



## PENSAMIENTO ESTOCÁSTICO EN LA MODELACIÓN GRÁFICA. UN ESTUDIO DE CASO EN LA INGENIERÍA QUÍMICA

Leslie Torres Burgos

*Universidad Autónoma de Yucatán, leslie.torres@correo.uady.mx*

Eddie Aparicio Landa

*Universidad Autónoma de Yucatán, alanda@correo.uady.mx*

Landy Sosa Moguel

*Universidad Autónoma de Yucatán., smoguel@correo.uady.mx*

### Resumen

Se reporta la forma en que el pensamiento estocástico es movilizado por un ingeniero químico encargado de diagnosticar/detectar posibles desgastes internos en transformadores eléctricos. Para ello se llevó a cabo una serie de observaciones, entrevistas y notas de campo, con el fin de obtener datos en tiempo y escenario real sobre el pensamiento empleado por dicho ingeniero en su práctica de diagnóstico. Se detectó a la modelación gráfica como una herramienta fundamental para el análisis, en donde la gráfica es un modelo de análisis para interpretar, predecir y tomar decisiones (modelación gráfica estadística) respecto al estado de un transformador eléctrico. Asimismo, se identificó que la noción de estabilidad es un elemento fundamental en tanto equilibrio de un sistema variacional, por lo que al presentarse situaciones de inestabilidad, es necesario estudiar cuál es el comportamiento, su variación y sus causas. De esta forma, se observó que la inestabilidad da paso al estudio de las variaciones simultáneas y a la correlación entre variables aleatorias.

**Palabras clave:** Pensamiento estocástico, modelación gráfica, estadística.

### 1. INTRODUCCIÓN

La noción de variabilidad se ha constituido como uno de los principales referentes de análisis en el estudio del pensamiento estocástico, toda vez que es caracterizado teniendo a dicha noción como elemento estructural. Según Moore (1997), citado en Chance (2000), son elementos de este tipo de pensamiento el reconocer la necesidad de producir y manejar información, la variabilidad, la medición y la modelación de la variabilidad. Snee (1990) expone a la identificación, caracterización, cuantificación, control y reducción de la variación, como base de los procesos del pensamiento estocástico para la explicación o mejora de situaciones en la realidad de los seres humanos, todas con una componente de variabilidad aleatoria.

Por su parte, Wild y Pfannkuch (1999), con el propósito de entender las estrategias y patrones de pensamiento del estadístico en estudiantes de estadística y estadísticos profesionales en la resolución de problemas reales, identificaron que el foco central en sus procesos de análisis y resolución es la



variabilidad. Según Camacho y Sánchez (2010), histórica y socioculturalmente la noción de variabilidad se constituye en prácticas de la ingeniería tales como astronomía, topografía y óptica, en las que adquirió importancia el estudio de los errores de medición producidas por distintos instrumentos; de manera que en el estudio de la variabilidad se basa el desarrollo de herramientas estadísticas como el método de mínimos cuadrados de Gauss para resolver problemas de corte social y científico.

Tal como señalan diversos autores (Chance, 2000; Shaughnessy & Ciancetta, 2001; Fernández, Andrade y Sarmiento, 2009), la variación o variabilidad es el elemento angular del pensamiento estocástico, pues su desarrollo implica el análisis y cuantificación de la variabilidad, el estudio del comportamiento de datos, la construcción de modelos que permitan interpretar, inferir y predecir resultados, entre otros procesos (Herrera, 2004; Batanero y Díaz, 2004). Sin embargo, la ausencia de su estudio en los tratamientos escolares en Estadística limita el desarrollo de esta forma de pensamiento que, de acuerdo con Wild y Pfannkuch, (1999), consiste en formar y transformar las representaciones de datos para comprender un sistema, analizar la variabilidad para predecir, explicar y controlar datos o variables en una situación, modelar la variación, generar modelos estadísticos o con componentes de aleatoriedad, producir inferencias o conjeturas, conectar el conocimiento del contexto con el análisis de datos para interpretar su significado y tomar decisiones bajo incertidumbre.

