algunas características de los modelos de formación de profesores que enfatizan la reflexión sobre la práctica docente como estrategia para la mejora de la enseñanza: la investigación - acción, el práctico reflexivo y el estudio de lecciones japonés. Seguidamente se presenta la Teoría de la Idoneidad Didáctica como una herramienta que puede complementar los modelos mencionados en el caso de la educación matemática, al aportar criterios de idoneidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y guiar las reflexiones sobre la práctica de manera sistemática y detallada. Se resalta la importancia de la reconstrucción de un significado de referencia global para el contenido matemático en cuestión, mediante el estudio sistemático de las investigaciones e innovaciones previas, con el fin de particularizar los criterios de idoneidad generales al estudio del tema específico.

Palabras clave: *educación matemática, principios didácticos, idoneidad didáctica, reflexión sobre la práctica*

Abstract

Some features of the following teacher training models– action research, the reflective practitioner and the Japanese study lessons–all of them emphasizing the reflection on teaching practice as a strategy for improving education are described. Next, the Theory of Didactical Suitability is presented as a tool that complement the models mentioned for mathematics education, because it provides criteria to evaluate the suitability of mathematics teaching and learning processes, and to guide the systematic and detailed reflection on practice. The importance of elaborating a global reference meaning for the specific mathematical content, studying systematically previous research and innovations with the aim of applying the general suitability criteria to study the specific subject, is also highlighted.

Keywords: *mathematics education, didactical principles, didactical suitability, teaching practice reflection*

INTRODUCCIÓN

Diversas tendencias sobre la formación de profesores, tanto inicial como continua, proponen la investigación del profesorado y la reflexión sobre la práctica docente como una estrategia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. Entre dichas tendencias destacamos la investigación - acción, la práctica reflexiva y el estudio de lecciones desarrollado en Japón y difundido en diversos países.

^{vii}Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación, EDU2012-31869 y EDU2013-41141-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO).

La investigación – acción es un método de investigación cualitativa que se basa, fundamentalmente, en convertir en centro de atención lo que ocurre en la actividad docente cotidiana, con el fin de descubrir qué aspectos pueden ser mejorados o cambiados para conseguir una actuación más satisfactoria (Eliot, 1991). La práctica docente se considera el marco de referencia de todo el proceso de investigación contemplando la acción y la reflexión como dos caras de una misma realidad.

“Los investigadores en la acción planifican ciclos de acción y reflexión y por tanto deben ser reflexivos sobre cómo los esfuerzos de cambio se despliegan, y el impacto que nuestro presencia (la intervención) está teniendo” (Bradbury-Huan, 2010, p. 98).

Se trata, por tanto, de una vía de formación permanente que permite al profesorado ejercer la investigación en el aula en busca de una mejora significativa de la calidad educativa. La reflexión constituye la fase que cierra el ciclo y da paso a la elaboración del informe y posiblemente el replanteamiento del problema para iniciar un nuevo ciclo de la espiral auto-reflexiva.

Heredera de la investigación – acción es la corriente promovida por Schön (1983), quien desarrolla su teoría de la práctica reflexiva en la cual aboga por un docente que reflexione de modo permanente sobre su práctica de enseñanza con el fin de transformarla. Schön (1983) describió la reflexión como “una continua interacción entre el pensamiento y la acción” (p. 281); y al “práctico reflexivo” como la persona que “reflexiona sobre las comprensiones implícitas en la propia acción, que las hace explícitas, las critica, reestructura y aplica en la acción futura” (p. 50). En una revisión de los modelos de reflexión que se han descrito, Rogers (2001) encontró como definición más común de reflexión como el proceso que permite al aprendiz a “integrar la comprensión lograda en la propia experiencia con el fin de capacitarle para realizar mejores elecciones o acciones en el futuro así como estimular la propia efectividad global”. Llinares y Kainer (2006) destacan que,

“La práctica reflexiva ofrece una perspectiva de cómo los estudiantes para profesor aprenden sobre la enseñanza y proporciona información sobre los cambios en su enseñanza de las matemáticas. La reflexión de los estudiantes para profesor es un componente clave en esta visión del aprendizaje y se asume que uno aprende mediante la reflexión sobre la propia experiencia” (p. 437).

