

**Betina Williner, Adriana Favieri  
y Roxana Scorzo**

*Universidad Tecnológica Nacional.  
Facultad Regional Haedo  
bwilliner@yahoo.com.ar,  
bwilliner@hotmail.com*

## **Análisis de una propuesta didáctica hipertextual para la enseñanza del método Newton–Raphson para el cálculo de raíces**

### **Resumen**

En este artículo comunicamos una experiencia realizada en la Universidad Tecnológica Nacional (Facultad Regional Haedo), en la cual, mediante un hipertexto, presentamos el método de Newton–Raphson para la aproximación de raíces en dos comisiones de Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería. Exponemos el objetivo que pretendemos lograr con el uso de este recurso, una síntesis del diseño del mismo, los resultados de una encuesta efectuada a los alumnos que participaron en la experiencia, las observaciones que surgieron al ponerlo en práctica y las conclusiones a las que arribamos.

### **Abstract**

*In this article we communicate an experiment conducted at Universidad Tecnológica Nacional (Facultad Regional Haedo), in which, through a hypertext, we present the Newton Raphson method for approximating roots, in two commissions of Mathematical Analysis I of engineering careers. We report the aim pursued by the use of this resource, a synthesis of design, the results of a survey of students who participated in the experiment, the observations that we came to when we implemented it and the conclusions we arrived.*

**Palabras clave:** hipertexto, método numérico, estudio autónomo.

**Keywords:** hypertext, self–study, numerical method.

## 1. Introducción

Como docentes, consideramos que nuestro compromiso no es sólo impartir conocimiento sino también brindarle al alumno herramientas que le permitan «aprender a aprender», lograr independencia en su accionar y poder crecer como persona autónoma y responsable.

Una de las posibilidades que nos ofrecen las nuevas tecnologías es crear materiales didácticos de tipo hipertextual, los que pueden ser abordados de acuerdo con las necesidades del alumno, fomentando el estudio autónomo e independiente, ya que es él quien se enfrenta a la información y la organiza, privilegiando así «el saber hacer y desempeñarse».

Elaboramos un hipertexto sobre el método de Newton–Raphson de aproximación de raíces de ecuaciones para ser implementado en la asignatura Análisis Matemático I de carreras de Ingeniería en el que utilizamos el software *Mathematica*®. El objetivo es que, mediante este material y sobre una base teórica sólida de cálculo diferencial, el alumno pueda comprender por sí mismo la deducción de la fórmula y aplicarla a diferentes ejercicios. De esta manera, a través de la hipertextualidad, podemos combinar el estudio independiente y el uso de software específico y a su vez introducir al alumno en el análisis numérico sobre la base de un tema central de la asignatura que cursa.

Con el propósito de poner a punto este material, realizamos una experiencia en dos comisiones de Análisis Matemático I de carreras de Ingeniería de UTN (Regional Haedo). Durante la misma recabamos datos sobre el comportamiento de los alumnos mediante observaciones (que fueron volcadas en planillas elaboradas para tal fin) y una encuesta. El objetivo de este trabajo es analizar los datos provenientes de observaciones y de una encuesta efectuada a los alumnos sobre un hipertexto diseñado referente al método de Newton–Raphson de aproximación de raíces con el fin de evaluar el material y el comportamiento general de los estudiantes ante el uso del mismo.

## 2. Marco teórico

### 2.1. Material educativo con hipertexto

El término hipertexto fue introducido por T. H. Nelson en 1962, quien lo define como «una escritura no secuencial, un texto que bifurca, que permite que el lector elija y que sea mejor en un pantalla interactiva (...) una serie de bloques de texto conectados entre sí por nexos, que forman diferentes itinerarios para el usuario» (Grau y Muelas 2008:8).

Salinas Ibáñez (1994) lo define como «una tecnología software para organizar y almacenar información en una base de conocimientos cuyo acceso es no secuencial, tanto para los autores como para los usuarios». En tanto que para Cabero Almenara (1995) es «una organización no lineal y secuencial de la información, donde es el usuario el que decide el camino a seguir, y las relaciones a establecer entre los diferentes bloques informativos que se le ofrecen».