En palabras de Chance (2000), movilizar este pensamiento implica:

Entender la relación y el significado de la variabilidad en contextos de la realidad, tener la habilidad de explorar datos en distintas maneras más allá de lo prescrito en los textos y generar nuevos cuestionamientos adicionales a los planteados por quien investiga. (p. 6).

Como proceso del pensamiento estocástico, la modelación gráfica en Estadística también se fundamenta en el análisis de la variabilidad, en especial, ante la falta de identificación de patrones o relaciones causales entre variables como acontece en las situaciones con incertidumbre. No obstante, en la Estadística escolar los jóvenes evidencian falta de entendimiento sobre cómo la variabilidad puede representarse gráficamente. Al respecto, se sabe que cuando los datos se representan en un histograma

Algunos estudiantes juzgan la variabilidad de la distribución sobre la base de la variación en las alturas de las barras o los “saltos” percibidos en la gráfica, más que en la densidad relativa de los datos alrededor de la media. (Garfield, Delmas & Chance, 1999, citado en Hjalmarson, Moore & Delmas, 2011, p. 3).



Curricularmente, esta dificultad ha sido asociada a discursos escolares en los que prevalece la enseñanza basada en fórmulas y cálculos que, por ejemplo, obstaculizan interpretar la desviación estándar como una medida de variabilidad (Reading & Shaughnessy, 2004).

Si bien una forma de construir modelos matemáticos en Estadística es a través de representaciones gráficas, Curcio (1987) detectó que la comprensión de las gráficas por jóvenes de distintas edades se torna compleja en el nivel de interpretación y establecimiento de relaciones entre los datos (por ejemplo, relaciones de co-variación) y principalmente, en el nivel de extrapolación, predicción e inferencia de lo representado en la gráfica para responder cuestionamientos implícitos. En adición, Pfannkuch, Budgett, y Parsonage (2004), citados en Makar y Rubin (2009), reportan que las dificultades en el uso e interpretación de gráficas para el establecimiento de inferencias estadísticas en el contexto original de los datos persisten en estudiantes universitarios y son ligadas a la ausencia de un pensamiento estocástico.

Ante este tipo de dificultades, autores como Moore (1999), citado por Chance (2000), sugieren trastocar este discurso escolar y aproximarse al desarrollo del pensamiento estadístico iniciando con la examinación de datos, con énfasis en su graficación e interpretación, en la búsqueda de patrones o desviaciones, de explicaciones en el contexto del problema, en la elección de descripciones numéricas adecuadas de aspectos específicos y en la generación de modelos. Wild y Pfannkuch (1999) añaden tomar en cuenta el tipo de actividades que hacen los estadísticos, tal como construir modelos y usarlos para entender y predecir el comportamiento de aspectos de la realidad, desde la concepción estadística de un problema (colección de datos de un sistema real y su análisis), hasta la generación de explicaciones de una conclusión del problema con base en el conocimiento estadístico; puntualizan que es en la conexión entre los modelos y el contexto natural de los problemas donde se manifiesta este tipo de pensamiento.

Es en este entramado de circunstancias y contexto, relacionados con la enseñanza aprendizaje de algunos conceptos estadísticos y el desarrollo del pensamiento asociado, que en este escrito se discute sobre la modelación gráfica de variables aleatorias como una forma para desarrollar el pensamiento estocástico y se analiza acerca del tipo de aspectos del pensamiento estocástico que se movilizan en la modelación gráfica de variables aleatorias en la toma de decisiones de un ingeniero químico. El propósito es establecer algunos elementos para el rediseño del discurso escolar otorgado a procesos (estocásticos) vinculados a prácticas de graficación-modelación, fijando la atención en las nociones de variabilidad y estabilidad.



## 2. MARCO TEÓRICO

Debido al interés por determinar en qué medida las nociones de estabilidad y variabilidad asociadas a la modelación gráfica aportan elementos para un rediseño del discurso escolar asociado al pensamiento estocástico, se decidió analizar el conocimiento matemático funcional de un profesional de la ingeniería química, en el contexto de su práctica. La premisa fundamental consiste en reconocer que desde el contexto se pueden generar explicaciones respecto a las formas de pensamiento y las acciones de los individuos asociadas a ciertos saberes, lo que se traduce en poder comprender cómo el humano, mediante su actividad, construye conocimiento en condiciones y circunstancias en las que física o simbólicamente se sitúa (Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010).

