# ESTUDIO DE LOS POLINOMIOS EN CONTEXTO

**Carmen Valdivé**
Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado,
valfer16@yahoo.com
**Honorio Escobar**
Unidad Educativa Carorita Abajo
honorioescobargamez@yahoo.es
Barquisimeto, Venezuela

**Recibido:** 19/05/2010**. Aceptado:** 19/10/2011

## RESUMEN

El trabajo tiene como propósito describir cómo construyen los estudiantes de segundo año, el concepto de polinomio. Aunque el estudio está sustentado en la Teoría Cognitiva de Pensamiento Matemático Avanzado (PMA), específicamente en la Matemática elemental (Calvo, 2001), hubo necesidad de realizar análisis didáctico y epistemológico desde otros marcos teóricos como la Socioepistemología, en ausencia de resignificar una noción y recuperar la complejidad de los objetos estudiados (Colin, Martínez y Farfán, 2006). Metodológicamente esta investigación, se ubica en el paradigma cualitativo, es de tipo descriptiva, exploratoria e interpretativa. Para comparar y analizar la información se realizó análisis didáctico, cognitivo y epistemológico acorde con el marco socioepistemológico. Los hallazgos se podrían resumir como sigue: (a) El discurso escolar usa indistintamente la noción de polinomio como polinomio, función polinómica y expresión polinómica en un contexto algebraico; (b) El estudio histórico epistemológico permitió un acercamiento de cómo surgió y evolucionó la noción en cada cultura, observándose el uso indistinto de ella, tal como lo hace el discurso escolar; y (c) los actores comprenden y asimilan el concepto cuando transitan de la aritmética al álgebra en diferentes contextos, otorgándole diferentes significados a la noción, consiguiendo con ello una ruptura con el álgebra desde sus prácticas aritméticas.
Palabras Clave: Polinomio, análisis cognitivo, epistemológico y didáctico.

# STUDY OF POLYNOMIALS IN CONTEXT

## ABSTRACT

The research aims to describe how to build eighth graders, the concept of a polynomial. Although the study is based on the Cognitive Theory of Advanced Mathematical Thinking (AMT), specifically in the elementary mathematics (Calvo, 2001), there was need for teaching and epistemological analysis from other theoretical frameworks as Socioepistemología, in the absence of a notion resignificar and recover the complexity of the objects studied (Colin, Martinez and Farfán, 2006). Methodologically this research lies in the qualitative paradigm, is descriptive, interpretative and exploratory. To compare and analyse information was analysed didactic, cognitive and

epistemological consistent with the framework socioepistemológico. The findings may be summarized as follows: (a) The school used interchangeably discourse the notion of polynomial as a polynomial, polynomial function and expression in a polynomial algebraic (b) The historical study allowed an epistemological approach and the notion arose and evolved in every culture, observing the indiscriminate use of it, as does the school address and (c) the actors understand and assimilate the concept when they transit from arithmetic to algebra in different contexts, giving different meanings to the concept, thus securing a break from their practices algebra arithmetic.
Key Words: Polynomial, analysis cognitive, epistemological and didactic

## Situación dee Estudio

Las dificultades de comprensión por parte de los estudiantes de ciertos conceptos claves de la Matemática, hacen que los profesores permanezcan en una búsqueda constante de alternativas que permitan superarlas. Uno de estos conceptos es el de polinomio en una variable. Este aparece en los diseños curriculares desde segundo hasta quinto año (Ministerio del Poder Popular para la Educación, 1998). Al comenzar el estudio de esta noción, los estudiantes presentan una serie de dificultades (Trigueros y Ursini, 2000; Leal, 2000). Por ello nos preocupa cómo enseñar este concepto en particular.

Al respecto, Sánchez y Guerrero (2004) indican que los profesores hacen un inventario de estrategias metodológicas y didácticas, incluso buscan ayuda en investigaciones de Didáctica de la Matemática, están en una permanente búsqueda de explicaciones y soluciones a la dificultad que presentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje de una noción. Se cree, señalan los autores, que “algo” está pasando con los alumnos, ya que confunden los procedimientos, cometen muchos errores e incluso no pueden explicar lo que hacen. Sin embargo, algunas corrientes psicológicas (Da Rocha, 1997) postulan que los estudiantes de Matemática necesitan trabajar con modelos y hechos concretos que contribuyen a darle significado a los conceptos y principios matemáticos, para que puedan así comprender las estructuras matemáticas abstractas y simbólicas.

Para Socas (1999), las dificultades se pueden sintetizar de manera más explícita y en líneas generales, en los siguientes tópicos: (1) Dificultades asociadas con la complejidad de los objetos matemáticos; (2) Dificultades asociadas con los procesos de pensamiento matemático, (3) Dificultades asociadas con los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas, (4) Dificultades asociadas con los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos, y (5) Dificultades asociadas con actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

En relación a las dificultades asociadas con la complejidad de los objetos matemáticos que muestra Socas, ciertos autores (Leal, 2000; Booth, 1988; Loreto, 1993). expresan que los alumnos, particularmente en el área del álgebra, trabajan exclusivamente con variables, incógnitas y resolución de ecuaciones, no logrando con ello procesos de simbolización. Esto genera dificultades ya que se hace un cambio convencional en la notación con respecto a la que se usa en la aritmética, sobre todo en las interpretaciones que los estudiantes hacen de la letra en cualquier contexto matemático, especialmente en los polinomios.

Otros investigadores (Maz 1992; Trigueros y Ursini, 2000; Díaz y Morales, 2009) han encontrado evidencia de que muchos estudiantes tienen dificultades para resolver ciertos tipos de problemas elementales de álgebra. Muestran que los errores manifestados por los estudiantes subyacen, en parte, a la concepción de lo que son las variables y qué papel juegan en la resolución de problemas.

Nuestro interés surge a partir de las concepciones que tienen los estudiantes sobre la noción de polinomio, y, no siendo el sistema didáctico nuestro objeto de estudio, reconocemos la importancia del análisis de *fenómenos didácticos*; es decir, aquellos fenómenos que suceden en el seno del sistema didáctico conformado con la intención de comunicar contenidos, métodos y significados matemáticos, de entre los cuales se derivan los *fenómenos ligados a las concepciones y representaciones de los alumnos,* sobre un objeto particular.

La situación anterior nos lleva a preguntar ¿Por qué se debe repasar nuevamente el tema polinomios en quinto año? ¿Será que el proceso de simbolización no se logra tempranamente? ¿Intervendrá de alguna forma el conocimiento adquirido por los alumnos en un "contexto aritmético" en oposición a los nuevos conocimientos algebraicos que se desarrollan en el campo de los polinomios?.

Así pues, con el propósito de buscar respuestas a estas dificultades nos planteamos tres grandes propósitos que abarcan lo cognitivo, lo histórico-epistemológico y el proceso de enseñanza (profesor y libros de texto), a saber: (1) Aproximarse a los esquemas conceptuales asociados a la noción de polinomio en estudiantes de segundo año antes; durante y al finalizar el desarrollo de una unidad didáctica; (2) Aproximarse a los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción; y (3) Describir el discurso del profesor y de los libros de texto en sesiones de clase donde se media la noción de polinomio.