Otros términos muy usados son el de hipermedio y multimedia. El primero tiene gráficos, imágenes, sonido, cuadros, vídeo o animaciones. Con multimedia nos referimos a distintos productos informáticos que contienen texto, imágenes, sonido, videos y otro tipo de información pero que no siempre implica la interactividad con el usuario. Jonassen y Wang (1990, citados en Salinas Ibáñez, 1994) se refieren a cuatro elementos fundamentales de la base hipermedio:

**Nodo:** consiste en fragmentos de texto, gráficos, vídeo u otra información.

**Conexiones o enlaces:** vínculo o nexo entre nodos que establecen la interrelación entre la información de los mismos. Son generalmente asociativos.

**Red de ideas:** proporciona la estructura organizativa al sistema. Los nodos son conectados juntos en rutas o trayectorias significativas. La estructura del nodo y la estructura de conexiones forman, así, una red de ideas.

**Itinerarios:** son los recorridos que pueden ser determinados por el autor, el usuario/alumno, o en base a una responsabilidad compartida.

De Cabero Almenara (1995), Salinas Ibañez (1994), Muelas (2008), Rodríguez Suárez, Fajardo Dolci, Perdigón Castañeda, Mazón Ramírez y de la Paz Lozano (2002) efectuamos una recopilación de las fortalezas y debilidades cuando se utiliza hipermedio en el aprendizaje. Así, respecto de las ventajas o fortalezas, señalamos:

- Lectura orientada al usuario, con la posibilidad de que se convierta en un procesador activo y constructor de su conocimiento, en función de sus intereses y habilidades previas sobre las temáticas.

- Exigencia de contar con un lector más preocupado en la búsqueda de asociaciones entre la información que está descubriendo, para analizarla y resumirla, más que uno ansioso en la continuidad por la linealidad del contenido del texto.

- Mejora de las habilidades de pensamiento crítico debido a que el lector puede elegir el texto que le garantice mejor contenido y presentación y favorezca a la comprensión.

- Acceso a la información desde distintos tipos de representación: texto, símbolos, gráficos, imágenes y sonido de acuerdo con las necesidades del usuario.

- Generación de expectativas y fomento del aprendizaje, adaptándose a los distintos tipos de aprender.

En cuanto a las debilidades o desventajas, encontramos:

- Necesidad de cierto aprendizaje de manejo de ordenadores. El usuario puede no dominar la interfase que controla las diversas tareas y esto interfiere en la exploración y en el aprendizaje. Puede ser una barrera para aquellos estudiantes que no están acostumbrados al uso de tecnología.

- Problemas de desorientación y desbordamiento cognitivo. El lector puede perderse o tener dificultades para resumir la información.

- Proceso de comprensión más lento que el desarrollado con otros materiales impresos, ya que demanda que el sujeto navegue por la información

estableciendo relaciones entre los distintos bloques informativos que dispone.

- Desconocimiento por parte de los profesores acerca de los avances tecnológicos o el poco tiempo que poseen para dedicarse al diseño de estos materiales.

## 2.2. Aprendizaje autónomo

El aprendizaje autónomo o autorregulado es un proceso de aprendizaje en que el propio sujeto establece sus objetivos, los supervisa, regula los pasos que conducen a los mismos (Vázquez, 2006). Los estudiantes autorregulados se caracterizan por ser participantes activos de su propio aprendizaje (Chiecher, 2006).

Aebli (2001) considera que es deseable un aprendizaje autónomo para:

- **Aprender más:** el docente en cada clase no puede, por razones de tiempo, desarrollar la totalidad del tema explicado o profundizar en detalle. Para lograr el afianzamiento de conceptos y relaciones, es necesario que los alumnos estudien en forma independiente a través de tareas, lecturas complementarias y trabajo personal.

- **Preparación para el siguiente nivel escolar:** preparar al alumno en ciertas actividades de aprendizaje que tendrá que hacer por sí solo en el nivel siguiente.