Por lo anterior, se asume que también es en los diversos contextos de uso de los saberes donde tiene lugar una epistemología funcional de estos, al considerar como elementos primarios de significación y resignificación de saberes, a la práctica o actividad del humano, o en un sentido más amplio, al contexto del humano haciendo y usando matemáticas. De tal forma que el estudio del conocimiento matemático en el escenario del trabajo posibilita identificar la funcionalidad de las matemáticas, dado que ésta se entiende como aquel conocimiento matemático que deberá integrarse a la vida para transformarla, reconstruyendo significados permanentemente (Cordero y Suárez, 2008).

En el mismo orden de ideas anteriores, Aparicio y Cantoral (2006) mencionan que, en un proceso de análisis sobre la construcción de un saber matemático, el centro de atención no está sobre el objeto matemático en sí, sino en la actividad o práctica que favorece u obstaculiza su producción; mostrándose que no es la actividad humana lo central, sino los procesos o mecanismos que de ellas pueden extraerse para el aprendizaje y significación de dicho objeto matemático.

Dicho así, el estudio se enmarca teóricamente en los principios de la Socioepistemología, en relación con el papel que se le atribuye a las prácticas sociales y las prácticas de referencia en procesos de significación y funcionalidad de los saberes matemáticos. Puesto que, como se menciona en Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto (2015), en esta teoría se otorga especial importancia al carácter funcional de la matemática según los usos de dicho conocimiento, como vínculo entre la matemática escolar y la cotidiana.

La Teoría Socioepistemológica asume como base filosófica de la construcción del conocimiento la postura pragmática, que establece que el uso de un objeto es el que produce su significado. En este



sentido, por sí mismo un objeto no existe; es y existe para un individuo o grupo y en relación con ellos. Así pues, la relación sujeto-objeto determina al objeto mismo y también al sujeto (Gómez, 2009).

Cordero (2001) refiere que “en la actividad humana el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intención, de ahí surgen versiones diferentes de una noción matemática”.

La Teoría Socioepistemológica incorpora una dimensión social al estudio de los fenómenos didácticos asociados a la matemática, dirigiendo su atención hacia las prácticas sociales; es decir, prácticas que norman la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003). En la práctica social, en tanto unidad de análisis, no se analiza a los participantes sino a sus usos (y costumbres), pues lo que importa de los participantes son sus formas de construir conocimiento (Cordero, 2006). Consecuentemente, la atención en este trabajo no estuvo en los conceptos matemáticos, sino en las nociones, argumentos y prácticas que permiten el desarrollo del pensamiento estocástico.

### 3. MÉTODO

Se realizó un análisis cualitativo e interpretativo a través de un estudio de caso, puesto que parte del interés estaba en comprender la particularidad del trabajo de un ingeniero químico (diagnóstico de transformadores eléctricos), para determinar qué aspectos del pensamiento estocástico son movilizados en la modelación gráfica de variables aleatorias en la toma de decisiones.

De esta forma, según las clasificaciones de Stake (1998) por el objetivo fundamental que se persigue, el trabajo se ubica en el estudio instrumental de casos, cuyo propósito es analizar para obtener una mayor claridad sobre un tema o aspecto teórico. Y por la naturaleza del informe final, el trabajo se clasifica en un estudio de casos interpretativo, el cual, aporta descripciones densas y ricas con el propósito de interpretar y teorizar sobre el caso. El modelo de análisis es inductivo para desarrollar categorías conceptuales que ilustren, ratifiquen o desafíen presupuestos teóricos difundidos antes de la obtención de la información. Así, la técnica de investigación consistió en un análisis de expresiones lingüísticas, por ejemplo, en entrevistas y en el desarrollo del quehacer del ingeniero.