Por su parte, el estudio de clases (o lecciones) se refiere a la metodología desarrollada en Japón para la enseñanza de las matemáticas (basada en la resolución de problemas), la formación y perfeccionamiento de los profesores. Está teniendo un fuerte impacto a nivel internacional como se muestra en Isosa y Olfos (2009), Doig y Groves (2011) y Hart, Alston y Murata (2011). En el centro de esta metodología se encuentra el desarrollo colaborativo de una “lección” (considerada una unidad didáctica, unidad de estudio construida en torno a un tema, más que una unidad de tiempo como tal) mediante una serie de “sesiones de investigación”. Los profesores involucrados en la enseñanza de la misma clase, o unidad didáctica, se observan unos a otros sucesivamente mientras la imparten, poniendo en común sus observaciones entre una clase y la siguiente, como base para tomar decisiones colectivas sobre cambios posteriores en las programaciones de las clases, que se pondrán a prueba posteriormente en la siguiente clase de investigación.

En estas tendencias o modelos de formación de profesores se trata de promover la reflexión del profesor, bien de manera personal, o en interacción con otros colegas. Sin embargo, dada la multiplicidad de disciplinas para las cuales se proponen y la generalidad con la cual se aborda el tema de la reflexión sobre la acción no encontramos instrumentos explícitos que guíen la reflexión profesional en el campo específico de la educación matemática. El caso del estudio de lecciones es diferente dado que se está aplicando ampliamente en la enseñanza de las matemáticas y podemos encontrar algunas referencias sobre los criterios o principios didácticos sobre los cuales se basa la reflexión que se propone. Aunque dado que su foco de atención es la resolución de problemas podemos pensar, a priori, en la existencia de un cierto sesgo o parcialidad en la visión de las matemáticas sobre la cual se sustenta.

Sin dudar de la utilidad, incluso necesidad, de que el profesor adopte una actitud reflexiva sobre su propia práctica, y de las indudables potencialidades de compartir tales reflexiones en el seno de comunidades profesionales, nos parece que tales esfuerzos se verían reforzados si los profesores compartieran algunas herramientas conceptuales para apoyar sus reflexiones de manera sistemática y detallada. En este sentido la Teoría de la Idoneidad Didáctica (Godino, 2011), cuyas principales características detallamos en las siguientes secciones, pudiera ser una de tales herramientas. En la última sección describimos un caso de aplicación de la TID en la formación inicial de profesores de matemáticas.

LA NOCIÓN DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como *idóneo* (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*) (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, 2011).

En la figura 1 se representan las facetas y componentes de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio pretendido o planificado, indicando un criterio básico de idoneidad para cada faceta:

- *Representatividad* de los significados pretendidos o planificados respecto de un significado de referencia previamente reconstruido y conexiones (idoneidad epistémica);
- *Proximidad* de los significados personales a los significados institucionales y demanda cognitiva (idoneidad cognitiva);
- *Implicación* de los estudiantes en el proceso de estudio (idoneidad afectiva);
- *Negociación* de significados (idoneidad interaccional);
- *Disponibilidad* de los recursos técnicos y temporales (idoneidad mediacional);
- *Adaptación* al entorno socio-profesional, currículo, escuela y sociedad (idoneidad ecológica).

La noción de idoneidad didáctica se puede aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular. También puede ser útil para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales.

El logro de una alta idoneidad didáctica de un proceso de estudio, como también su valoración, es un proceso complejo puesto que, como hemos visto, involucra diversas dimensiones, que a su vez están estructuradas en distintas componentes. Además, tanto las dimensiones como los componentes no son observables directamente y, por lo tanto, es necesario inferirlos a partir de indicadores empíricos.