La temática que se presenta en este artículo, se centra en el eje *pensamiento algebraico y la transición del aritmético al algebraico*, por cuanto constituye un campo interesante para analizar las diferentes competencias cognitivas y procedimentales requeridas a un sujeto para responder a las situaciones que requieren esa transición. De este modo, el trabajo se presenta como un espacio para el desarrollo de la Didáctica de la Matemática y está orientado a estudiar cómo construyen los estudiantes la noción de polinomio con la confluencia de tres modelos teóricos, a saber, Pensamiento Matemático Avanzado (PMA) y la transición del Elemental al Avanzado; la Socioespistemología y el pensamiento algebraico.

## Referentes Teóricos

***Como marco teórico*** para indagar la construcción de la noción de polinomio en los alumnos se adopta la confluencia de ***tres líneas teóricas***: La teoría cognitiva de Pensamiento Matemático Avanzado (P.M.A.) y la transición del Elemental al Avanzado, en lo específico de dos herramientas teóricas de investigación como lo es el esquema conceptual y la definición de un concepto matemático (Tall y Vinner, 1981; Calvo, 2001); la Socioespistemología como una búsqueda de resignificar la noción y recuperar la complejidad de los objetos estudiados (Colin, Martínez y Farfán, 2006) y el pensamiento algebraico como una búsqueda del espacio del problema (Kieran, 2006; Kathryn y Murray, 2005). A continuación detallaremos brevemente cada una de ellas y su inserción en el trabajo como marcos conceptuales sensibilizadores que orientan el proceso investigativo.

***Primera Línea Teórica: La teoría psicológica PMA***

Como se viene explicitando, nuestro interés está enfocado en estudiar cómo construye el estudiante de segundo año, la noción de polinomio. Esto nos hace ubicar el objeto de estudio dentro de una teoría cognitiva, como lo es PMA, desarrollada por Tall (1991,1992, 1995, 2001, 2004, 2005) y Dreyfus (1990, 1991), específicamente dentro de la Matemática Elemental. Se ubica en el PMA porque es a través de la herramienta *Esquema Conceptual asociado a un Concepto*, que se puede llegar a entender cómo puede un estudiante construir la noción en su pensamiento (los procedimientos, procesos, imágenes, ideas, representaciones asociados al polinomio). Herramienta que utilizamos en este trabajo. Entendiéndose por esquema conceptual "a la estructura cognitiva de un individuo asociada a un concepto matemático y que incluye todas las imágenes mentales (imágenes asociadas al concepto en su mente, incluyendo cualquier representación del concepto: gráfica, numérica, simbólica,…), las propiedades y los procesos asociados al concepto" (Tall y Vinner, 1981, p. 152).

Desde de esta teoría cognitiva se considera como *definición de concepto matemático*, a "una secuencia de palabras o símbolos, fruto de la evolución histórica" (Azcarate y Camacho, 2003, p. 123). Para cada concepto el individuo posee un esquema conceptual asociado, ya sea de tipo formal e informal (Tall, 2001).

***Segunda Línea Teórica. La Socioepistemología***

La problemática se estudia en un primer momento desde el plano cognitivo; sin embargo, por la naturaleza compleja y sistémica del acto de aprender y enseñar la noción de polinomio hubo la necesidad de recurrir a otros modelos teóricos que nos permiten abordar esa complejidad, específicamente la *Socioepistemología* como una aproximación sistémica que permite abordar las producciones y difusiones del conocimiento en una perspectiva múltiple, integrando el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza.

De acuerdo con la perspectiva sistémica, la descripción de las concepciones se encuentra estrechamente ligada a los aspectos escolares y a la naturaleza y significados de la noción. Así, la tesis socioepistemológica parte de la premisa de que las prácticas sociales son las generadoras del conocimiento matemático a través de los diversos procesos de institucionalización. Con ello se puede identificar la matemática escolar, analizar el discurso matemático escolar y formular un rediseño de ese discurso como una respuesta a la problemática. La tesis anterior, según Cordero (2006, p. 276 ), "no soslaya los conceptos, por el contrario se les ubica en otro estatus epistemológico en el modelo del conocimiento consistente con la intervención de la práctica social".

Tales reflexiones vienen a exponer que no es posible creer que el conocimiento matemático es producto de una persona (o de algunas pocas) y que la sociedad solamente mira tal conocimiento, lo reconoce como importante, por lo que tiene que aprenderlo y enseñarlo. En nuestro caso no podemos inferir desde el Esquema Conceptual del alumno, cómo construyó la definición de polinomio, nos interesa también cómo las prácticas sociales hacen posible que el estudiante construya el conocimiento asociado. Por tal motivo esta aproximación plantea la revisión de los planos histórico, epistemológico, didáctico, cognitivo y social para establecer los principios básicos de cada momento, en lo específico de la construcción de una noción matemática (Colin, Martínez y Farfán, 2006). Esta premisa fue considerada en el trabajo que se presenta en este manusrito.

***Tercera Línea Teórica. Pensamiento Algebraico***

Según Kieran (2006), el aprendizaje y la enseñanza del álgebra ha sido siempre una corriente fundamental y vibrante de las investigaciones llevadas a cabo dentro de la comunidad de la International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), desde la primera conferencia de este grupo. Al inicio, según Kieran, las investigaciones tendieron a enfocarse en conceptos algebraicos y procedimentales, en la resolución de problemas de la enseñanza del álgebra y en las dificultades de los estudiantes en la etapa de transición de la aritmética al álgebra. La letra como símbolo fue el primer tema investigado y el marco teórico fue más allá de la teoría piagetiana; sin embargo investigaciones del PME trataron otros temas, como el uso de herramientas tecnológicas. Los principales temas que desarrollan las investigaciones, los muestra Kieran cronológicamente de acuerdo a los grupos que emergieron durante los 30 años de historia del PME (hasta el año 2006 inclusive), tal como se expone a continuación

***Desde 1977 hasta 2006:*** El tema central se ubica en la transición de la aritmética al álgebra, variables e incógnitas, ecuaciones, resolución de ecuaciones y problemas de la enseñanza del álgebra. ***A mediados de 1980 hasta 2006***: El tema lo recoge el uso de herramientas tecnológicas con un enfoque sobre representaciones múltiples y generalización. ***Finalmente a mediados de 1990 hasta 2006***: La problemática se centra en estudiar el pensamiento algebraico en estudiantes de la escuela primaria, con un enfoque sobre el álgebra y su enseñanza, y la modelización de situaciones físicas y otros ambientes dinámicos.

Para nuestro trabajo tiene especial interés retomar la perspectiva que asumen el primer grupo: la visión del álgebra como una generalización de la aritmética y el álgebra derivada, desde sus inicios, de la aritmética. La premisa de estas investigaciones es que los estudiantes aprenden a mirar equivalencias y estructuras similares en las expresiones que transforman. “Sin embargo esa intención, hace que esos símbolos y signos en álgebra sean interpretados diferente a la forma como fueron interpretados en la aritmética, creando conflictos en los estudiantes que están comenzando en álgebra“(Kieran, 2006, p.14, traducción libre).

En el estudio que estamos mostrando en este artículo, hemos considerado algunos resultados que encontraron los investigadores del primer y tercer grupo, a saber, el álgebra derivada de la aritmética y la modelización de situaciones del mundo real. Se consideran también los estándares del National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (2000) quienes comparten esta visión multidimensional.

**Vínculo entre la aritmética y el álgebra. Un punto de vista unificador**

Según Warren (2003) la mayoría de las investigaciones realizadas en relación con la Enseñanza del Álgebra (EA) se centran en la aritmética como acceso clave al álgebra y como consecuencia de la intensa relación existente entre ambas. Sobre esta conexión dual, destacamos dos perspectivas compatibles con la EA.