- **Preparación al trabajo:** las exigencias laborales actuales exigen una adaptación permanente por parte de los trabajadores.

El aprendizaje autónomo consta de tres elementos que lo definen: el uso de estrategias, el compromiso con los objetivos académicos y las percepciones sobre la autoeficacia (Zimmerman y Martínez-Pons, 1986 en Beltrán Llera y Bueno Álvarez, 1995).

Las estrategias son las acciones dirigidas a la adquisición de la información, como ser organización del material a estudiar, planificación, búsqueda de información, toma y control de apuntes y notas, búsqueda de apoyo social en compañeros o docen-

tes, revisión del material. Los objetivos académicos se refieren generalmente a la aprobación de la tarea y pueden variar de acuerdo a la naturaleza de la misma. Y la autoeficacia se refiere a las percepciones o creencias que el alumno tiene sobre sus propias capacidades para organizar y llevar adelante las acciones necesarias para lograr los objetivos.

### 2.3. Otras experiencias

Coincidimos con Rodríguez Soto y Chacón Díaz (2008) sobre la poca cantidad de material multimedia para matemática a nivel superior que se encuentra. En la mayoría de los campus virtuales de las universidades, el material ofrecido consiste en textos en formato Word o Pdf, páginas Web o Applets.

Los autores mencionados elaboraron un material multimedia destinado a la enseñanza de métodos numéricos elementales dirigido a los alumnos de los primeros cursos de carreras de Ingeniería. Lo han puesto en práctica y con éxito en la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad de Valladolid. Por su parte Costa, Di Domenicantonio y Vacchino (2010) crearon un material didáctico digital propuesto para un curso de Cálculo Integral y Vectorial en una y varias variables en la Facultad de Ingeniería de la UNLP. El material en formato de CD dispone de talleres didácticos y actividades que guían al alumno en el proceso aprendizaje a partir de la visualización. Si bien no hablan de hipertexto, por lo expuesto, tiene todas las características de serlo.

Acosta, Macías y La Red Martínez (2006) diseñaron un material multimedial para trabajar en Álgebra a distancia en la carrera de Licenciatura en Sistemas de Información de la UNNE. Moya y González (2006) elaboraron, junto a un equipo de profesionales de diferentes áreas, un material hipertextual que se usó en la cátedra de Tecnología para la Educación Matemática en el Profesorado de Matemática de la UNSA con el fin de que los alumnos aprendan a usar este material tecnológico en su futuro quehacer docente.

## 3. Características del material didáctico diseñado

El material didáctico fue realizado con el objetivo de que el alumno sea capaz, por sí mismo, de comprender cómo se aplica el método de Newton-Raphson para aproximar raíces de ecuaciones como una aplicación de la recta tangente a la curva en un punto y/o de los polinomios de Taylor.

Para el diseño del material didáctico tuvimos en cuenta las consideraciones que aquí detallamos:

- El software y los equipos disponibles en la Universidad en la que desarrollamos nuestra labor docente.

- La combinación de textos, gráficos, uso del software *Mathematica*<sup>®</sup> y la posibilidad de navegar por internet.

- La opción de fundamentar la fórmula a la que conduce el método mencionado desde dos opciones diferentes, las que pueden ser elegidas de acuerdo con el interés o a los conocimientos previos del alumno.

- La no inclusión del desarrollo de la convergencia cuadrática del método debido a que está dirigido a alumnos de primer año de Ingeniería.

- La variedad en los ejemplos resueltos y en los ejercicios propuestos.

- Los posibles itinerarios que puede recorrer el estudiante. Si bien existe libertad de navegación, elegimos los enlaces de manera tal que el recorrido no sea totalmente abierto, contando con cierta guía implícita que facilite la tarea.

El hipertexto está compuesto por los siguientes nodos:

- **Introducción:** presentación del problema a resolver (solución de ecuaciones) y breve explicación sobre los diferentes métodos de resolución.

