Ayllón, M. F., Castro, E., Molina, M. (2010). Conocimiento aritmético informal puesto de manifiesto por una pareja de alumnos (6-7 años) sobre la invención y resolución de problemas. En Moreno, Mar; Estrada, Assumpta; Carrillo, José; Sierra, Tomás A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 223-233). Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)

CONOCIMIENTO ARITMÉTICO INFORMAL PUESTO DE MANIFIESTO POR UNA PAREJA DE ALUMNOS (6-7 AÑOS) SOBRE LA INVENCIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS[1]

María Fernanda Ayllón
Escuela de Magisterio
"La Inmaculada"

Encarnación Castro
Dpto. Didáctica de la Matemática,
Universidad de Granada

Marta Molina
Dpto. Didáctica de la Matemática,
Universidad de Granada

Se describe y analiza el desempeño de dos niños de educación primaria con edades comprendidas entre 6 y 7 años, en varias cuestiones y tareas sobre invención y resolución de problemas aritméticos verbales. Los resultados informan de su conocimiento informal sobre la idea de problema, los elementos que lo componen, el papel que juegan los números en un problema, y los factores que determinan que un problema sea difícil.

Palabras clave: conocimiento aritmético informal; problemas aritméticos; invención de problemas; resolución de problemas; educación primaria.

We describe and analyze the performance of two 6-to-7 elementary students on questions and tasks related to posing and solving arithmetic word problems. The results inform about their informal knowledge on the idea of problem, the elements included in a problem, the role of numbers in a problem and the factors than make a problem difficult.

Keywords: informal arithmetic knowledge; arithmetic problems; problem posing; problem solving; elementary education.

La investigación realizada sobre el conocimiento matemático de los sujetos en la infancia ha producido una gran cantidad de información que abarca: el discernimiento del tipo de conocimiento propio de los niños a esas edades, las formas de construir dicho conocimiento, etapas posibles en su adquisición, estrategias en el uso del mismo, la evolución de dicho conocimiento informal hasta formas más desarrolladas de pensamiento o hacia matemáticas escolares más formalizadas, y la epistemología del conocimiento de las matemáticas adecuadas para esta etapa de la infancia. Entre los conceptos matemáticos se encuentran los de número natural, operaciones aritméticas básicas propias del conjunto de los números naturales así como los problemas y situaciones a los que dichas operaciones pueden dar respuesta.

El interés por comprender cómo es y cómo se adquiere el conocimiento matemático de los niños, a veces de niños con dificultades, no es nuevo. Ejemplos de investigadores dedicados a esta tarea en épocas menos recientes son Séguin, Montessori, Decroly, y Frobël (Michelet, 1988). Sin embargo, es a raíz de los trabajos de Piaget cuando el

[1] Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto "Modelización y representaciones en educación matemática (EDU2009-11337) financiado por el Plan Nacional de I+D+I del Ministerio de Educación y Ciencia y cofinanciado con fondos FEDER.

tema adquiere mayor interés y la investigación ejerce influencia en el terreno educativo. Piaget y sus colaboradores, entre otros, centraron sus investigaciones en lo que los niños no eran capaces de hacer, subestimando dichas capacidades y proporcionando una visión restrictiva de la competencia matemática que poseen los niños. Con posterioridad surge un movimiento de autores, entre los que se encuentra Gelman, que se centran en poner de manifiesto lo que los niños son capaces de hacer. Esta corriente adopta un punto de vista optimista que propicia una sobrevaloración de la competencia matemática de los niños en edades tempranas. Se presupone alta presencia de capacidades matemáticas en los niños que, en ciertos casos, como ocurre para las capacidades numéricas básicas, se consideran innatas. Al final del siglo XX algunos investigadores entre los que se encuentra Baroody, en desacuerdo con estas dos visiones, adoptaron un tono más equilibrado centrando su atención en detallar con más precisión lo que los niños hacen y cómo lo hacen, cuando se enfrentan a situaciones matemáticas (Baroody, Johnson, y Mix, 2006; Clements y Sarama, 2007).

