

# ANÁLISIS TEÓRICO DE LOS OPERADORES LINEALES DIAGONALIZABLES CON BASE EN LA TEORÍA APOE

*Esteban Mendoza Sandoval, Flor Rodríguez, Jesús Romero*

*Universidad Autónoma de Guerrero*

*emendoza@uagro.mx, flor.rodriguez@uagro.mx, jromv@yahoo.com*

## 1. INTRODUCCIÓN

Para Carlson, Johnson, Lay y Poter (1993) la asignatura del álgebra lineal debe ser considerada por los estudiantes universitarios útil y el primer curso, es uno de los cursos de matemáticas más útiles tomados por los estudiantes universitarios. Respecto al plan y programa de estudios, en 1990 surge el Grupo de Estudio de Currículo de Álgebra Lineal en los Estados Unidos, con el objetivo de mejorarlo publican un conjunto de recomendaciones. Respecto al enfoque o tratamiento que se le da al álgebra lineal actualmente, según González y Roa (2017) no se tiene una lista sobre los temas más relevantes en los cursos básicos. Así, las universidades tienen un contenido específico pero diversas formas de tratar los contenidos.

Según Yildiz (2013) los cursos de álgebra lineal abordan el estudio de matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, productos internos, ortogonalidad y la teoría de la diagonalización. Respecto a la diagonalización de una matriz, se debe seguir una serie de pasos en los cuales se pueden cometer errores de cálculo, la probabilidad aumenta si el tamaño de la matriz aumenta. Posteriormente de los cálculos matriciales la parte crucial es decidir si la matriz es diagonalizable o no, lo cual requiere de conocimientos de la teoría de la diagonalización (Yildiz 2013), por ejemplo, relacionar la dimensión geométrica de un valor propio con la multiplicidad algebraica de alguna raíz del polinomio característico. Nuestro interés es investigar la comprensión de los operadores lineales diagonalizables (OLD). Sea planteado la siguiente pregunta de investigación ¿Qué estructuras y mecanismos están asociados a los operadores lineales diagonalizables en estudiantes de una licenciatura en matemáticas desde la perspectiva APOE? Para responder dicha pregunta de investigación se tiene el siguiente objetivo realizar un análisis cognitivo de estudiantes de licenciatura en matemáticas sobre el concepto operadores lineales diagonalizables en álgebra lineal.

## **2. INDAGACIÓN BIBLIOGRÁFICA**

Desde la perspectiva de APOE y otras perspectivas, se ha encontrado poca investigación durante la revisión bibliográfica y no se ha encontrado al momento investigaciones que atiendan la comprensión de los OLD. La importancia de la diagonalización de un operador lineal, es porque reduce significativamente los cálculos y esto produce un mejor entendimiento de cómo actúa un operador lineal sobre el espacio vectorial en el cual se ha definido. Un antecedente, es el caso de la transformación lineal, Roa-Fuentes y Oktaç (2010) con base en la teoría APOE muestran dos vías cognitivas para la construcción de dicho concepto y posteriormente se indaga sobre el desarrollo de dicho concepto por medio del esquema (González y Roa, 2017) presentando un análisis teórico preliminar respecto a los niveles intra-, inter- y trans del esquema de la transformación lineal, considerando las relaciones con respecto a la base ordenada, pero no se profundiza en la diagonalización de los operadores lineales el cuál es nuestro interés.

## **3. MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO**

Se utiliza el marco teórico APOE cuya teoría cognitiva desarrollada por Ed Dubinsky y el grupo Research University Mathematics Education Community (RUMEC) reinterpretando las ideas esenciales de Piaget. Transforman dichas ideas para utilizarlas en el pensamiento avanzado, tomando como principal elemento de la teoría APOE la abstracción reflexiva. Dubinsky considera cinco tipos de abstracción reflexiva, los cuatro dados por Piaget y agregando uno a la teoría, estos son: interiorización, coordinación, encapsulación, generalización, reversión. Respecto a las estructuras mentales que propone la teoría son: acción, proceso, objeto y esquema, se sugiere al lector interesado consultar Arnon et al., (2014) para profundizar sobre estos mecanismos y estructuras.

La investigación es de corte cualitativo. Los participantes son estudiantes de nivel superior de una licenciatura en matemáticas o una carrera a fin de la Universidad Autónoma de Guerrero. Se utilizó la metodología que propone la teoría APOE, como parte del análisis teórico se obtuvo una descomposición genética preliminar de los operadores lineales diagonalizables (DGPOLD) y las estructuras mentales previas que un individuo podría llegar a necesitar para la construcción del OLD. Con base en DGPOLD se diseñan dos

instrumentos: 1) Para validar las estructuras previas y seleccionar a los participantes que den evidencias de una estructura del OLD; 2) una entrevista semi-estructurada con el objetivo de validar las estructuras propuestas en la DGPOLD o detallar lo mejor posible las estructuras que den evidencia los estudiantes entrevistados. Para la recolección y toma de datos, se aplicará en un ambiente de papel y lápiz la prueba diagnóstico para seleccionar a los participantes para la aplicación de una entrevista semi-estructurada, la cual será grabada en video y transcrita para el análisis más fino de los datos.

#### 4. AVANCES DE LA INVESTIGACIÓN

Se presentará en el evento el resultado de la primera componente que propone la teoría APOE, la DGPOLD. Para dicha construcción se consideró la definición matemática del OLD en algunos libros de texto; análisis de descomposiciones genéticas relacionadas con el OLD; sugerencias de expertos en álgebra lineal, esto, para describir de manera hipotética las estructuras asociadas a los OLD.

#### REFERENCIAS

- Arnon, L., Cottill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M., y Weller, K. (2014). *APOS Theory a framework for research and curriculum education*. New York: Springer Netherlands.
- Carlson, D., Johnson, C., Lay, D., y Poter, A. D. (1993). The linear algebra curriculum study group recommendations for the first course in linear. *Mathematical Association of America*, 24(1), 41–46.
- González, D., y Roa, S. (2017). Un esquema de transformación lineal: construcción de objetos abstractos a partir de la interiorización de acción concretas. *Enseñaza de Las Ciencias*, 35(2), 89–107.
- Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 13(1), 89–112.
- Yildiz, A. (2013). Teaching the diagonalization concept in linear algebra with technology: A case study at galatasaray university. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(1), 119–130.