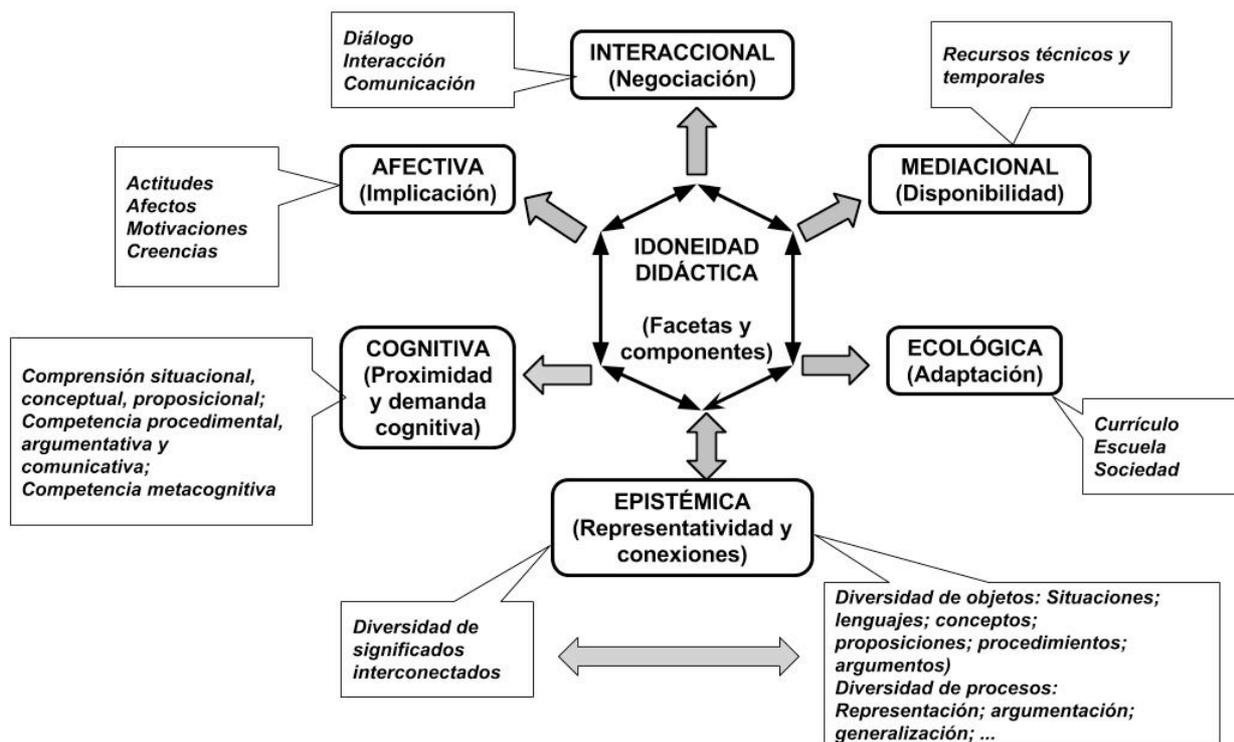


Figura 1. Facetas, componentes y criterios básicos de idoneidad didáctica

SISTEMA DE INDICADORES DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

Partiendo de trabajos previos (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007), Godino (2011) incluye una propuesta de indicadores empíricos de idoneidad para las seis facetas y las interacciones entre las mismas cuya síntesis se incluye como anexo en este trabajo. Así mismo, en Godino (2011) se describen algunas concordancias entre los indicadores de idoneidad y los que se pueden inferir de otros marcos teóricos. Por ejemplo, en la idoneidad epistémica se contempla el componente relativo a las situaciones – problemas para el cual se enuncian los criterios:

- *Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación*
- *Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)*

En el marco del EOS se atribuye a las situaciones problemas un papel central, ya que se asume una concepción antropológica de la matemática, de modo que los objetos matemáticos emergen de las prácticas de los sujetos al enfrentarse a determinados problemas. Esta posición es concordante con la “Teoría de situaciones didácticas” (Brousseau, 1997), con la “Educación matemática realista” (EMR) (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005), basada en la fenomenología didáctica de Freudenthal (1983), y también en el Estudio de clases japonés (Isosa y Olfos, 2009). En estas teorías y modelos, y en diversas propuestas curriculares, se propone el uso de situaciones - problemas como medio de contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones.