En este último paradigma nos situamos en la realización de nuestro trabajo. Recogemos en este reporte un estudio de caso en el que se analiza el desempeño de una pareja de dos niños, que cursan primero de educación primaria, cuando dan respuesta a cuestiones y tareas sobre invención y resolución de problemas y analizan la dificultad de problemas aritméticos, que un entrevistador les va proponiendo.

MATEMÁTICA INFORMAL Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

A la vista de que los niños utilizan y ponen de manifiesto una amplia gama de ideas y destrezas matemáticas en gran variedad de contextos como pueden ser juegos o situaciones cotidianas, algunos investigadores (Baroody, 1988; Gelman y Meck, 1986; Sarama y Clements, 2009) establecen que los niños pequeños poseen conceptos matemáticos básicos, así como destrezas y estrategias, que les permiten actuar utilizando dicho conocimiento, de manera intuitiva e informal, en ideas geométricas y espaciales, numéricas y cuantitativas. Este conocimiento matemático se considera informal y se desarrolla antes de que los niños lleguen a la escuela. Los profesores serán los encargados de que los niños vayan formalizando dicho conocimiento. La escritura simbólica de los números, las operaciones y las relaciones entre ellos les irán aportando un horizonte más amplio que el de la matemática informal. El trabajo con problemas aritméticos es una herramienta potente en este proceso.

Uno de los conocimientos que la mayoría de los niños posee cuando llega a la escuela es el conteo. Así mismo muestran una marcada intuición sobre cómo utilizar sus conocimientos y estrategias sobre el conteo para resolver problemas (Carpenter, Fenema, Franke, Levi & Empson, 1999). De aquí que sin necesidad de instrucción formal sobre los hechos numéricos o sobre la realización y aplicación de algoritmos de las operaciones para la resolución de problemas, puedan llegar a dar solución adecuada a diferentes tipos de problemas aditivos y multiplicativos que se les planteen (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema, y Weisbeck, 1993; Cummins, 1991).

Diferentes variables del enunciado de los problemas dan lugar a que los niños utilicen una u otra estrategia que les lleve, o no, a la solución del mismo (Bermejo y Rodríguez, 1987). Una de las variables más estudiadas es el tipo de problema según su estructura semántica, llegándose a discernir que resultan más fáciles para los niños los problemas del tipo cambio-aumento con resultado desconocido, combinación (parte,

parte, todo) con el todo desconocido, y cambio-separación con resultado desconocido[2], es decir, los problemas que corresponden a sentencias del tipo a+b=? o a-b=?. Resultan más difíciles aquellos problemas en los que la incógnita se encuentra en alguno de los sumandos, surgiendo la dificultad mayor cuando la cantidad desconocida constituye el primer sumando (o en su caso, el minuendo) de la sentencia (De Corte y Verschaffel, 1987). Otra variable es la magnitud de los números que intervienen en el problema; los números altos/grandes añaden dificultad para la resolución del mismo. Variables no semánticas como la presencia de léxicos (ej., más, menos), el orden en el que aparecen los diferentes elementos de información, la cronología de los eventos narrados en el planteamiento, la claridad con que se establecen las relaciones en el texto y la comprensión del lenguaje utilizado, también afecta a la resolución (Sarama y Clements, 2009).

Por su parte, la invención de problemas se recoge como una fase o etapa dentro de la resolución de problemas (Castro, 2008). La invención de problemas consiste tanto en la creación de un nuevo problema partiendo de unas condiciones dadas, como en la reformulación de un problema dado en el proceso de resolución del mismo. Esta actividad aparece con diferentes nombres como inventar, formular, enunciar, y es concebida como una herramienta natural y potente en el proceso de aprendizaje de las matemáticas ya que requiere relacionar conceptos que posiblemente el sujeto haya construido en distintos momentos de su vida escolar y, a veces, de manera aislada (Ayllón, 2005; Cázares, Castro y Rico, 2001). Se destaca así mismo el papel de la invención de problemas como herramienta de evaluación útil para explorar la comprensión de los contenidos y procesos matemáticos de los alumnos, así como sus percepciones y actitudes hacia la resolución de problemas (English, 1998).