#### 3.1. Obtención de los datos

Dado que la práctica del ingeniero consiste en el análisis y diagnóstico de transformadores eléctricos para detectar problemas según índices de falla y de desgaste, era necesario tener una



interlocución con él, puesto que el investigador era entendido como una persona ajena a su práctica. Para la obtención de datos se realizaron observaciones no participantes (visitas al laboratorio) durante una semana, respecto a los análisis que lleva a cabo el ingeniero químico. Con base en tales observaciones, se desarrollaron entrevistas orientadas a dos aspectos principales: el primero, entender el lenguaje y procedimientos propios de la ingeniería química (método de diagnóstico); el segundo, identificar y analizar la matemática puesta en juego para establecer aspectos del pensamiento estocástico que se movilizan en la modelación gráfica. Además, se tomaron video grabaciones, grabaciones de audio y notas de campo para tener un registro y poder consultarlo en el análisis de datos.

### 3.2. Método de diagnóstico de los transformadores eléctricos

El diagnóstico de los transformadores eléctricos se realiza a través de la identificación del cambio de tendencia de manera gráfica en los niveles de concentración de diferentes gases (Agua, Acetileno, Etano, Etileno, Hidrógeno, Metano, Monóxido de Carbono ( $CO$ ) y Bióxido de Carbono ( $CO_2$ )) disueltos en el aceite; cada uno con distinto nivel de concentración y en dos niveles de importancia. Esto es, existen gases denominados clave, los cuales indican fallas específicas en un transformador: Hidrógeno - Deterioro normal, Etileno - Sobrecalentamiento y Acetileno - Arqueo .

En este sentido, un transformador en condiciones ideales, no debe presentar niveles elevados de los gases clave; es posible que se formen, pero su concentración debe ser *estable*, esto es, que su incremento sea lento y similar al resto de los gases analizados. El  $CO$  y  $CO_2$ , al igual el Metano, Etano y Agua, se producen por el propio envejecimiento del transformador de manera que es normal que se presenten en el análisis; sin embargo, su comportamiento también debe ser estable, es decir, que su incremento sea lento y constante .

En la Figura 1 se muestran los modelos gráficos del comportamiento ideal de los gases disueltos en el aceite de un transformador, que representa desgaste natural en condiciones ideales.

En estos modelos se observa la estabilidad de los gases de falla, y la estabilidad en el incremento de los otros gases (estabilidad como no incremento, estabilidad como variación constante). Cabe mencionar que estas gráficas no son reales, son sólo una representación de las gráficas según las condiciones ideales que se esperarían en un transformador, por lo que las fechas y niveles de concentración son únicamente supuestos, lo importante es el comportamiento de las curvas y su



tendencia, en la que se muestra estabilidad del transformador. Para la elaboración de las gráficas el ingeniero recaba datos aleatorios de las concentraciones de gases en el aceite.

