EL POTENCIAL DE LAS CONEXIONES PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DERIVADA

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Flor Monserrat Rodríguez-Vásquez

Universidad Autónoma de Guerrero

camilo.731@hotmail.com, flormonr@hotmail.com

1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La comprensión de conceptos matemáticos, se considera integrada y funcional, centrada en que un sujeto comprende cuando usa una idea matemática en un contexto apropiado (NRC, 2001). Particularmente, la comprensión del concepto derivada ha sido estudiado desde distintos marcos teóricos (e.g., Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf, 1997; Font & Contreras, 2008; Pino-Fan, Godino y Font, 2015). Asimismo, se considera importante el estudio de este concepto por sus aplicaciones y representaciones disponibles en la resolución de problemas por parte de estudiantes y profesores en el bachillerato y en el nivel superior (e.g., Dolores, 2007; Fuentealba, Sánchez-Matamoros y Badillo, 2016). No obstante, algunas investigaciones (e.g., Artigue, 1995, Sánchez-Matamoros, García y Llinares, 2008) han reportado que, a los estudiantes se les dificulta la comprensión del concepto derivada, debido a que proceden de forma mecánica en la resolución de problemas. También, los profesores confunden la derivada de la función con la derivada en un punto (Badillo, Azcárate y Font, 2011). Por lo anterior, en este estudio muestran las características de la comprensión de estudiantes de nivel superior sobre la derivada.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS

En este estudio se considera la comprensión matemática de un estudiante sobre un concepto como la colección de creencias privadas sobre el concepto. En este sentido, la comprensión se da cuando, en función del análisis de la evidencia disponible, el sistema de creencias atribuido al estudiante es consistente con las creencias aceptadas culturalmente sobre el concepto (Kastberg, 2002). Cabe destacar que, las creencias de un sujeto son entendidas como su conocimiento subjetivo, basado en la experiencia (Pehkonen & Pietilä, 2003).

2.1 Categorías de evidencias de la comprensión

La concepción: son ideas comunicadas por un sujeto sobre el concepto matemático. También, las concepciones pueden ser el resultado de varios factores incluidos, pero no limitados a, los objetivos del estudiante para su actividad matemática. La concepción de un alumno afecta como se aplica el concepto, por lo tanto, su concepción es evidencia de su comprensión del concepto (Kastberg, 2002).

La representación: consiste en símbolos que utiliza un sujeto para pensar sobre el concepto matemático y comunicarlo a otros. Las cuatro maneras de representación según Kastberg son: escritos, pictóricos, tabulares y orales. Las representaciones escritas son una colección de letras y números, así como las anotaciones que los estudiantes usan para pensar y comunicar un concepto matemático en la escritura. Las representaciones pictóricas son imágenes que los estudiantes usan para pensar y comunicar visualmente un concepto matemático. Las representaciones tabulares son tablas de datos numéricos que los estudiantes usan para pensar y comunicar un concepto matemático. Las representaciones orales son palabras habladas y expresiones que los estudiantes usan para hablar sobre un concepto matemático (Kastberg, 2002).

La conexión: se centra en la traducción de una representación de un modo a otro o transformar una representación en otra del mismo modo. Por ejemplo, cuando un sujeto traduce una representación del modo pictórico a uno de modo escrito. También, si el sujeto conecta el gráfico, una representación pictórica y su expresión algebraica en una representación escrita. La evidencia de una conexión se puede observar cuando un sujeto relaciona dos o más representaciones (Kastberg, 2002).

La aplicación: se refiere al uso del concepto matemático para resolver problemas. Si un sujeto utiliza un concepto matemático para resolver un problema, ha vinculado el problema con el concepto. Este enlace indica una comprensión de cómo el concepto puede ser utilizado en un problema (Kastberg, 2002).