Un punto central para el logro de una alta idoneidad epistémica será, por tanto, la selección y adaptación de situaciones-problemas o tareas ricas. Sin embargo, aunque las situaciones problemas constituyen un elemento central, el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención, como propone el EOS, a las diversas representaciones o medios de expresión (lo que concuerda con los trabajos de Duval, 1995; 2006), las definiciones, procedimientos, proposiciones, así como las justificaciones de las mismas. Tales tareas deben proporcionar a los estudiantes

diversas maneras de abordarlas, implicar diversas representaciones, y requerir que los estudiantes conjeturen, interpreten y justifiquen las soluciones.

En cuanto a la idoneidad cognitiva, en el marco del EOS se asume que el aprendizaje implica la apropiación de los significados institucionales pretendidos por parte de los estudiantes, mediante la participación en la comunidad de prácticas generada en la clase. Supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados institucionales planificados. Los significados son entendidos en términos de prácticas operativas y discursivas y supone además el reconocimiento e interrelación de los objetos que intervienen en dichas prácticas.

Tres de los seis principios formulados por el NCTM (2000) sobre la enseñanza de las matemáticas tienen relación con la idoneidad cognitiva. El principio de igualdad indica, “La excelencia en la educación matemática requiere igualdad, grandes expectativas y un fuerte apoyo para todos los estudiantes”. Se exige que se hagan adaptaciones razonables y apropiadas, y que sean incluidos contenidos motivadores para promover el acceso y el logro de todos los estudiantes. El principio de aprendizaje requiere que “Los estudiantes deben aprender las matemáticas entendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos”. Así mismo, el principio de evaluación afirma que, “La evaluación debe apoyar el aprendizaje de matemáticas relevantes y proveer de información útil tanto a profesores como estudiantes”.

Como componente de la idoneidad interaccional se incluye en la TID como indicador:

- *Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantan cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)*

La aceptación de este principio de autonomía en el aprendizaje es un rasgo esencial de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), en la que las situaciones de acción, comunicación y validación se conciben como momentos adidácticos de los procesos de estudio, esto es, situaciones en las que los alumnos son protagonistas en la construcción de los conocimientos pretendidos. Así mismo, en el marco de la Educación Matemática Realista se asume un principio de interacción, según el cual, la enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión. Los estudiantes, en lugar de ser receptores de una matemática ya elaborada, son considerados como participantes activos del proceso de enseñanza - aprendizaje, en el que ellos mismos desarrollan herramientas y comprensiones, y comparten sus experiencias unos con otros. La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los métodos formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005, p. 290).

En definitiva, la Teoría de la Idoneidad Didáctica trata de interrelacionar las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. Las nociones de idoneidad epistémica y ecológica y el sistema de indicadores asociados pueden constituir el germen de una teoría curricular, mientras que los correspondientes a las facetas cognitiva – afectiva lo constituye para una teoría del aprendizaje. Las facetas interaccional y mediacional contienen, a su vez, el germen de una teoría de la enseñanza.

DESCRIPCIÓN DE UN CASO

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, componentes e indicadores han sido usadas en diversas investigaciones en las universidades de Granada, Barcelona y de varios países latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile y México), como se puede ver en la revisión hecha por Breda, Font y Lima (2014). Con el fin de mostrar el uso de la TID, en este apartado referimos brevemente el trabajo de fin de máster de Posadas (2013) en el que realiza una reflexión sistemática sobre una experiencia de enseñanza de la ecuación cuadrática en secundaria. El problema que se aborda en dicho trabajo se formula en los siguientes términos:

- 1) ¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza - aprendizaje sobre las ecuaciones de segundo grado experimentado durante el periodo de prácticas en 3º curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO)?
- 2) ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de estudio para incrementar su idoneidad didáctica en un próximo ciclo de experimentación?