En este trabajo utilizamos la invención de problemas con esta última intencionalidad, Concretamente nuestro objetivo es explorar el conocimiento informal de una pareja de alumnos de educación primaria sobre la idea de problema, los elementos que lo componen, el papel que juegan los números en un problema y los factores que determinan que un problema sea difícil.

RELATO DE LA EXPERIENCIA

Nuestro trabajo es un estudio de caso. Se realiza una entrevista conjunta a dos alumnos Pedro y Juan[3] de primer curso de Educación Primaria, con edades comprendida entre 6 y 7 años. La entrevista tuvo lugar en el mes de abril del curso académico 2000-2001.

Se trata de una entrevista semiestructurada que el entrevistador elaboró y refinó a partir de su puesta en práctica en dos ocasiones con alumnos de edades similares (Castro y Rico, 2007; Cázares, 2007). La entrevista consta de tres partes. En la primera parte el entrevistador tiene como objetivos establecer un clima de confianza para los alumnos así como que éstos manifiesten qué entienden por problema y qué papel le asignan a los números en un problema aritmético. En una segunda parte de la entrevista, a través de la invención de un problema, el entrevistador trata de que los niños expresen su creencia sobre lo que consideran un problema y, en particular, un problema difícil. En la tercera parte, el objetivo es que los niños expongan sus ideas sobre cuándo consideran difícil un problema y muestren dichas ideas al analizar algunos problemas de estructura aditiva que el entrevistador les presenta. Las variables

[2] Estos tipos de problemas corresponden a la clasificación de Nesher (1982).

[3] Pedro y Juan son nombres ficticios.

que se contemplan en los problemas presentados a los niños son el tipo de problema y la magnitud de los números presentes en los mismos (ver tabla 1).

Problema	**Tipo**	**Igualdad**
Pepe compró un lápiz que vale 19 pesetas. También compró una goma y en total pagó 35 pesetas. ¿Cuánto vale la goma?	Combinación, parte desconocida	19 + _=35
Paco pagó con una moneda para comprarse una Pepsi que vale 47 pesetas y le sobraron 53 ptas. ¿De cuánto era la moneda con que pagó Paco?	Cambio disminución, inicio desconocido	_ – 47=53
Luís ha comprado 3 Fantas. María otras más. Al final los dos tienen 11 Fantas. ¿Cuántas Fantas compró María?	Combinación, parte desconocida	3 + _ = 11
Pepe compró un lápiz que vale 19 pesetas y una goma que vale 6 pesetas. ¿Cuánto tiene que pagar?	Combinación todo desconocido	19 + 6 =

Tabla 1. Problemas empleados en la tercera parte de la entrevista ordenados según en el orden en que fueron presentados a los alumnos

RESULTADO DE LA ENTREVISTA

Primera parte

Las respuestas de los alumnos muestran que asocian la resolución de un problema a la realización de una acción, mediante la utilización de papel y lápiz, y que la palabra problema, aún en el contexto escolar, puede relacionarse con situaciones de la vida real:

> **ENTREVISTADOR:** *¿Ustedes resuelven problemas en el supermercado?*
>
> **PEDRO:** *Pues si me traigo una libreta y un boli.*
>
> **JUAN:** A*lgunas veces tengo problemas (un silencio) casi nunca.*

Al cuestionarles a los niños sobre qué es un problema, se ponen de manifiesto dos consideraciones de diferente nivel de generalidad. Juan considera que es *"Una cosa que tienes que resolverla"* mientras que Pedro asocia problema con una operación aritmética: "*Pues la suma".* Según expresan, los números que aparecen en el problema sirven bien sea para realizar la operación o para hacer el problema más fácil.

> **ENTREVISTADOR:** *¿Para qué creen que sirven los números en los problemas?*
>
> **PEDRO:** *Pues que la suma* (no termina la frase). *Si pones un 100 + 200 algo, eso sí que es un problema.*
>
> **JUAN:** *Para ponértelo más fácil.*

Dado que aún no se ha hablado de dificultad, es posible que Juan se refiera con esa expresión de *ponértelo más fácil* a poder dar la solución del problema a partir de dichos números.