3. METODOLOGÍA

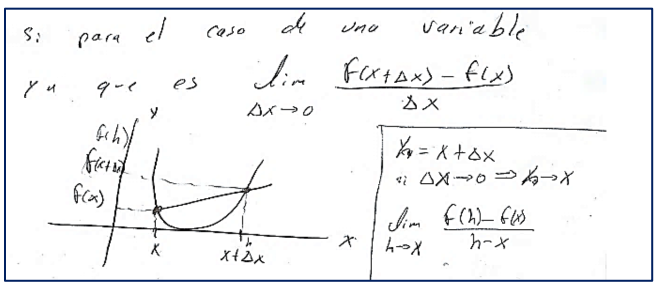
La metodología de la investigación es de tipo cualitativa (Merriam & Tisdell, 2015), llevada a cabo en dos etapas. En la primera, con base en las categorías de evidencias propuestas por Kastberg (2002), se diseñó un cuestionario con diez problemas.

Posteriormente, se aplicó el cuestionario a tres estudiantes universitarios voluntarios de licenciatura en matemáticas, en una sesión de dos horas. Los estudiantes participantes se codificaron como participantes (P1, P2 y P3).

4. RESULTADOS PARCIALES Y CONCLUSIÓN

En este caso se presentan los procedimientos realizados por P3 cuando resolvió el problema 1 y las conexiones que estableció (ver ilustración).

Problema 1. Consideras que la derivada de una función en un punto x_0 resulta del problema de calcular la tangente a la gráfica de la función en el punto de la abscisa x_0? Justifica tu respuesta.



Solución del problema 1 por parte del participante 3.

La respuesta del participante 3 es adecuada para la solución del problema 1, evidenciando una buena concepción sobre el objeto matemático en estudio. En este caso, el participante 3 explica por medio de una representación gráfica cuando la derivada de una función es secante a la curva de la función original y coloca los puntos estableciendo una relación con la derivada como límite. Utiliza el registro algebraico y el significado de la derivada como límite presentando el cociente de diferencias, haciendo referencia a la derivada de una función en un punto cuando $\Delta x \to 0$ entonces $h \to x$. Cabe señalar que, la representación gráfica no se evidencia cuando la recta es tangente a la curva en un punto. La conexión que establece este participante es: *concepciones acerca del objeto matemático-representación gráfica-registro verbal-registro algebraico*. Lo anterior asociado a la derivada expresada como límite.

En conclusión, se muestra el potencial de las conexiones que realizó el participante 3, donde transita por un registro gráfico para mostrar las características de la gráfica de la función y su derivada como recta secante. Asimismo, se destaca la utilidad de la definición de límite con sus incrementos para dar solución de forma analítica y algebraica, lo que evidencia una buena concepción de la derivada. Por tanto, de esta forma se puede contribuir a la comprensión del concepto derivada a través de conexiones.

REFERENCIAS

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), Ingeniería didáctica en educación matemática (un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., y Schwingendorf, K. (1997). The development of student's graphical understanding of the derivate. *Journal of Mathematical Behavior, 16* (4), 399-431.

Badillo, E., Azcárate, C., y Font, V. (2011). Análisis de los niveles de compresión de los objetos f'(a) y f'(x) en profesores de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, *29*(2), 191–206.

Dolores, C. (2007). *Elementos para una aproximación variacional a la derivada*. México: Díaz de Santos.

Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.

Fuentealba, C., Sánchez-Matamoros, G., y Badillo, E. (2016). Análisis de tareas que pueden promover el desarrollo de la comprensión de la comprensión. *Uno revista de didáctica de las matemáticas*, 71, 72-77.

Kastberg, S. (2002). *Understanding mathematical concepts: The case of the Logarithmic Function*. (Tesis doctoral). The University of Georgia, Athens, Georgia.

Merriam, S. B. y Tisdell, E. J. (Ed.). (2015). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation*. United States of America: Jossey-Bass.

National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J.Kilpatrick, J. Swafford, and B.Findell (Eds.). *Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education*.

Washington, DC: National Academy Press.

Pehkonen, E. K., y Pietilä, A. (2003). On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education. In M.A. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of European Society for Research in Mathematics Education (CD/ROM).* University of Pisa.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema*, *29*(51), 60-89.

Sánchez-Matamoros, G., García, M., y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *11*(2), 267-296.