Drijvers y Hendrikus (2003) argumentan que el álgebra tiene sus raíces en la aritmética y depende fuertemente de su fundamentación aritmética, mientras que la aritmética tiene muchas oportunidades para simbolizar, generalizar y razonar algebraicamente. Gómez (1995) señala que el álgebra generaliza a la aritmética y la aritmética, por su parte, se apropia de su lenguaje horizontal de igualdades y paréntesis. Sin embargo, Hewitt (1998) y Mason, Graham y Johnston–Wilder (2005) presentan una perspectiva diferente. Según estos autores, el álgebra, o el pensamiento algebraico, subyace a la aritmética. Desde esta perspectiva, según Molina (2006), la aritmética se centra en la obtención del resultado, siendo el álgebra lo que permite encontrar una forma estructurada de obtener dicho resultado.

**GUIA DEL PROCESO INVESTIGATIVO. La Metodología**

***La investigación se enfoca en el paradigma cualitativo***. La misma es de tipo exploratoria, descriptiva, e interpretativa. Es fundamentalmente cualitativa, ya que se estudian los sujetos en su propio contexto, respetando sus actuaciones, puntos de vista y respuestas a cada una de las actividades con el propósito de valorar sus conocimientos matemáticos y poder encontrar elementos que contribuyan a aproximarnos a los esquemas conceptuales cuando se les presenta una situación matemática (Ruiz, 1996), en el escenario que propicia los distintas formas de construcción de ese esquema conceptual asociado a la noción de polinomio.

Se asume el método inductivo, tal como lo expresan Valdivé y Garbin (2008, p. 12) "*inductivo por cuanto la información se obtiene por etapas en un proceso cíclico. La información se analiza, amplia y modifica para llegar a las descripciones, conclusiones, hallazgos e implicaciones didácticas"*. Parte del diseño de la investigación es emergente, ya que el mismo se redimensiona a medida que se avanza en el análisis de la información (Valdivé, 2005). También, todo el proceso estuvo orientado a elaborar una descripción como desenlace de las explicaciones, significado e interpretación de las respuestas dadas por los sujetos, del análisis epistemológico y didáctico, tal como lo expresa Rodríguez, Gil y García (1999).

**En busca de Significados. La Información y el Análisis**

A continuación se muestran las fases en que se desarrolló la investigación. Esta consta de tres estudios interrelacionados a saber:

a) El estudio histórico epistemológico de la noción de polinomio.

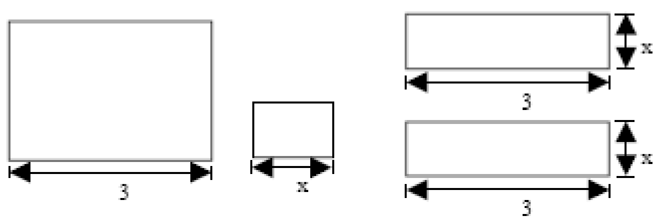
b) El estudio cognitivo desarrollado en dos momentos: (1) describir los esquemas conceptuales asociados a la noción que tienen los 24 estudiantes antes y al finalizar el desarrollo de las clases del profesor sobre el tema y (2) describir los esquemas conceptuales de los tres informantes claves durante el desarrollo de una unidad didáctica. Esta unidad fue diseñada siguiendo la premisa socioepistemológica, los estándares del NCTM (2000), la historia y la idea del álgebra como una generalización de la aritmética.

c) Describir el discurso del profesor, de los libros textos y el programa de matemática de segundo año (estudio didáctico).

La investigación se desarrolló en cuatro fases:

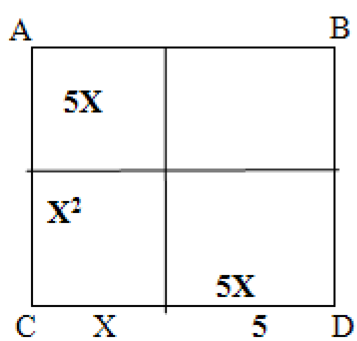
1) *En la Fase Preparatoria*, se hace la revisión teórica, el análisis histórico epistemológico, se diseña el cuestionario, se seleccionan los escenarios (la institución, el aula), los actores sociales (los 24 estudiantes de segundo año son edades comprendidas entre 13 y 14 años y el profesor de matemática) y los libros de texto.

El cuestionario se diseña tomando en cuenta los estándares del NCTM (2000), siguiendo la premisa socioepistemológica, y la idea del álgebra como una generalización de la aritmética. A continuación mostramos dos de las siete actividades que se plantean en el cuestionario.




**Actividad 4:** Honorio le propone a Noraima el siguiente desafío**:** Tengo dos rectángulos y dos cuadrados con las medidas dadas en el gráfico y quiero construir un cuadrado, utilizando todas las figuras y de forma que no haya solapamiento ni espacios libres entre ellas. ¿Puedes ayudar a Noraima a resolver el problema? Expresa el área total de la figura obtenida**:** a) como suma de las áreas de las figuras dadas y b) utilizando la fórmula del área de un cuadrado.

**Actividad 7.** En el cuadrado dado: (a) ¿Qué significado tiene para ti la letra X? y (b) ¿Qué significado tiene para ti el número 5?




Responde lo siguiente: ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? Podrías escribir ¿Con cuál concepto relacionas el área obtenida? ¿Podrías definir el área de ese cuadrado?.

En el mismo cuadrado ABCD, si sabemos que $X^2 + 10X = 39$, ¿Cuál sería ahora el área del cuadrado ABCD? En el área del cuadrado ABCD ¿qué valor debe tener X, para que el área sea 64?.

2) *En la segunda fase que hemos llamado de campo* (a) Se aplican un cuestionario inicial (Ci) (primera parte del estudio cognitivo) y uno final (Cf) a fin de aproximarse a los esquemas conceptuales asociados a la noción que tienen los 24 estudiantes; (b) se graba el discurso del profesor; (c) se desarrolla una unidad didáctica a tres informantes claves, una vez que se analiza el cuestionario final. En esta fase, se utilizan observaciones, no participante y participante y el sistema de categorización propuesto por Santamaría y Valdivé (2007) y Fernández & Valdivé (2007),

3) *La tercera fase intitulada de Análisis*, consiste en la interacción entre la información y el investigador. Esta se hizo desarrollando cuatro actividades, acordes con el método inductivo, siguiendo lo propuesto por Rodríguez, Gil y García (1999). Las actividades se detallan a continuación:

3(a) Fragmentación de la información. Se redujo la información de la siguiente manera: a) se hizo una aproximación a la evolución histórica de la noción a través de un estudio documental (estudio epistemológico); b) se hizo la transcripción del desarrollo de la clase sobre polinomio, descripción de los libros texto y del programa (estudio didáctico).
Se separó la información en unidades de análisis. Se siguieron los criterios temporales, temáticos y sociales en cada uno de los análisis (epistemológico y didáctico):
Para el *temporal epistemológico*, se segmentó la información en tres períodos históricos resaltantes, tomando como referencia los siglos y épocas: desde la aparición intuitiva de la noción en el antiguo Egipto hasta el siglo XVIII, época donde se da la definición analítica de función. Se utilizan los libros de Boyer (2003) y Edwards (1979).
Para el *temporal didáctico*, la información se segmentó enumerando las líneas en la trascripción de la clase del profesor. Para los libros de texto, se toma en cuenta las actividades en las que iba apareciendo la noción y los conceptos asociados que proponen los autores de los libros.
Finalmente para el *temporal cognitivo* se aplicaron primeramente dos cuestionarios, inicial y final (Ci y Cf) los que se procesan en función de la caracterización del esquema conceptual que emergía (procedimientos, conceptos asociados, ideas, representaciones).