Segunda parte

En la segunda parte de la entrevista, dedicada fundamentalmente a que los niños inventen un problema para que su compañero lo resuelva. Los problemas que inventan estos niños están compuestos por una sola frase interrogativa que invita a dar respuesta a una situación planteada: *¿Cuántas camisetas hay en el mercado? y ¿Qué le falta a la fuente?* Como se muestra en los siguientes extractos de la entrevista, la respuesta, que sería la solución, ha de ser inventada por el resolutor.

> **ENTREVISTADOR:** (lee el problema inventado por Pedro) *¿Cuántas camisetas hay en el mercado? ¿Éste problema se puede resolver?*
>
> **PEDRO:** *Él se lo tiene que inventar*.

Los dos niños están seguros de que el problema que han enunciado se puede resolver, en otras palabras, que la frase interrogativa enunciada constituye un problema. Cada uno de ellos da respuesta al problema del otro, con convencimiento de la solución propuesta, y valoran y justifican la adecuación de la respuesta del compañero.

> **ENTREVISTADOR:** *¿Qué le falta a la fuente? ¿Cuál es la respuesta Pedro?*
>
> **PEDRO:** *El agua (...) Si la fuente está seca, si estuviera seca (…) Porque si la fuente está seca no puede venir el agua*.
>
> **ENTREVISTADOR:** *A ver, Juan, ¿Cuántas camisetas hay en el mercado? ¿Cuál es la respuesta?*

Juan enseña su papel donde hay escrito 454 y Pedro desaprueba la respuesta de su compañero.

> **ENTREVISTADOR:** *¿Cuál es la respuesta Pedro?*
>
> **PEDRO:** *Era, era…a… mil (…) Era mil. No has acertado.*
>
> **ENTREVISTADOR:** *Pero cómo sabes que era mil si tú no le dijiste aquí, ¿o sí le dijiste?*
>
> **PEDRO:** *No le puedo decir que es mil porque* (si no) *se copia.*
>
> **ENTREVISTADOR:** *¿Y él cómo sabe que tiene que contestar mil?*
>
> **PEDRO:** *Porque él sabe contar hasta mil.* (Previamente Pedro había preguntado a Juan hasta donde sabía contar y Juan respondió "*hasta mil*")

Tercera parte

En esta parte de la entrevista no era necesario que los alumnos resolvieran los problemas que se les presentaron, no obstante lo hicieron. A través de las respuestas de los niños sobre la dificultad de los diferentes problemas, se percibe que la solución que dan no es inventada. En el primer problema aportan como solución uno de los números que aparecen en el enunciado, afirmando que el problema es difícil.

> **ENTREVISTADOR:** *Les voy a mostrar un problema que quiero que lo vean bien y me digan si es fácil o difícil.* ***Pepe compró un lápiz que vale 19 pesetas. También compró una goma y en total pagó 35 pesetas. ¿Cuánto vale la goma?»*** *¿Será un problema fácil o difícil?*
>
> **PEDRO:** *Difícil (…) Porque no sabemos cuánto vale la goma.*
>
> **ENTREVISTADOR:** *Y con los números que aparecen ahí ¿no podrías saber cuánto vale la goma?*

PEDRO: *Vamos a ver. Un lápiz es más que una goma y entonces la goma tendría que ser 19, porque la goma es menos, y 35 es el lápiz.*

En el segundo problema (ver tabla 1) ambos afirman que es difícil. Pedro sigue dando como respuesta uno de los números del enunciado y Juan da la respuesta correcta sin ser capaz de explicar el modo en que ha obtenido la misma ni por qué considera difícil el problema. En el tercer problema vuelven a dar inicialmente el mismo tipo de respuestas, pero Pedro la modifica tras re-interpretar el enunciado del problema:

ENTREVISTADOR: *Veamos éste.* ***Luís ha comprado 3 Fantas. María otras más. Al final los dos tienen 11 Fantas. ¿Cuántas Fantas compró María?***

PEDRO: *Tres.*

JUAN: *No, ocho, ocho.*

ENTREVISTADOR: *¿Por qué crees que son ocho, Juan? ¿Cómo lo hiciste para saber?*

JUAN: (está contando utilizando los dedos) *No sé.*

PEDRO: (Está contando utilizando los dedos) *Que si juntamos los dos onces serán veinte* (Comete un error al sumar 11+11. Hace una interpretación de la frase los dos tienen 11 fantas como que cada uno de ellos tiene once).