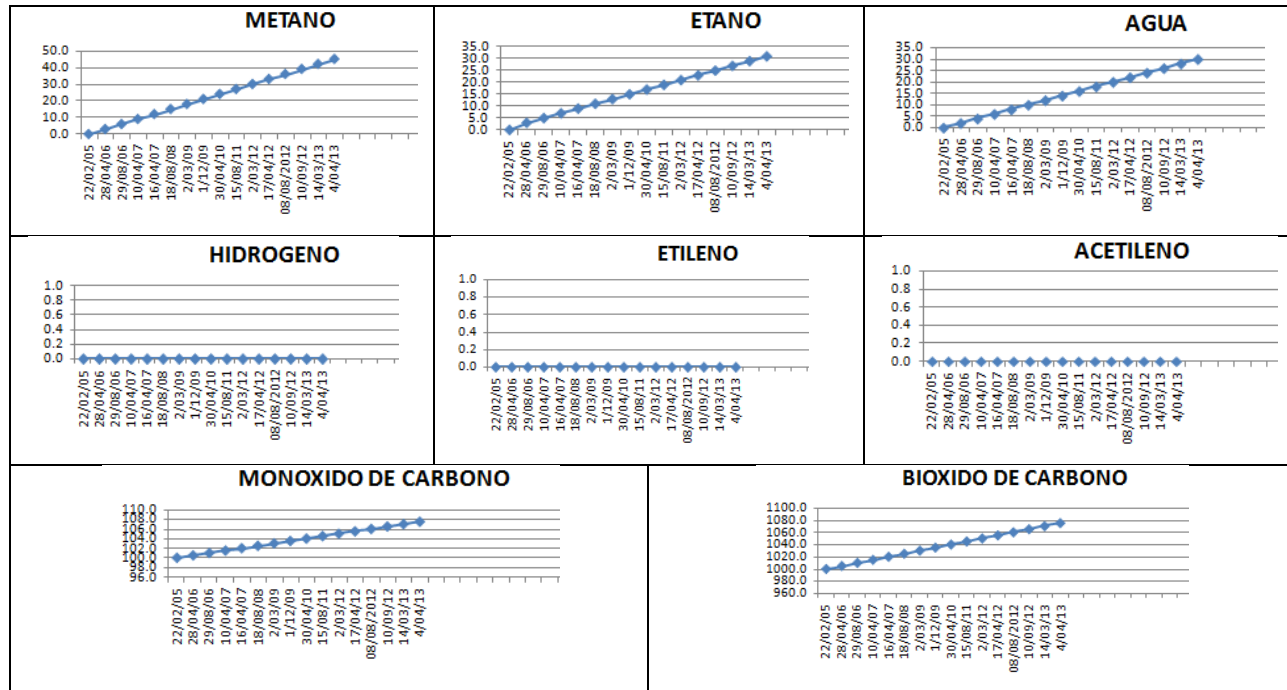


Figura 1. Modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones ideales

Es fundamental mencionar que, para dar un diagnóstico del estado del transformador, se identificó que el ingeniero realiza un análisis en dos niveles, uno macro y uno micro (global y puntual); esto es, en un primer momento analiza a nivel macro el comportamiento de todos los gases y en caso de encontrar variaciones analiza el comportamiento de cada uno de los gases (nivel micro), para determinar si sus niveles de concentración están estables o no. En caso de no serlo, se analiza de nueva cuenta a nivel macro, para determinar la variación simultánea (correlación de variables) entre cada uno de los gases disueltos en el aceite, de manera que se identifique si la variación se debe a factores ambientales (en caso de que las variaciones sean similares en todos los gases) o es intrínseco del equipo.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Análisis de una situación de diagnóstico

Como se discutió en el apartado anterior, existe un comportamiento ideal de las concentraciones de los gases; sin embargo, en la práctica, las gráficas que se obtienen de los datos que recibe el ingeniero





presentan variaciones debido a cuestiones ambientales, sobrecargas de los equipos, entre otros factores. En la Figura 2 se presenta un ejemplo de modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones reales, en donde el equipo no presenta problemas, pero sí variaciones.