- **Conocimientos previos:** definición de ecuaciones algebraicas y trascendentes, ecuación de recta tangente a una curva en un punto, polinomio de Taylor y término complementario de una función en un punto dado, conceptos que el alumno debe saber para encarar la actividad.

- **Ejemplo introductorio:** búsqueda de la raíz de una ecuación determinada usando software *Mathematica*<sup>®</sup> y explicando en qué consiste el método de una manera intuitiva.

- **Deducción a través de la recta tangente:** desarrollo del método a través del gráfico de la función y la recta tangente a la curva en un punto cercano a la raíz. Deducción de la fórmula y sistematización del algoritmo.

- **Deducción a través de polinomios de Taylor:** derivación del método mediante polinomios de Taylor y término complementario.

- **Ejercicios resueltos:** ejercicios resueltos usando software *Mathematica*<sup>®</sup>.

- **Análisis del error:** introducción de la fórmula del error y ejemplos resueltos.

- **Ventajas y desventajas:** explicaciones referidas al análisis de la viabilidad o no de la aplicación del método de acuerdo a las condiciones iniciales (datos, características de la función).

- **Ejercicios para resolver:** ejercicios para que los alumnos resuelvan y el docente evalúe la tarea efectuada.

- **Otros métodos:** listado de direcciones de internet a las que el alumno puede acceder para explorar otros métodos de búsqueda de raíces como el método de la secante y bisección.

#### 4. Experiencia en clase

Con el objetivo de poner a prueba el entorno hipertextual creado y tener una experiencia propia de este tipo de recursos, lo implementamos en dos comisiones, una del turno noche formada por 14 alumnos y otra del turno mañana con 18 estudiantes. En el Anexo incluimos un resumen de los pasos principales de la experiencia.

Los alumnos concurren al laboratorio de computación cuyas máquinas estaban cargadas con el hipertexto mencionado y contaron con la asistencia de dos profesoras para atender consultas y orientar la tarea. La experiencia duró tres horas y

media y durante la primera trabajaron en forma independiente, siendo observados por las docentes, quienes tomaban nota de su comportamiento. Como producción y evaluación de lo indagado durante la clase, los estudiantes debían contestar tres preguntas relativas al método (para qué se utiliza, en qué consiste y qué pasos hay que seguir para aplicarlo) y entregar tres ejercicios seleccionados del nodo «Ejercicios para resolver», a saber:

1) Determinar una aproximación inicial adecuada y encontrar la menor raíz positiva por el método de Newton:  $2x - \operatorname{tg}x = 0$ .

2) Formular un algoritmo basado en el método de Newton para encontrar la raíz cúbica de un número positivo. Usar el algoritmo para encontrar  $\sqrt[3]{5}$  con 5 cifras significativas, comenzando con  $x_0 = 1,5$ .

3) Aproximar con  $10^{-4}$  de precisión la raíz de la siguiente ecuación en el intervalo dado usando el método de Newton–Raphson  $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$  en  $[1,4]$

Las preguntas establecidas tenían como finalidad guiar al alumno en la utilidad del método y en la deducción del mismo. La ejercitación solicitada respondía a la aplicación del método (con o sin cálculo del error, con o sin valor inicial). En los dos casos tuvimos en cuenta el tiempo dedicado a la experiencia.

Respecto del primer ejercicio el objetivo principal es que el alumno determine por sí mismo cuál será el valor inicial para aplicar el método (por ejemplo, puede graficar la función), y a partir del mismo halle la menor raíz positiva. Por ser el primer ejercicio no solicitamos el cálculo del error. En el segundo, si bien damos un valor inicial, no brindamos qué ecuación utilizar. El alumno debe determinarla y a partir de la misma, aplicar el método. En cuanto al tercero, solicitamos una precisión concreta para que trabajen con el error y, a su vez, también determinen el valor inicial.

## 5. Resultados de una encuesta.

### Observaciones

Al finalizar el trabajo, solicitamos a los alumnos que contesten una encuesta cerrada y anónima. Algunas preguntas fueron las que detallamos a continuación:

- Con referencia *al recorrido propiamente dicho del hipertexto*:

#### Pregunta 1:

*¿Por qué nodo comenzaste a recorrer el hipertexto?*

Posible respuesta: el alumno tenía como opciones todos los nodos del hipertexto.