PROFESOR: *¿Por qué crees que sería 20?*

PEDRO: *Lo he sumado.*

ENTREVISTADOR: *¿Sería 8 ó 20?*

JUAN: *Yo digo 8.*

ENTREVISTADOR: *¿Por qué crees que es 8?*

JUAN: *Porque el 20 no puede ser porque se pasa*.

En el último problema ambos alumnos identifican la operación a realizar para resolver el problema:

ENTREVISTADOR: *Ahora les voy a decir un problema y ustedes me dirán si es más fácil o más difícil.* ***Pepe compró un lápiz que vale 19 pesetas y una goma que vale 6 pesetas. ¿Cuánto tiene que pagar?*** *¿Éste es un problema fácil o difícil?*

PEDRO: *Difícil.* (A continuación hace un relato del enunciado del problema con su vocabulario). *Si juntamos los dos, la goma y el lápiz, ¿cuánto valdría?*

ENTREVISTADOR: *Sí.*

PEDRO: *veinticuatro, veinticuatro. Si lo juntamos, veinticuatro.*

JUAN: (cuenta usando los dedos) *veinticinco.*

ENTREVISTADOR: *¿Cómo sabes que son veinticinco?*

JUAN: *Porque lo he sumado.*

ENTREVISTADOR: *¿Será un problema fácil o difícil?*

PEDRO: *Si es 24 no es difícil pero si no es 24 sí que es difícil.*

JUAN: *Fácil*.

La última pregunta del entrevistador es directa y las respuestas de Juan revelan intuiciones sobre cuando un problema se le puede considerar difícil:

> **ENTREVISTADOR:** *¿Ustedes qué creen que debe tener un problema para que sea difícil?*
>
> **JUAN:** *Números altos.*
>
> **ENTREVISTADOR:** *¿Qué más?*
>
> **JUAN:** *Preguntas difíciles.*

REFLEXIÓN

El conocimiento informal que ponen de manifiesto estos niños sobre problemas es muy rico y variado. En la primera parte de la entrevista, uno de ellos, alude a la necesidad de papel y lápiz para resolver los problemas; por tanto, exige que su realización sea mediante un texto escrito. Este alumno hace referencia a una operación particular (la suma) al definir en qué consiste un problema, aceptando que puedan tener lugar en contextos no escolares. No obstante, no impone esta exigencia al problema que inventa posteriormente. El otro alumno, en cambio, da una respuesta más general a la cuestión ¿qué es un problema? al indicar que es una cosa que tienes que resolverla. Sin indicar cómo, ni hacer referencia a un contexto en particular, establece que hay que realizar una acción, la de resolver. Entendemos por esta explicación y por el problema que se inventa, que su concepción de problema no se reduce a problemas matemáticos, pudiendo no incluir números. Según explica, el papel de los números que aparecen en un problema es hacer más fácil esa acción de resolver.

Los problemas inventados y la actuación de los alumnos al resolverlos ponen de manifiesto que ambos consideran que en un problema ha de aparecer una pregunta, la cual exige respuesta (la solución del problema). Por la solución que proporcionan y su juicio de la adecuación de la respuesta dada por su compañero, se constata que responden a la pregunta formulada en el problema usando una lógica natural y consideran que la solución de un problema hay que inventarla. Creemos que este último desempeño de los estudiantes puede ser debido a que se les había propuesto que inventasen un problema y quedara asociada la idea de invención también a la solución del mismo. Sea o no éste el caso, lo que han puesto de manifiesto estos alumnos en la segunda parte de la entrevista es que su conocimiento informal no considera necesario dar datos numéricos en el enunciado de un problema, y que encontrar la solución no depende tampoco de dato alguno sino que requiere del uso de la lógica común. Se observa, además, que los alumnos no tienen inconveniente en aceptar varias soluciones para un mismo problema, llegando a considerar todas ellas resoluciones correctas del mismo.