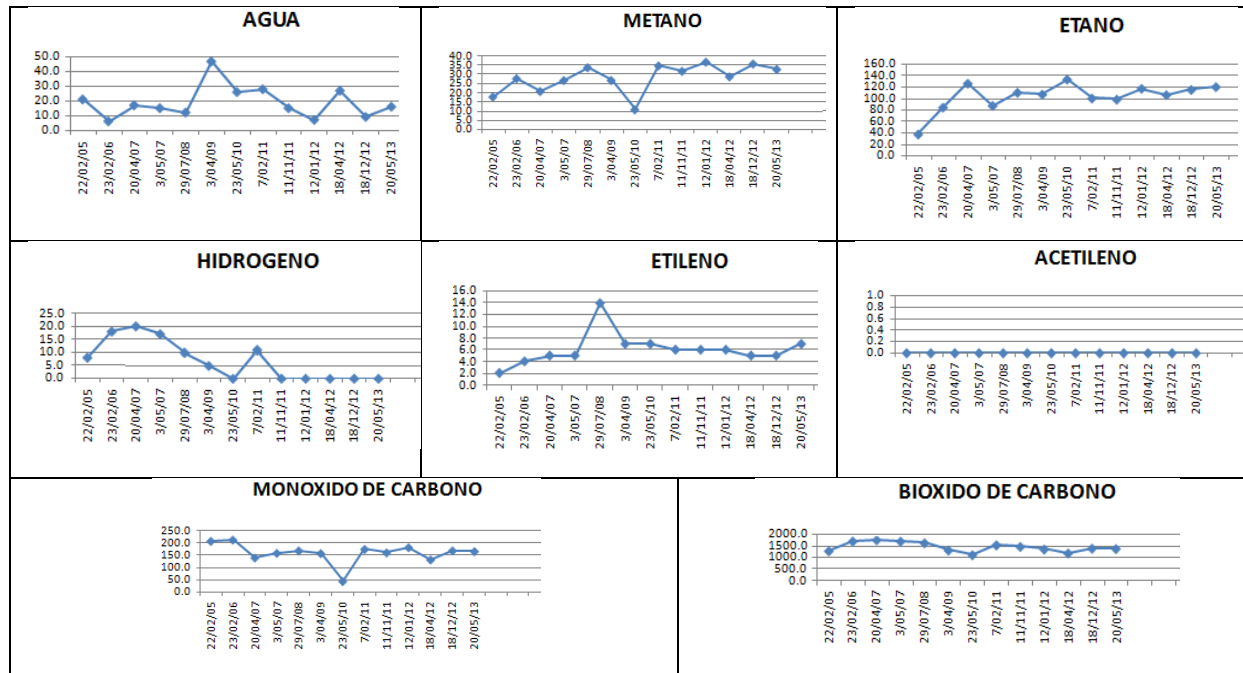


Figura 2. Modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones reales

En el reporte de diagnóstico del ingeniero respecto al estado del transformador asociado a este conjunto de gráficas, se lee: *Transformador en condiciones normales de operación.*

A pesar de que a primera vista se pudiera pensar que por las variaciones el transformador está presentando algún problema, en el diagnóstico no es así. Esta afirmación de condiciones normales se debe a un análisis macro (global) del comportamiento de todas las gráficas; de manera aislada se identifica que cada una de ellas tiene considerables variaciones a excepción del acetileno; sin embargo, de manera global se observa que la tendencia de todos los gases es la misma, por lo que se identifica una estabilidad en la variación (variación estable). En este sentido, se moviliza un análisis correlativo de forma puntual y tendencial de los datos.

Respecto al comportamiento de los tres gases clave, únicamente el acetileno presenta el comportamiento ideal, lo que se interpreta como ausencia de un problema serio dentro del transformador. Sin embargo, el hidrógeno y el etileno presentan variaciones; se puede ver en la gráfica que el hidrógeno al inicio se incrementa, pero posteriormente disminuye hasta llegar a cero, que es su valor de estabilidad;





sin embargo, nuevamente se incrementa, pero recupera estabilidad, tendiendo a mantenerse estable (*nivel micro*).

En las gráficas del monóxido y bióxido de carbono, metano, etano y agua se observa que las cinco presentan variaciones, y la tendencia del comportamiento es a incrementarse, lo cual se considera normal, ya que en ellas se observa el desgaste natural del equipo. Al mismo tiempo, la tendencia de las gráficas más o menos tiende a una estabilidad dado que los últimos valores graficados son cercanos, lo que muestra que estos gases también están estables dentro del equipo.

Con base en lo anterior, el ingeniero considera que el transformador está estable, y que existe una estabilidad en el comportamiento de las gráficas, esto basado en un análisis simultáneo de las tendencias de las curvas y de la correlación de las variables. En palabras del ingeniero:

...de acuerdo a las pruebas del laboratorio, el equipo no está presentando un incremento grande en el etileno, de hecho, es muy muy bajo, si observamos las pruebas: Desde el 2009 presenta 7 ppm de etileno, un año después en el 2010 sigue con 7 ppm, un año después en el 2011 tiene 6 ppm, un año después en el 2012 está entre 6 y 5 ppm y en la última prueba realizada en mayo de 2013 tiene 7 ppm. Por tanto, en casi 5 años, este equipo se ha comportado muy estable teniendo variaciones no mayores a una parte por millón entre pruebas.

...de este análisis se determina que el equipo se encuentra estable, pero ¿cómo determino esto?, porque, lleva 5 años sin generar gases, por eso está considerado como estable y trabajando de manera correcta, los análisis anteriores sólo nos sirven como un histórico.

...se puede ver que en el periodo de 2007 al 2008 se presentó un incremento de 5 ppm a 14 ppm de etileno, pero no se considera a esta generación como alarmante simplemente por el tipo de gas de falla que estamos midiendo. Siendo que un incremento de 9 ppm de etileno en más de un año es muy poco, haciendo cuentas rápidas estaríamos hablando de que cada 2 meses aproximadamente se generaron 2 ppm de gas, casi nada, por lo que la velocidad de generación de los gases es muy lenta.