3(b) Como segunda y tercera actividad de análisis, se identifican y clasifican las unidades de análisis; para luego organizarlas presentándolas en matrices y redes sistémicas. *En el análisis cognitivo* (primera parte) se representan simultáneamente las respuestas dadas por los estudiantes en ambos cuestionarios (Ci y Cf).
4) *En la Fase de Información*, se elabora la descripción detallada en función de los hallazgos. En nuestro caso cómo construyen los estudiantes de segundo grado la noción de polinomio analizando los tres planos (cognitivo, didáctico y epistemológico).

A continuación se muestra un ejemplo de la actividad de análisis para el cognitivo, epistemológico y didáctico.

## Análisis

**Para lo cognitivo**, se analizan las respuestas dadas por los estudiantes al desarrollar las 7 actividades propuestas en el cuestionario. Se muestran las respuestas del cuestionario inicial (Ci) y del final (Cf) ante la actividad 4.

Cuadro 1. Matriz que muestra las respuestas de los estudiantes en la actividad 4.1a)

| Actividades | Cuestionario Inicial | Cuestionario Final |
|---|---|---|
| 4.1.a) ¿Con qué noción matemática asocias la expresión $x+3$? | Un binomio (1), (3), (15), (26)<br>Hay que graficar (2), (17), (19), (22), (23), (24), (28), (32)<br>La incógnita más tres (4), (10), (13), (30)<br>Con un despeje (6), (8), (9), (16), (27), (33)<br>3+3=6 (5), (11), (18)<br>Es parte de una ecuación(12), (20), (31) | Es un binomio (1), (2), (33)<br>$x^3+12x^2+x+3$ (3), (12), (13), (15), (26)<br>Parte de una ecuación o de un polinomio (4)<br>En que tengo que despejar para hallar el valor de $x$ (5), (9), (10), (11), (18), (23), (25)<br>Con un monomio (7), (21), (27), (29)<br>Una función (8), (31), (32)<br>3+3=6 (14)<br>Una suma de polinomios (17)<br>Con una suma de incógnitas (20)<br>Con un polinomio (22), (24)<br>Una suma de un número más tres (30)<br>No responden (6), (16), (19), (28) |

(2) indica estudiante dos. Se mantiene esta notación para hacer referencia a los estudiantes.

**Para el análisis del discurso del profesor, de los textos y el programa de matemática,** mostramos un ejemplo en el Cuadro 2, lo cual se amplía en el Anexo 2.

Cuadro 2. Análisis del discurso de los textos, programa oficial y del profesor (análisis didáctico)

| **Textos/ Categorías de análisis** | **Texto 1 Durán, D.** | **Texto 2 Sarabia y Barragán** | **Texto 3 Breijo y Domínguez** | **Programa (1987)** | **Clase del profesor 05-05-06** |
|---|---|---|---|---|---|
| Introducción del concepto de polinomio. | Hace referencia a algunas situaciones de la vida real que involucran el concepto de función. Por ejemplo la siguiente fórmula de las ganancias de un hipermercado: $P(x) = 4000x – 20000$. | Indica que se trata del estudio de las funciones polinómica o polinomios. | Presenta una serie de conceptos generales, que permitan comprender el tema. Rama de la Matemática llamada Álgebra. | Presenta diversas funciones con dominio y rango en Q. | Profesor: “vamos a trabajar con una parte de la Matemática muy fuerte, parte muy abstracta”. |

**Para el análisis epistemológico de la noción de polinomios** (Cuadro 3 y Anexo 1)

Cuadro 3. Matriz que muestra el análisis histórico de la noción de polinomio

| | | Situaciones | Métodos | Definiciones | Argumentos | Representación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Antes de Cristo | Egipcia | Problemas prácticos y de áreas. Ejemplo Suma de casas, gatos, ratones, espigas. | No se encontraron | Operaciones Aritméticas. Progresiones Geométricas. | Los gatos eran animales sagrados en la cultura egipcia. | No se encontraron |
| | Mesopotámica | Cálculos astronómicos. Problemas: Aritméticos, Algebraicos y Geométricos, Ecuaciones lineales y cuadráticas | Sistema cuneiforme. La base de su sistema de numeración es el 60. Potencias sucesivas de un número dado. Resolución de ecuaciones mediante los métodos que se usan actualmente. | Las expresiones longitud, anchura, área y volumen hacían el papel de las variables en las situaciones estudiadas. | Buscaban encontrar las regularidades. | Construyeron mediante una tabla los valores de la expresión $n^3 + n^2$ para valores naturales. Calcularon sumas geométricas. Uso de cuñas: II . II = $2.\ 60^2 + 2.\ 60 + 2$ |

## LOS SIGNIFICADOS

En la investigación desarrollada y que nos permitió interpretar la institucionalización del concepto de polinomio vía las prácticas que se ponen en juego en el acto de aprender y enseñar en un contexto sociocultural, y que se originó desde la búsqueda de cómo construyen los estudiantes de segundo año, la noción, pudimos observar lo siguiente:

### Del proceso de instrucción: Lo didáctico

(1) Los textos escolares son utilizados como elementos auxiliares en el aula de clase para la enseñanza de la Matemática. Cada uno de ellos trae un enfoque diferente en el tratamiento de la noción, es decir que la didáctica utilizada está determinada por el nivel de formación de cada autor o autor(es) y que por lo general siguen las pautas indicadas en los programas oficiales o en las editoriales. A través de ellos se establece un control social de los aprendizajes y lo que está escrito se toma como una verdad absoluta en cuanto a sus contenidos, problemas y conceptos desarrollados, tal como se evidencia en el análisis del discurso del profesor en la clase**.**

*(2)* Del análisis en cuestión encontramos que el discurso sobre la noción de polinomio es muy variado. Se caracteriza por una presentación algebraica en dos de los textos revisados; y en uno de ellos, se introduce un lenguaje preparatorio sobre las nociones que tiene que manejar el alumno para entender el concepto. Asimismo, s*e observa el uso indistinto de la palabra polinomio, función polinómica y expresión. No se observa la noción en relación a los contextos aritmético y geométrico.*

En líneas generales los textos, el programa y el profesor construyen el concepto mediante el uso de la función polinómica. Indican que se puede llamar simplemente polinomio, de lo que se puede interpretar que consideran ambas expresiones como sinónimos.

### Lo histórico-epistemológico

La aproximación a la evolución histórica del concepto se presenta indicando los aportes de algunos matemáticos y civilizaciones antiguas que impulsaron el estudio de este concepto (Boyer, 2003 y Edwards, 1979). Hemos llegado a la siguiente clasificación: Cultura Egipcia, Mesopotámica y Griega; Cultura Arabe; Edad Media y finalmente siglo XVIII. Esta aproximación se hace desde su génesis, hasta su reconocimiento como función en el siglo XVIII.