En el marco de la teoría de la idoneidad didáctica se establece que para poder emitir un juicio fundamentado sobre la idoneidad didáctica de un proceso de estudio matemático es imprescindible realizar una reconstrucción de los significados de referencia didáctica del tema correspondiente. Ello requiere proceder a una revisión sistemática de los resultados de las investigaciones e innovaciones realizadas en educación matemática sobre los aspectos epistémicos, ecológicos, cognitivos, afectivos, interaccionales y mediacionales (Godino, 2011). Esto lleva a plantear una cuestión previa:

- 3) ¿Cuáles son los conocimientos didáctico–matemáticos resultados de las investigaciones e innovaciones previas realizadas sobre la enseñanza - aprendizaje de las ecuaciones de segundo grado?

Remitimos a Posadas (2013) donde se incluye un resumen de las principales características del diseño, implementación y evaluación de la experiencia de enseñanza mencionada. También se hace en dicho trabajo una síntesis de los conocimientos didáctico – matemáticos producidos por las investigaciones e innovaciones sobre las distintas facetas implicadas en la enseñanza y aprendizaje de la ecuación cuadrática en educación secundaria. Usando los resultados de las investigaciones y los enunciados de los criterios de idoneidad propuestos en Godino (2011) se procede a emitir un juicio fundamentado sobre la idoneidad didáctica del proceso y a identificar propuestas de cambio.

Valoración de la idoneidad didáctica y propuestas de cambio

Facetas epistémica y ecológica

El proceso de estudio implementado siguió básicamente los contenidos y orientación propuestos en el libro de texto (Colera et al., 2010) que se viene usando en el tercer curso de ESO en el instituto en el que se realizaron las prácticas de enseñanza. El esquema seguido consistió básicamente en la presentación y aprendizaje de la fórmula general para hallar las soluciones de la ecuación cuadrática. No hubo una problematización previa que llevara a la búsqueda, tras un proceso de generalización, de soluciones para las ecuaciones cuadráticas. El texto presenta un resultado, una fórmula de cálculo, cuya justificación se descarta por ser un proceso “largo y complicado”. Se transmite la visión de las matemáticas como sistema de reglas generales que hay que saber interpretar y seguir en cada caso, para lo cual es suficiente mostrar algunos ejemplos aclaratorios y ejercitar su aplicación en casos similares. La resolución de problemas verbales (puesta en ecuación)

es también una cuestión de seguir unas reglas. Sería necesario contemplar el uso de situaciones introductorias que lleven al planteamiento de ecuaciones cuadráticas y motiven la búsqueda de procedimientos eficaces para su solución. En este sentido la situación descrita en Swan, Dawson, Evans et al., (2012) puede ser usada con dicha finalidad.

Los conceptos de variable, incógnita y parámetro no se discutieron y aclararon con ocasión del estudio de las ecuaciones cuadráticas, como tampoco algunas propiedades básicas involucradas en su resolución, como la ley del factor nulo. La ecuación cuadrática es una especie de caja negra, una “máquina” que admite una cierta clase de números como entrada y produce como resultado dos números, uno o ninguno. Como se muestra en Posadas (2013) hay alternativas a este planteamiento procedimental / algorítmico, tanto desde el punto de vista de la investigación (Hanna y Barbeau, 2008), como de las innovaciones educativas (Pérez et al, 1999). Es posible y deseable diseñar una unidad didáctica que contemple la introducción de las técnicas de completar el cuadrado, y de factorización, al menos en casos sencillos. También es posible combinar el uso del lenguaje algebraico junto con el geométrico, como muestran los trabajos de Radford y Guerete (1996) y Galván (2006), lo que facilita la comprensión de las transformaciones algebraicas que llevan a establecer la fórmula general de resolución de las ecuaciones de segundo grado. En consecuencia, se puede calificar la idoneidad epistémica del proceso implementado como baja por las razones mencionadas. En los trabajos citados se encuentran criterios y recursos para su mejora.