En los fragmentos anteriores se reconoce un análisis de estabilidad a nivel macro y micro, pues primeramente se menciona la variación, es decir, una pérdida de estabilidad respecto al modelo ideal; posteriormente, el ingeniero realiza un nuevo análisis macro cuando dentro de la misma inestabilidad identifica una estabilidad en las variaciones; es decir, debido a que los comportamientos tendenciales de manera general son similares se atribuye el incremento de niveles de concentración a factores ajenos al transformador. Pero el análisis no concluye ahí, sino que se realiza un análisis micro de los gases,



especialmente del etileno, dado que es el más incrementado, y se analiza cómo éste va variando conforme transcurre el tiempo.

#### **4.2. Análisis de resultados a la luz del encuadre teórico**

Con base en el método de análisis empleado por el ingeniero y los argumentos usados para tomar decisiones, se identifica que su práctica de diagnóstico consiste en el uso e interpretación de datos y variables aleatorias mediante un proceso de modelación gráfica. Asimismo, se observa el despliegue de una forma de pensar estocástica durante su práctica. Ejemplo de ello es que el proceso mental llevado a cabo por él se caracteriza por el análisis o búsqueda de la estabilidad. Sin embargo, ante situaciones donde se pierde la estabilidad ideal, se realiza un análisis de la variabilidad en los datos, por lo que es necesario realizar ajustes en donde la variabilidad se considera constante. En consecuencia, el ingeniero trabaja sobre la variabilidad, reinterpretándola/reconfigurándola en una variabilidad aceptable, “normal” en relación con los datos, por tanto, no es significativa, y parece que los datos se comportan de manera constante.

Si bien las mediciones arrojan datos de cada elemento del sistema, se recurre y es necesario entender las variables de todo el sistema. De este modo, la decisión (diagnóstico) no resulta a partir de los datos o más precisamente de su interpretación, sino de la reinterpretación de las variables y la correlación entre las mismas de manera que se explique algún nivel de la estabilidad.

Con base en lo anterior, se observa que el uso de las gráficas que realiza el ingeniero va más allá de la forma en la que se emplean en el aula. Esto se explica en algún sentido por el hecho de que en el escenario escolar las gráficas son empleadas como medio de representación de la información; sin embargo, este uso no es suficiente para el desarrollo de un pensamiento estocástico, dado que la gráfica surge en un proceso de modelación (modelación estadística). Dicho proceso de modelación surge ante la necesidad de estudiar situaciones de inestabilidad. Es decir, para toda situación existe un comportamiento ideal (estable) preestablecido, bajo el cual, si el sistema está dentro del parámetro no es necesario realizar un análisis mayor. Sin embargo, al presentarse situaciones de inestabilidad (variaciones en el comportamiento ideal), es necesario analizar aspectos puntuales del sistema para determinar qué, cómo, cuánto y por qué cambia lo que cambia.



En toda esta práctica que realiza el ingeniero, el estado del transformador funge como una variable aleatoria que se analiza mediante un modelo gráfico estocástico, con el fin de interpretar el comportamiento de los datos para realizar inferencias, predicciones y tomar decisiones. Asimismo, se identifica a la estabilidad y al análisis correlativo de variables, como elementos referentes para la construcción de modelos estocásticos que favorecen el análisis e interpretación de lo aleatorio.

En este sentido, más allá de considerarse el empleo de gráficas como ha sido usual en el discurso matemático escolar, en la actividad del ingeniero químico dichas gráficas representan el conocimiento estadístico en uso. Esto se afirma al identificar en el diagnóstico realizado por el ingeniero, una organización de la información que le permite estudiar tendencias; de manera que el énfasis no se encuentra en la graficación sino en la modelación gráfica. Visto así, se puede decir que la gráfica es, en algún sentido, resultado de una modelación gráfica y la graficación es la técnica o método para graficar (generar gráficas).

Particularmente, en este trabajo se detectó que la modelación gráfica estadística es un proceso de toma de datos, de su organización sintética y visual, de modo que se establezcan localidades y generalidades de estos para poder estudiar tendencias.