*En las culturas Egipcia, Mesopotámica y Griega,* la génesis de la noción de polinomio estaba vinculada con problemas prácticos, áreas geométricas, cálculos astronómicos, problemas de proporcionalidad y la solución de las primeras ecuaciones lineales y cuadráticas. La sociedad mesopotámica logró resolver ecuaciones con los métodos utilizados en la actualidad y aportaron la primera noción de variable en las situaciones donde trabajaban con longitud, anchura, área y volumen. Asimismo desarrollaron tablas para calcular los valores de la expresión $n^3+n^2$.

*Después de Cristo, la cultura árabe* desarrolló el álgebra fundamental de los polinomios. Lograron describir cualquier potencia de la incógnita X mediante procedimientos aritméticos relacionados con la geometría. Por otra parte, el lenguaje algebraico es Sincopado-Avanzado y Vieta (1540-1603) construye todo el lenguaje simbólico. Se introduce la representación gráfica de las relaciones variables con Oresme.

*En la Edad Media* aparece la noción de función, se usa el "algebra de palabras" y se realizan generalizaciones usando letras del alfabeto.
*Finalmente en el siglo XVIII* se introducen las funciones en términos de asociación de valores y de expresión analítica.

**Lo cognitivo**

***Parte I.*** Intervinieron *24 estudiantes*. Se les aplicó a 22 alumnos, el mismo instrumento. De las respuestas dadas por los 22 estudiantes tanto en el cuestionario inicial (Ci) como en el cuestionario final (Cf), se puede inferir lo siguiente: (a) sólo cinco de ellos se pueden ubicar en la línea algebraica pues sus respuestas fueron sólo algebraicas en ambos cuestionarios y dos en la línea de la aritmética al álgebra ya que las respuestas fueron aritméticas en el inicial y algebraicas en el final y (b) ninguno en la línea del álgebra a la aritmética.

***Parte II.*** Sobre los esquemas conceptuales asociados a la noción de polinomio después de desarrollar, en los tres informantes claves, los elementos didácticos (Anexo 3) encontramos lo siguiente:

a) Los 3 actores utilizando la aritmética, comprenden qué es una expresión polinómica y cuáles son sus elementos notables, todo esto realizado desde un contexto real.

b) Los 3 sujetos logran comprender que una expresión polinómica puede tener bases particulares o bases generales y que la letra X, T, Z representan una variable.

c) Los 3 sujetos usan elementos geométricos y resuelven primero con la aritmética, luego en forma generalizada con la variable X, construyendo los polinomios de manera significativa.

d) Los 3 sujetos logran relacionar correctamente la aritmética, la geometría y el álgebra ya que le dan significado a letra X dependiendo del contexto, otorgando un significado diferente a la noción de polinomio.

e) Finalmente, los estudiantes responden que un polinomio es la descomposición en forma de potencias de números o cantidades, que ejemplificarían un polinomio con problemas de ventas realizadas en la cantina. Como gráficos, los alumnos expresan que usarían figuras geométricas y que relacionarían a los polinomios con un cuadrado, con el concepto de potencia y variable.

**A Modo de Implicaciones y Reflexiones**

1. En líneas generales, los textos, el programa y el profesor construyen el concepto mediante el uso de la función polinómica e indican que también se puede llamar

simplemente polinomio, de lo que se puede interpretar que ambas expresiones se toman como similares.

2. En cuanto al recorrido histórico, el mismo nos hace ver que esta noción va desde la variabilidad hasta función y que a partir de la aritmética se puede llegar al álgebra. Se observa que la noción estuvo en una permanente evolución. Este análisis histórico permitió extraer elementos didácticos para mediar la noción.

3. En la unidad didáctica que permitió a los alumnos comprender el concepto de polinomio, se plantearon 4 objetivos: (a) Descomponer polinómicamente un número y resolver problemas asociados a la noción, en el contexto aritmético; (b) Utilizar la aritmética en el contexto cotidiano para inducir el concepto de polinomio; (c) Utilizar la aritmética en el contexto geométrico para inducir el concepto de polinomio en otro contexto y (d) Utilizar el álgebra para construir un polinomio a través de la suma de las áreas de un cuadrado (Anexo 3).

4. En cuanto al aporte didáctico para los docentes, se les sugiere revisar la definición de la noción de polinomio en los diferentes textos y contrastar esa definición con la aportada por los matemáticos a lo largo de la historia, a fin de inducir el aprendizaje desde la aritmética (con la descomposición polinómica de un número que representen situaciones de la vida diaria), pasando por el uso de la variable con esos mismos problemas, hasta llegar a que el alumno se apropie del concepto en un determinado contexto. Se sugiere utilizar la geometría como enlace de la aritmética al álgebra, tal como se dio en la historia.

## Referencias

Azcárate, C. y Camacho, M. (2003). La Investigación en Didácticas del Análisis. Asociación Matemática Venezolana. Edición especial. X(2), 115-134.

Barragán, F. y Sarabia, J. (1981). *Matemática 8$^0$ grado*. 2ª Edición. Caracas: CO-BO.

Benítez, A. (2004). Construcción de la Expresión Algebraica de una Gráfica Considerando la Interpretación Global de las Representaciones Gráfica, Numérica y Algebraica. Pensamiento Variacional. En G. Martínez (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. (17).* México: CLAME, Pp. 455-461.

Booth, R. (1988). "Children´s Difficulties in Beginning Algebra" The Ideas of Algebra, k-12. Yearbook National Council of Teacher of Mathematics. Inc. Virginia. Usa.

Boyer, C. (2003). Historia de la Matemática. Madrid:Editorial Alianza

Breijo, B. y Domínguez P. (1993). *Matemática 8$^0$ grado*.3era edición. Caracas: Editorial triángulo.

Calvo, E. (2001). Un Estudio sobre el Papel de las definiciones y las Demostraciones en Cursos Preuniversitarios de Cálculo Diferencial e Integral. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.

Colín, M., Martínez, G., y Farfán, R. (2006). De la Aritmética al Cálculo: la raíz cuadrada y sus disfunciones en el discurso matemático escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 5*(1) 45-78.

Cordero, F. (2006). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: una visión socioepistemolóogica. En Cantoral, Covián, Farfán, Lezama y Romo (Eds). Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (pp. 265-286). D.F. México: Díaz de Santos, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Da Rocha, J. (1997). Lenguaje Algebraico. Un enfoque Psicológico. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas,* 14, Octubre, 25 – 38.

Dreyfus, T. (1990). Advanced mathematical thinking. En Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.), *Mathematics and Cognition*, 113-134. Cambridge: Cambridge University Press.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. En David Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, (volumen 1, pp. 3-21). Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic Publishers.

Drijvers, P. y Hendrikus, M. (2003). *Learning Algebra in a Computer Algebra Environment: design research on the understanding of the concept of parameter.* Tesis doctoral no publicada. Utrecht: Universidad de Utrecht.

Durán, D. (2004)**.** Matemática $8^0$ de Educación Básica. $1^a$ Edición. Caracas: Santillana.

Edwards, C. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. New York: Springer-Verlag.

Gómez, B. (1995). Los Viejos Métodos de Cálculo. Un dominio para transitar de la aritmética al álgebra y viceversa. *Suma, 20,* 61-68.

Hewitt, D. (1998). Approaching Arithmetic Algebraically. *Mathematics Teaching, 163*, 19-29.

Kathryn, I. y Murray, B. (2005). The Algebraic Nature of Students numerical Manipulation in the New Zealand Numeracy Project. *Educational Studies in Mathematics.*

Kieran, C. (2006). Research on the Learning and Teaching of Algebra. En Gutiérrez y Boero (Eds). Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Sense. pp. 11-49.