Desde el punto de vista de las orientaciones curriculares (faceta ecológica) se encuentra apoyo para retrasar el estudio a cursos posteriores al 3º de ESO, y relacionar la resolución de las ecuaciones cuadráticas con el de las funciones cuadráticas (procesos de modelización funcional), lo que permitirá dar sentido a la búsqueda de los ceros de la función cuadrática, entre otras, como la función exponencial, usando las nuevas tecnologías (calculadoras gráficas, software de cálculo simbólico).

La introducción de los cambios mencionados permitiría poner en juego, y en consecuencia desarrollar, “estándares de la práctica matemática” (competencias, entendidas como expectativas generales de aprendizaje) tales como:

- Dar sentido a los problemas y perseverar en resolverlos.
- Razonar de manera abstracta y cuantitativa.
- Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de los otros.
- Modelizar con matemáticas.

Facetas cognitiva y afectiva

El análisis de los resultados obtenidos en la evaluación de los aprendizajes logrados en la experiencia de enseñanza reveló algunas dificultades en la resolución de ecuaciones cuadráticas, aunque el énfasis se puso en aspectos básicamente procedimentales.

El estudio de Vaiyavutjamai y Clements (2006) reveló también la existencia de dificultades de tipo conceptual (comprensión de la variable, aplicación de propiedades, entre otras), al ser entrevistados una muestra de estudiantes. Esta investigación fue realizada con estudiantes de 9 grado, lo que corresponde al curso de 3º de ESO (entendiendo que los alumnos estudiarán posteriormente los grados, 10, 11 y 12, antes de iniciar los estudios universitarios). Una conclusión de esta investigación es retrasar el estudio del tema a cursos posteriores, lo que mejoraría la idoneidad cognitiva del proceso de estudio, y posiblemente también la afectiva.

En la experiencia analizada los instrumentos de evaluación de los aprendizajes deberán ser mejorados para obtener información tanto de aspectos procedimentales como aspectos conceptuales y argumentativos. El cuestionario desarrollado por Vaiyavutjamai y Clements (2006) para evaluar las destrezas de los estudiantes en la resolución de ecuaciones cuadráticas incluyó un conjunto de 18 cuestiones, por lo que permite cubrir de manera más sistemática y válida los diferentes tipos de ecuaciones que se espera resuelvan los estudiantes. Las cuestiones incluidas en el instrumento desarrollado por Didiş, Baş, y Erbaş (2011) pueden ser útiles para evaluar aspectos conceptuales y argumentativos.

Faceta instruccional (interaccional y mediacional)

Los modos de interacción en el aula que fueron implementados en la experiencia responden básicamente a un modelo tradicional: el profesor presenta la expresión general de la ecuación cuadrática, explica el significado de los parámetros, presenta algunos ejemplos, y los alumnos realizan ejercicios. Son escasos los momentos en que se concede un grado de autonomía a los estudiantes, exceptuados los momentos de trabajo individual para realizar ejercicios en clase o en casa.

Sería deseable introducir cambios en el proceso de enseñanza orientados a que los alumnos planteen cuestiones y presenten soluciones; exploren ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usen una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos.

En la experiencia se utilizaron únicamente los recursos propios del aula del instituto y al alcance de los alumnos: pizarra, libro de texto y calculadora. No se utilizaron recursos manipulativos ni recursos tecnológicos TIC ya que en realidad no se consideraron necesarios para apoyar la enseñanza y aprendizaje de los contenidos planificados. La mejora de la idoneidad mediacional del proceso llevaría a incluir actividades con material manipulativo (como el sugerido en el trabajo de Radford y Guerete), y también recursos informáticos (como el descrito en Galván, 1996).

