

PROPUESTA DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA EL ESTUDIO DEL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN PARA PROFESORES DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR

José Javier Guerrero Maldonado, Lidia Aurora Hernández Rebolgar
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
jjguerre@unet.edu.ve, lhernan@fcfm.buap.mx

1. INTRODUCCIÓN

En el marco del estudio del concepto de límite existen múltiples investigaciones las cuales permiten concluir que los estudiantes presentan dificultades que retrasan su proceso de aprendizaje en la escuela (Hitt, 2003; Vrancken, Gregorini, Engler, Muller y Hecklein, 2006). Como integrantes del triángulo didáctico, surge la idea de usar la Teoría APOE en docentes del nivel medio superior a través de la aplicación de una secuencia de actividades didácticas que les contribuya a enfrentar de manera óptima situaciones problemáticas donde dicho concepto se encuentre involucrado.

Dicha teoría ha servido de base para esta investigación, para la metodología que guía al diseño de los instrumentos de investigación y para el análisis de las respuestas de los profesores en estudio. Arnon, Cotrill, Dubinsky, Oktaç, Roa, Trigueros & Weller (2014) plantean un “Ciclo de Investigación”, el cual incluye un análisis teórico, el diseño de instrumentos y el diseño instruccional.

La idea ha sido contribuir a la formación, mejoramiento y promoción de las estructuras y mecanismos mentales, de acuerdo a la teoría, de los docentes de matemáticas seleccionados, en un concepto fundamental del cálculo diferencial como lo es el del límite.

2. OBJETIVO

Implementar una secuencia de actividades didácticas fundamentadas en la teoría APOE para la construcción del concepto de límite de una función en profesores del nivel medio superior.

3. MARCO TEÓRICO

APOE es el acrónimo de las llamadas estructuras mentales: Acción, Proceso, Objeto y Esquema; es una Teoría desarrollada por Dubinsky basada en el concepto de abstracción reflexiva de Piaget para describir la construcción de conceptos matemáticos específicos. En tal sentido Dubinsky plantea cinco tipos de abstracciones o mecanismos mentales (interiorización, coordinación, encapsulación, desencapsulación y generalización) que conducen a la construcción de las mencionadas estructuras (Arnon et al., 2014).

Esta Teoría ha servido de base para el desarrollo de investigaciones donde la comprensión del límite se encuentra presente. Una de ellas es la presentada por Cotrill, Dubinsky, Nichols, Schwingendorf, Thomas y Vidakovic (1996), quienes presentan una descomposición genética la cual busca que los estudiantes construyan una definición formal de límite.

Tiempo después, Tomás (2014) realizó una investigación con estudiantes de nivel medio superior buscando determinar el grado de comprensión adquirido por los mismos luego de concluido el curso de cálculo. Para tal fin hizo una modificación de la descomposición genética de Cotrill et al. (1996) con la intención de que el concepto de límite sea comprendido por estudiantes de este nivel, a través de la concepción de aproximación.

4. MÉTODO

El método a seguir está basado en la Teoría APOE en cuanto a su análisis de las descomposiciones genéticas existentes y el diseño de las actividades.

En este caso se ha diseñado una secuencia de actividades didácticas tomando como base la descomposición genética y algunas actividades propuestas por Tomás (2014), las cuales se implementaron a un grupo de profesores que dictan la materia de cálculo diferencial en el nivel Medio Superior del ciclo escolar 2018-2019.

5. DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

Se utilizarán diversas representaciones de funciones: analítica, tabular y gráfica que servirán como recurso para que los profesores construyan o re-construyan las concepciones

de aproximación y de métrica del límite de una variedad de funciones dadas. En algunos casos los docentes observarán la aproximación de las imágenes de una función mientras los valores del dominio se aproximan a un número dado en una tabla; en otros casos observarán este proceso en una gráfica. La coordinación de estos procesos llevará al docente a la concepción de aproximación. Otras actividades semejantes se propondrán para la concepción métrica. La coordinación de los procesos de estas dos concepciones se espera que favorezcan en el docente la concepción proceso del límite de una función.

6. EJEMPLO DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS (TOMÁS, 2014)

$$\text{Siendo } f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x < 0 \\ -2x - 3 & x \geq 0 \end{cases}$$

a. Complete la tabla:

X	-0.1	-0.01	0.001	-0.0001...	0.0001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$								

Responder y explicar:

- ¿A cuál número a se aproxima x ?
- ¿A cuál número se aproxima la función $f(x)$ cuando x se aproxima al valor de a calculado en el ítem a)?
- Describe el comportamiento de la función $f(x)$ con relación al comportamiento de la variable x .

La justificación de esta actividad se basa en la descomposición genética. Por ejemplo, completar la tabla constituye la acción de evaluar la función en algunos valores del dominio aproximándose a cero; en *b)* y *c)* un proceso en el dominio y uno en el rango respectivamente y en *d)* se requiere de coordinar ambos procesos para el proceso de la concepción de aproximación del límite de una función.

7. CONCLUSIONES

La actividad de enseñanza del concepto de límite, en el nivel medio superior, puede ser modificada al promover, con la aplicación de la Teoría APOE, el desarrollo de estructuras mentales más elaboradas en los profesores de este nivel educativo. En este

trabajo se presentarán varias actividades, cómo se corresponden éstas con la teoría y, en un estudio posterior, el impacto de su aplicación en profesores en servicio.

REFERENCIAS

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2013). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer Science & Business Media.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.
- Hitt, F. (2003). El concepto de infinito: obstáculo en el aprendizaje de límite y continuidad de funciones. En E. Filloy, F. Hitt, I. C., R. F. y S. Ursini (Eds.), *Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual* (pp. 91-111).
- Tomás, J. P. (2014). *Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto* (Doctoral dissertation, Universitat d'Alacant-Universidad de Alicante).
- Vrancken, S., Gregorini, M. I., Engler, A., Muller, D., & Hecklein, M. (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite. *Revista PREMISA*, 8(29), 9-19.