Leal, A. (2000). Efecto de la Estrategia Instruccional "Mas allá de la Aritmética" en el Proceso de Transición de la Aritmética al Álgebra en el 7º. Grado de la Escuela Básica. Tesis de Grado no publicada. Postgrado Interinstitucional en Matemática, UCLA-UNEXPO-UPEL.

Loreto, E. (1993). Comparación de dos Estrategias Instruccionales en la Factorización de Polinomios de Coeficientes Racionales en el Octavo Grado de la Educación Básica. Tesis de Grado no publicada. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas.

Mason, J., Graham, A. y Johnston–Wilder, S. (2005). *Developing Thinking in Algebra.* London: The Open University y Paul Chapman Publishing.

Ministerio del poder popular para Educación (1987). Programa de Estudio y Manual del Docente. Educación Básica. Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto. Ministerio de Educación. Caracas.

Molina, M. (2006). *Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del Signo Igual por Alumnos de Tercero de Educación Primaria.* Tesis doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM07-2822.PDF. [Consulta. Marzo 2006].

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, Virginia: Autor.

Rodríguez, G.; Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.

Ruiz, J. (1996). *La investigación Cualitativa. Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto, Pp. 11-50.

Ruiz, L. (1998). La noción de función: Análisis Epistemológico y Didáctico. Tesis doctoral. Universidad de Jaen. España.

Sánchez, N. y Guerrero, F. (2004). Formación de Profesores en la Transición Aritmética al Álgebra. Formación de profesores. *En G. Martínez (Ed.). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. (17).* México: CLAME, Pp. 590.

Socas, M. (1999). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (Coord.). *La Educación matemática en la enseñanza secundaria.* Barcelona: I.C.E/Horsori.

Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking. En Tall, D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, (pp. 3-21). Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking functions, limits, infinity, and proof. En Grouws, D. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 495-511). Reston: National Council Of Teachers Of Mathematics, Inc.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinkhing. *Proceedings of the 19th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations*, (pp. 61-75). Recife, Brasil.

Tall, D. (1997). Functions and calculus. In A. J. Bishop et al (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 289-325). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies en Mathematics*, 48 (2 y 3), 200-238.

Tall, D. (2004). Thinking Through Three Worlds of Mathematics. *Proceedings of the 28$^{th}$ Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 1-16). Bergen, Norway.

Tall, D. (2005). The transition form embodied thought experiment and symbolic manipulation to formal proof. *Proceedings of the Delta Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 1-16). Frazer, Island, Australia.

Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition In Mathematics, With Particular Reference To Limits And Continuity. *Educational Studies in Mathematics, (12) 151-169.*

Trigueros Maria, y Ursini, Sonia (2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática.* 12(2), 27-48.

Valdivé, C. (2005). Algunos Constructos Teóricos del Pensamiento Matemático Avanzado. Mimeo.

Valdivé, C. y Garbin, S. (2008). Estudio de los Esquemas Conceptuales Epistemológicos Asociados a la Evolución Histórica de la Noción de Infinitesimal. *Revista Latinoamérica de Investigación en Matemática Educativa*, Relime 11(3), 413-450.

Vinner, S. (1991). The role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematical. En Tall, D. (Ed), *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publisher. Dordrecht/Boston/London. Pp. 65-79

Warren, E. (2003). Young Children's Understanding of Equals: a longitudinal study. En N. Pateman, G. Dougherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 25th Conference of Psychology of Mathematics Education North America*, (4) (pp. 379-387). Honolulu, Hawaii: CRDG, College of Education, University of Hawaii.

ANEXO 1

**Análisis histórico- epistemológico de la noción de polinomio**

| | **Situaciones** | **Método** | **Definiciones** | **Argumentos** | **Representación** |
|---|---|---|---|---|---|
| Antes de Cristo | -Problemas prácticos y de áreas. Ejemplo Suma de casas, gatos, ratones, espigas.<br><br>-Cálculos astronómicos. Problemas: Aritméticos, Algebraicos y Geométricos. Ecuaciones lineales y cuadráticas.<br><br>- Problemas de proporcionalidad entre áreas de los círculos o volumen de las esferas con el cuadrado y el cubo. | -Sistema cuneiforme La base de su sistema de numeración es el 60.<br>Potencias sucesivas de un número dado.<br>Resolución de ecuaciones mediante los métodos que se usan actualmente. | --Operaciones Aritméticas.<br>Progresiones Geométricas.<br><br>- Las expresiones longitud, anchura, área y volumen hacían el papel de las variables. | Los gatos eran animales sagrados en la cultura egipcia.<br><br>-Buscaban encontrar las regularidades. | - Construyeron mediante una tabla, los valores de la expresión $n^3 + n^2$ para valores naturales.<br><br>Suma geométrica.<br>Uso de cuñas: II II II = $2.60^2 + 2.60 + 2$. |
| Después de Cristo | -Álgebra fundamental de los polinomios.<br><br>-Relaciones causa-efecto.<br><br>-Relaciones entre dos variables | -Describen cualquier potencia de la incógnita X.<br>Procedimientos aritméticos de los árabes (Leonardo Fibonacci).<br>Reglas de las operaciones numéricas, los polinomios.<br>Resolución de ecuaciones (Bombelli).<br><br>- Noción de función con el aporte de las escuelas de Oxford y París.<br>-Álgebra de palabras" y generalizaciones usando letras del alfabeto.<br>-Método geométrico usando gráficas. | -Multiplicar y dividir polinomios.<br>-Primeras abreviaturas para la incógnita de una ecuación (Diofanto 250 d.C.).<br>-Creación de un simbolismo algebraico (Hindúes Siglo VII).<br>- Uso de lenguaje algebraico sincopado-avanzado (Bombelli).<br><br>-Se empleaban abreviaturas para designar conceptos y representar operaciones. | | -Con Vieta (1540-1603) se construye todo el lenguaje simbólico e introdujo el uso de letras para las incógnitas, sus potencias y los coeficientes.<br><br>- Una cantidad x esta compuesta de otras cantidades a, b, c,… si x resulta de esas cantidades por medio de las cuatro reglas elementales |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | - Función en términos de asociación de valores.<br>-Concepto de función como expresión analítica (James Gregory) | - Describían con palabras las operaciones de adición, y multiplicación. | | |

ANEXO 2

## Análisis del discurso de los textos, programa oficial y del profesor sobre la conceptualización de la noción de polinomio