REFLEXIONES FINALES

En este trabajo se ha presentado la noción de idoneidad didáctica y el sistema de componentes e indicadores que la desarrollan como un recurso teórico que puede facilitar la necesaria actitud reflexiva de los profesores ante su propia práctica docente. El objetivo es elaborar un conjunto organizado de indicadores de calidad de un proceso de estudio matemático sobre los cuales existe un cierto consenso en la comunidad de educadores matemáticos. No se trata de un sistema cerrado y definitivo, sino abierto a refinamiento, ampliación y concreción.

En la introducción del trabajo se han mencionado tres tendencias educativas que enfatizan la reflexión sobre la práctica como una actitud necesaria en el profesor. Ahora bien, ¿cómo promover y facilitar esa fase reflexiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? La Guía para la Valoración de la Idoneidad Didáctica (Godino, 2011) se ofrece como un recurso que permite crear un lenguaje común, y la asunción de unos principios didácticos compartidos, que puede ayudar en el intercambio de experiencias y el progreso de la investigación sobre la práctica.

Como hemos indicado en el caso descrito es necesario concretar los criterios de idoneidad para cada una de las facetas y componentes al tema o contenido matemático específico (p. e., estudio de la ecuación cuadrática). Sobre la didáctica específica de cada tema existe una abundante y sólida investigación que es necesario conocer y tener en cuenta, con el fin de que el trabajo del profesor sea una actividad tecnológica y no mera innovación artesanal.

Referencias

- Bradbury-Huan, H. (2010). What is good action research? Why the resurgent interest? *Action Research*, 8(1), 93–109.
- Breda, A., Font, V. y Lima, V. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8 (2), 1-41.
- Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Colera, J. Gaztelu, I. & Oliveira, M. J. (2010). *Matemáticas 3º Educación Secundaria*. Madrid: Anaya.
- Didiş, M. G., Baş, S., y Erbaş, A. (2011). Students' reasoning in quadratic equations with one unknown. En *The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)*. University of Rzeszów: Poland.
http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/3/CERME7_WG3_Gozde.pdf
- Doig, B. y Groves, S. (2011). Japanese lesson study: Teacher professional development through communities of inquiry. *Mathematics Teacher Education and Development*, 13.1, 77–93.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Switzerland: Peter Lang.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131
- Elliot, J. (1991). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata, 1994.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Galván, C. (2006). Desde la cuadratura de polígonos a ecuaciones de segundo grado. *UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 5, 23-35.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil. Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/index.htm>
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.
- Hanna, G. y Barbeau, E. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM. Mathematics Education*, 40, 345-353.
- Hart, L., Alston, A. y Murata, A. (Eds.) (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Springer
- Isosa, M., y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (students) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.
- National Council of the Teachers of Mathematics.(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Council.

- Pérez, R. (Coordinador) (1999). *Construir las matemáticas. 4º ESO*. Granada: Proyecto Sur.
- Posadas, P. (2013). *Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre ecuaciones de segundo grado en 3º de educación secundaria obligatoria*. Tesis de Fin de Máster. Universidad de Granada. Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm>
- Radford, L. y Guerette, G. (1996). Second degree equations in the classroom: a Babylonian approach. En V. J. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics* (pp. 69-76). Washington, D.C: The Mathematical Association of America.
- Rogers, R. (2001). Reflection in higher education: A concept analysis. *Innovative Higher Education*, 26, 37–57.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. Nueva York: Basic Books.
- Swan, M., Clarke, N., Dawson, C., Evans, S., Burkhardt, H., Crust, R., Noyes, A. y Peard, D. (2012). Solving quadratic equations: Cutting corners. *Mathematics Assessment Resource Service*. University of Nottingham & UC Berkeley. (Disponible en, <http://map.mathshell.org/materials/lessons.php?taskid=432>)
- Vaiyavutjamai, P. y Clements, M. A. (2006). Effects of classroom instruction on students' understanding of quadratic equations. *Mathematics Education Research Journal*, 18 (1), 47-77.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. y Wijers, M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *ZDM*, 37, 4, 287-307.