## 5. CONCLUSIONES

La modelación estadística en la práctica del ingeniero químico es la herramienta para describir, analizar, interpretar, diagnosticar, predecir y tomar decisiones respecto a una situación aleatoria específica mediante el análisis y establecimiento de comportamientos tendenciales. El aspecto principal de su pensamiento estocástico en la modelación gráfica de variables aleatorias para la toma de decisiones fue la estabilidad, entendida como una forma de conocer y entender el equilibrio de un sistema; empero, es ante una situación o señal de inestabilidad que se estudia el sistema de variaciones, en este caso específico, en los niveles de concentración de los gases, dando paso a un análisis correlativo.

El mecanismo usado por el ingeniero para establecer sus inferencias y decidir en consecuencia, consistió en la actividad de análisis comparativo entre gráficas y el correlativo entre las variables. En ello, la recolección, organización y graficación de datos obtenidos mediante muestreos estadísticos, forma parte de su práctica profesional, posibilitando la identificación y movilización de nociones



medulares y formas del pensamiento estocástico tales como: estabilidad (o inestabilidad), variabilidad y el establecimiento de inferencias del comportamiento tendencial de datos en gráficas.

De manera que, la estabilidad-inestabilidad y variabilidad de cambios simultáneos en los valores de variables aleatorias, son elementos indispensables en la modelación gráfica estadística de una práctica profesional, y en adición, son aspectos en los que se vislumbra una posible reinterpretación del uso de las gráficas, graficación y modelación gráfica en la estadística escolar.

Se identifica que la gráfica surge de un proceso y una actividad de modelación gráfica, por lo que el énfasis está en la situación, que promueve entender, analizar e interpretar una relación entre variables aleatorias, de manera que, mediante la modelación gráfica se puede interpretar y determinar qué ocurre en la situación (proceso) desde el modelo, reconociendo así una relación causa efecto entre la gráfica y el modelo, denominando a esta relación modelación estadística.

De esta forma, escolarmente no sería suficiente con enseñar o aprender a interpretar modelos para referir o describir una realidad, se hace necesario favorecer el desarrollo y uso del pensamiento matemático. Por ejemplo, y en este caso concreto, al estudiar variaciones de o en un sistema de cambios de naturaleza aleatoria, considerando como elementos centrales o referenciales para dicho desarrollo, la estabilidad y variabilidad del cambio. Es así que se considera a estos elementos como aspectos para el rediseño del discurso matemático escolar en el área de la estadística.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aparicio, E., y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 7 - 30.
- Aparicio, E., Sosa, L., Jarero, M., y Tuyub, I. (2010). Conocimiento matemático. Un estudio sobre el papel de los contextos. En R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.), *Escuela de Invierno en Matemática Educativa* 13(1), 167-174. Monterrey: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.
- Batanero, C., y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Camacho, A., y Sánchez, B. (2010). Análisis sociocultural de la noción de variabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4-I), 29-52.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.
- Chance, B. (2000). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans, USA.



- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*. Anno 20, n.1, 59-79.
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, y Soto, D. (2015). *El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad*. Barcelona, España: Gedisa. ISBN: 978-84-16572-00-7.
- Cordero, F., y Suárez, L. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. 3(1), 51-58.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), 382-393.
- Fernández, F., Andrade, L., y Sarmiento, B. (2009). La idea de variación en la educación estadística. *Memorias VIII Encuentro nacional de educación matemática y estadística*. Duitama, Colombia.
- Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio socioepistemológico*. (Tesis de Maestría no publicada), Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV- IPN. México, DF.
- Herrera, E. (2004). Desarrollo del pensamiento estocástico. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 735-739). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Hjalmarson, M., Moore, T., & Delmas, R. (2011). Statistical analysis when the data is an image: Eliciting student thinking about sampling and variability. *Statistics Education Research Journal*, 10(1), 15-34.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- Reading, C., & Shaughnessy, J. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Shaughnessy, J., & Ciancetta, M. (2001). Conflict between students' personal theories and actual data: The spectre of variation. *Second International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy*. Armidale, Australia.
- Snee, R. (1990). Statistical thinking and its contribution to quality. *The American Statistician*, 44(2), 116-121-
- Stake, M. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Barcelona, España: Ediciones Morata.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.