| **Textos**<br>**Categorías de análisis** | **Texto 1**<br>**Durán, D.** | **Texto 2**<br>**Sarabia y Barragán** | **Texto 3**<br>**Breijo y Domínguez** | **Programa (1987)** | **Clase del prof. 05-05-06** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Presentación del tema de polinomios** | -Hace referencia a algunas situaciones de la vida real que involucran el concepto de función. Por ejemplo la fórmula de las ganancias de un hipermercado:<br>$P(x) = 4000x – 2000$. | -Indica que se trata del estudio de las funciones polinómicas o polinomios. | -Presentar una serie de conceptos generales, que permitan comprender el tema. Rama de la Matemática llamada Álgebra. | -Presenta diversas funciones con dominio y rango en Q | -Inicia: 10:09 vamos a trabajar con una parte de la matemática muy fuerte, parte muy abstracta. |
| **Situaciones que se presentan.** | -Presenta situaciones que involucran una función. ---Variable dependiente e independiente.<br>-Ejemplo:<br>Si se conoce el lado de un cuadrado, entonces se conoce su área $A = L^2$, el valor del área esta en función del lado | -Presentan algunos ejemplos de funciones : a) mediante u diagrama sagital; b) , c), d) ,e) y f) en forma algebraica<br>Ejemplo:<br>g : Q Q<br>$g(x) = 3X + 1$<br>notamos que:<br>$g(0) = 3.0 +1 = 1$<br>$g(-1) = 3. (-1) + 1= -2$ | -Concepto: Álgebra, cantidades algebraicas,<br>Signos: + o –<br>-Expresión algebraica<br>-Término Algebraico. etc.<br>Ejemplo:<br>$2 x^2 – 1/2x + 5$ | Informa que esas funciones son funciones polinómicas<br>Ejemplos:<br>$f(x) = 2X + 3$<br>$g(x) = 3x^2 + 1/5x+ 1$ | -Polinomios: varios-<br>-Polis: significa varios<br>-Nomios: cantidad algebraica<br>-Cantidades conocidas o desconocidas<br>Signos: + o –<br>Elementos de la potenciación.<br>Ejemplo:<br>Explica $a^n$ y realiza algunas preguntas |
| **Definiciones y argumentos dados.** | -Define el concepto de función polinómica:<br>En general, una función polinómica P: Q → Q es una función que se escribe de la forma:<br>$\mathbf{P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} +…+ a_1x^1 + a_0}$<br>Donde:<br>$a_n, a_{n-1},., a_2, a_1, a_0$ son números racionales llamados coeficientes.<br>n, n-1, n-2… son naturales que determinan el exponentes de cada término. | -Argumento: las funciones b, c, d, e y f son funciones polinómicas o polinomios en Q, de variable x.<br>-Define el concepto de función polinómica o polinómica o polinomio en Q de variable indeterminada x.<br>F: Q → Q<br>De la forma**:**<br>$f(x) = \mathbf{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} +…….+ a_2x^2 + a_1x^1 + a_0x^0}$<br>**(x0 = 1)** Siendo los exponentes de los x, números | Monomio:<br>Binomio<br>Trinomio<br>-Polinomios: expresión general de los polinomios.<br>-La expresión general de los polinomios de una variable es:<br>$\mathbf{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + …….+ a_2x^2 + a_1x^1 + a_0x^0}$<br><br>Donde $a_n, a_{n-1},….., a_2, a_1, a_0$ :son los coeficientes<br>x :es la variable<br>n, n-1,………., 2, 1,0 :son los exponentes | -Concepto de función polinómica:<br>En general una función polinómica en Q<br>$f(x)= a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+ ……+ a_0x^0$<br>Polinomio<br>$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + … + a_0x^0$<br>-Características básicas de la función polinómica<br>-tipos de polinomio<br>-Ejercicios variados para identificar elementos | -Explica la potencias $2^2$<br>-Explica $x^2$, y le agregan mas términos así: $x^2+4x-1$<br>-Define el concepto como función polinómica.<br>Sea<br>f: P → Q, tal que<br>$\mathbf{P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} +….+ a_2x^2 + a_1x^1 + a_0}$<br>Donde $a_n, a_{n-1},.. a_1$, son números racionales llamados coeficientes. Los |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | naturales y los $a_n$, $a_{n-1}$,.., $a_2$, $a_1$, $a_0$, números racionales | | | $a_nx^n$ , $a_{n-1}x^{n-1}$ , , $a_1x^1$ , $a_0$ son llamados términos del polinomio. |

Continúa

ANEXO 2

**Análisis del discurso de los textos, programa oficial y del profesor sobre la conceptualización de la noción de polinomio (Continuación)**

| **Textos** <br> **Categorías de análisis** | **Texto 1** <br> **Durán, D.** | **Texto 2** <br> **Sarabia y Barragán** | **Texto 3** <br> **Breijo y Domínguez** | **Programa (1987)** | **Clase del prof. 05-05-06** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Tipo de representaciones del concepto** | -Se dan representaciones geométricas del concepto y también representaciones de área y volumen | -Se dan sólo representaciones algebraicas del concepto <br> - Representación sagital | -Se dan sólo representaciones algebraicas del concepto. <br> -Presenta un ejemplo y un contraejemplo | -Convienen en hablar indistintamente de polinomio o función polinómica <br> -representación algebraica | -Algebraico <br> -Términos de un polinomio |
| **Notas históricas** | Hace referencia al significado etimológico del términopolinomio. | No tiene | No tiene | No tiene | No tiene |

ANEXO 3

**ELEMENTOS DIDÁCTICOS**
**(Una sesión de clase)**
**4ª sesión de clase**

**Objetivo**: Utilizar el álgebra para construir un polinomio a través de la suma de las áreas de cuadrados y de rectángulos, construyendo cajas y cubos.

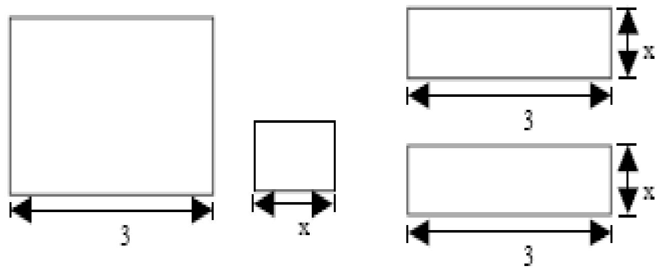
**Actividad de inicio:** Se les propuso a los alumnos resolver las actividades geométricas planteadas. Se formulan preguntas en cada una de las actividades, con el objeto de trabajar con sus conocimientos geométricos para construir de forma algebraica un polinomio. Los alumnos construyen cajas usando plantillas y desarmando cajas. Identifican caras y miden los lados de las caras. Los alumnos que trabajan en la clase son identificados como (15), (18) y (13)

**Desarrollo:** Se les propone a los estudiantes las siguientes actividades y se formulan preguntas relacionadas con las figuras geométricas

**Problema 1.** Susana le propone a Leonardo el siguiente desafío**:** *Tengo dos rectángulos y dos cuadrados con las medidas dadas en el gráfico y quiero construir un cuadrado, utilizando todas las figuras y de forma que no haya solapamiento (cubrir una figura a la otra) ni espacios libres entre ellas. ¿Puedes ayudar a Leonardo a resolver el problema?*

a) Expresa el área total del cuadrado construido, como suma de las áreas de las cuatro figuras dadas;

b) Expresa el área total del cuadrado construido, utilizando la fórmula del área de un cuadrado**.**




A medida que los alumnos realizan esta actividad el investigador media en el proceso, aclara las dudas e indica las sugerencias.