En la tercera parte, respecto a la resolución de problemas, en ocasiones dan como resultado uno de los números que aparecen en el enunciado del problema, concretamente cuando los problemas les han resultado difíciles, bien por la semántica del problema, o bien, porque las cantidades que intervienen en el mismo son altas. Ésta es una estrategia que se ha puesto de manifiesto en numerosas investigaciones (Caballero, 2005).

A lo largo de la entrevista los alumnos (ambos o alguno de ellos) muestran una actitud de dar sentido a los problemas y cuestiones que les plantea el investigador así como una alta razonabilidad sobre los resultados de los problemas (e.g.. "*porque el 20 no* *puede ser porque se pasa*”). También ponen de manifiesto otras habilidades variadas tales como ser capaces de hablar de números cuya magnitud no llegan a manejar, capacidad para reformular un problema dado, con palabras más familiares y comprensibles para el alumno en cuestión, o ser capaz de dar respuestas de tipo general a preguntas planteadas por el entrevistador, coherentes además con su actuación durante la entrevista (e.g.. cuando expresa qué debe de tener el enunciado de un problema para que resulte difícil).

BIBLIOGRAFÍA

Ayllón, M. (2005). *Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación.* Trabajo de investigación tutelada, Universidad de Granada.

Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático en los niños.* Madrid: Visor.

Baroody, A. J., Johnson, A. y Mix, K. (2006). *El pensamiento matemático en los niños: los números y las operaciones*. Ponencia presentada en el Congreso Internacional La lógico matemática en educación infantil. Descargado el 2 de marzo de 2010 de http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/ponencias/amandajohson_ponencias_es.htm

Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1987). Análisis de los factores incidentes en la solución de problemas de adición: su estructura semántica, formulación y lugar de la incógnita. *Enseñanza de las ciencias, Extra*, 332-333.

Caballero S. (2005**)**. *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E. y Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children’s problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(5), 428-441.

Carpenter, T., Fenema, E., Franke, M., Levi, L. y Empson, S. (1999). *Children’s Mathematics. Cognitively Guided Instruction.* Portsmouth, NH: Heineman.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco, (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper”/ Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Castro, E. y Rico, L. (2007). Trabajo de iniciación. En E. Castro y J. L. Lupiañez (Eds.), *Investigaciones en educación matemática: Pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano* (pp. 13-28). Granada: Universidad de Granada.

Cázares, J. (2007). El desarrollo de la competencia aritmética en estudiantes de primaria en la formulación de problemas (proyecto de tesis). En E. Castro y J. L. Lupiañez (Eds.), *Investigaciones en educación matemática: Pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano* (pp. 29-49). Granada: Universidad de Granada.

Cázares, J., Castro, E. y Rico, L. (2001). La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo. *AULA. Revista de enseñanza e investigación educativa, 10,* 19-39.

Clements, H. y Sarama, J. (2007). Early Childhood Mathematics Learning. En K. Frank y Jr. Lester (Eds.), *Second Handbook of Mathematics Teaching and Learning* (pp. 461-555). Reston, VA: NCTM

Cummins, D. D. (1991). Children's Interpretations of Arithmetic Word Problems *Cognition and Instruction, 8*(3), 261-289.

De Corte, E. y Verschaffer, L. (1987). The effect of semantic structure on first grades strategies for solving addition and substration word problem. *Journal for Research in mathematic education, 18*(5), 363-381.

English, L. (1998). Children's problem posing within formal and informal context. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106.

Gelman, R. y Meck, E. (1986). The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 29-57). Hillsdale, NJ: LEA.

Michelet, A. (1988). *Los útiles de la infancia.* Herder: Barcelona.

Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 25-38). Hillsdale, NJ: LEA.

Sarama, J. y Clements, D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research*. New York, NY: Routledge.