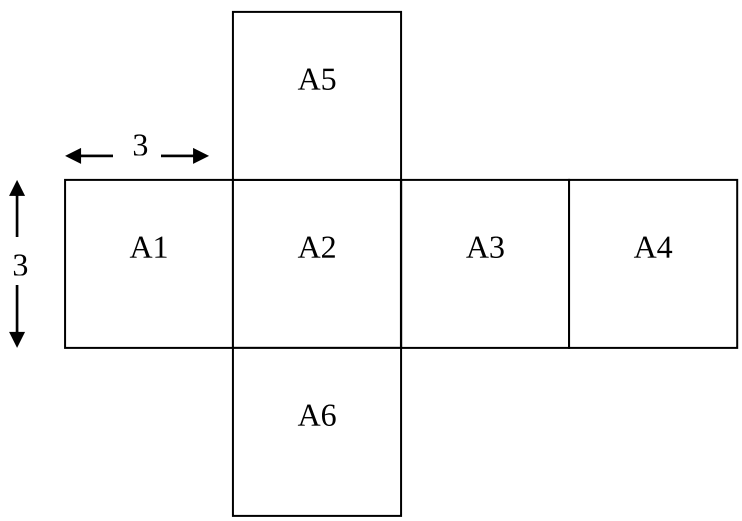
Los estudiantes formulan las siguientes soluciones y respuestas:

Los 3 alumnos construyen un sólo cuadrado con las figuras dadas y en cuanto a las dos preguntas responden de la forma siguiente: $9 + X^2 + 3X + 3X = A$

$(X + 3). (X + 3) = (X + 3)^2 = 9 + X^2 + 3X + 3X = A$

**El profesor** realiza la siguiente actividad formulando ciertas preguntas a los estudiantes.

**Problema 2:** La siguiente plantilla o figura geométrica representa el desarrollo de una caja. Después de responder las preguntas, ármalo y calcula el volumen de la caja.




Profesor: ¿Cuántas caras o cuadrados forman este cubo?
Alumnos: 6
Profesor: ¿Cuál es la medida de los lados de cada uno de los cuadrados?
Alumnos: 3
Profesor: ¿Cómo se calcula el área de un cuadrado?
Alumnos: multiplicando lado por lado
El Profesor plantea que calculen el área de la cara $A_1$
3. 3 = 9

El Profesor indica que el área total de la superficie de la caja, se calcula se la siguiente manera:

$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$, pero como todos los cuadrados tiene la misma área, la cual ya esta calculada y es 9. Por lo tanto el área total es

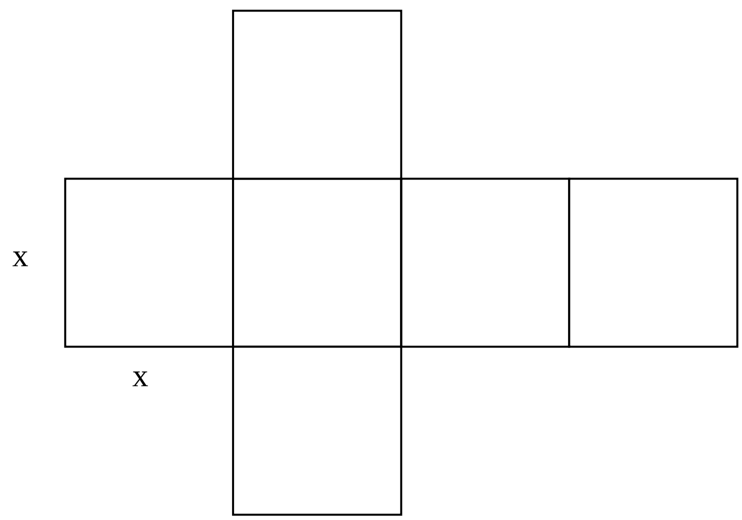
$A_T = 6.\ 9 = 54$ o $A_t = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$

$A_t = 3.3 + 3.3 + 3.3 + 3.3 + 3.3 + 3.3$ o $A_t = 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2$

Para el volumen, los alumnos responden Volumen = $3x3x3 = 3^3$

El profesor propone a los 3 alumnos las actividades siguientes y formula las preguntas respectivas

**Problema 3.** Calcula el área del siguiente cubo que se forma con la plantilla, ármalo y calcula el volumen de la caja construida.




Responde: ¿Qué significado tiene para tí, la letra X? Escribe coeficientes, base y exponente

Los alumnos dan las siguientes respuestas:

$A_T = X.\ X = X^2$ y $A_T = 6.\ X^2$

$A_T = X.X + X.X + X.X + X.X + X.X + X.X$

$A_T = X^2 + X^2 + X^2 + X^2 + X^2 + X^2$

Expresan que la letra X significa:

La medida de cada lado de la cara del cubo (15)

El significado puede ser uno (13,18)

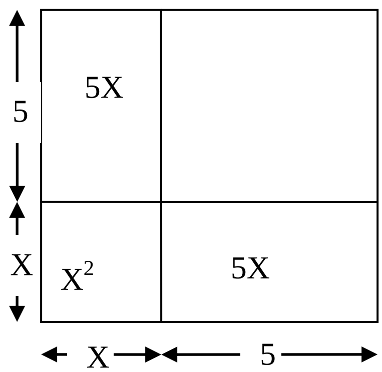
Coeficiente: 6; base X; exponente 2 (13, 15,18)

$V = X.X.X = X^3$

**Problema 4:** Se te da un cuadrado formado por dos rectángulos y dos cuadrados, igualmente se te dan las longitudes de los lados del cuadrado grande

Responde:

¿Qué significado tiene para ti la letra X en el cuadrado dado? Expresa en palabras, símbolos o dibujos ¿Qué significado tiene para ti el número 5, en el cuadrado dado?




Halla el área del cuadrado grande. Podrías escribir o explicar ¿con cuál concepto relacionas el área obtenida? ¿Podrías definir el área de ese cuadrado?

Los alumnos formulan las siguientes soluciones y respuestas:

Un alumno responde que significa el valor de los lados del cuadrado o cualquier otro número (15)

Dos alumnos (13, 18) indican que significa uno

Para los tres alumnos, el 5 significa la medida de los lados del cuadrado

Escriben que el área del cuadrado es: $(X + 5).\ (X +5) = (X + 5)^2$ (13, 15, 18)

Escriben que lo relacionan con el concepto de potencia (13, 15, 18)

Dos alumnos (13, 15) expresan que el área del cuadrado, es la suma del área de cada rectángulo y de cada cuadrado; el alumno (18) expresa que con la suma de cada uno de los cuadrados.

**Actividad de cierre**

El profesor plantea las siguientes interrogantes:

¿Cómo le definirías a tu compañero, un polinomio? ¿Qué ejemplo o ejemplos utilizarías? ¿Por qué? ¿Qué grafica utilizarías para darle a conocer la definición de un polinomio? ¿Con cual concepto relacionarías polinomio para que tu compañero logre entender mejor?

Los alumnos otorgan las siguientes respuestas:

Polinomio: es la descomposición de un número o cantidades en forma de potencias o la descomposición del área o volumen en partes, usando números o letras para calcular esas áreas o volúmenes.

Ejemplos que utilizarían: a) problemas de venta de cosas de la cantina durante la semana, empanadas, jugos, refrescos, b) ejercicios de cálculos de volúmenes de las papeleras.

Graficas: figuras geométricas, rectángulos, cuadrados o los lados de un cuadrado, cajas con caras. Y relacionaría polinomios con el concepto de potencias, cálculo de áreas o volumen de un cubo usando potencias.

**Los autores**

**Carmen Valdivé**, Doctora en Educacion, Profesora de Matemática (Asociada)
Universidad Centro Occidental Lisandroa Alvarado (UCLA).
Adjunta a la coordinación del Centro de Investigaciones del Decanato de Administración y Contaduría (CIDAC). PEI categoria B. Barquisimeto, Venezuela
E mail: valfer16@yahoo.com

**Honorio Escobar,** Magister en Matemática, mención Enseñanza de la Matemática.
Profesor de Matemática de la Unidad Educativa Carorita Abajo. Barquisimeto.Venezuela
E mail: honorioescobargamez@yahoo.es