El 87% de los alumnos comenzó por el nodo «Introducción», acción observada también por los docentes.

#### Pregunta 2:

*¿Cómo considerás el recorrido del hipertexto?*

Posibles respuestas: altamente fluido, medianamente fluido, poco fluido, nada fluido, no sabe.

El 50% de los alumnos contestó medianamente fluido y el 46% altamente fluido. Respecto de lo observado, encontramos diferentes actitudes. Algunos alumnos hicieron un recorrido rápido por todos los nodos y luego comenzaron con el que les pareció más claro o interesante, en tanto que otros fueron a un ritmo más lento, deteniéndose un poco más en cada nodo para pasar al siguiente. Todos los estudiantes estaban familiarizados con el software *Mathematica*® y con Word, lo que fue provechoso a la hora de la exploración (Cabero Almenara, 1995).

#### Pregunta 3:

*¿Utilizaste el nodo «Conocimientos previos»?*

Posibles respuestas: sí/no.

La mayoría de los alumnos (el 69%) precisó consultar los conceptos y/o propiedades necesarios para poder comprender la deducción del algoritmo y cómo aplicarlo, acción observada también por los docentes.

#### Pregunta 4:

*¿Cuál nodo no recorriste?*

Posible respuesta: todos los nodos del hipertexto.

El 31% de los alumnos no recorrió el nodo de «Ventajas y Desventajas». Los docentes observaron que éste y el nodo «Otros métodos» fueron los menos analizados por los alumnos, aunque este último no se vio reflejado en los resultados de la encuesta. Probablemente la falta de tiempo o el interés fueron factores que influyeron en esta conducta.

- En cuanto a la *comprensión de los nodos y el método en general*:

#### Pregunta 5:

*¿Qué nodo te resultó más fácil de comprender?*

Posible respuesta: todos los nodos del hipertexto. Los nodos que resultaron de menor dificultad para los alumnos fueron «Introducción» (31%) y «Deducción del algoritmo a través de la recta tangente» (31%). El porcentaje de este último es alentador, ya que al considerar este nodo fácil de comprender, nos estaría indicando que la base teórica del método ha sido incorporada.

#### Pregunta 6:

*¿Qué nodo te resultó más difícil de entender?*

Posible respuesta: todos los nodos del hipertexto. El nodo que resultó de mayor dificultad para los alumnos fue el de «Deducción del algoritmo utilizando Polinomios de Taylor» (75%). No nos sorprende este resultado ya que, por la experiencia docente en la cátedra, sabemos que es un tema de alta complejidad para los estudiantes.

#### Pregunta 7:

*¿A través de cuáles de los siguientes nodos pudiste comprender cómo funciona el algoritmo?*

Posibles respuestas: «Deducción por recta tangen-

te», «Deducción por polinomios de Taylor», «Ejercicios resueltos» y «Ejemplo Introductorio».

El nodo «Deducción a través de la recta tangente» fue el elegido por el 38% de los alumnos para estudiar la base teórica del algoritmo, en tanto que pocos alumnos utilizaron el nodo relacionado con la deducción a través de Polinomios de Taylor (6%), resultados que coinciden con lo observado por los docentes.

Los profesores apreciaron que se presentaron dificultades en el discernimiento entre el algoritmo y la deducción del mismo. Un 31% comprendió el funcionamiento del algoritmo mediante los ejercicios resueltos. En esta posibilidad de elección notamos la ventaja del hipertexto, donde el usuario construye el conocimiento de acuerdo a sus conocimientos previos e intereses (Rodríguez Suárez y otros, 2002).

#### **Pregunta 8:**

*¿Cuáles de estas acciones realizaste junto al recorrido del hipertexto?*

Posibles respuestas: resumir el contenido; hacer deducciones en lápiz y papel; consultar la carpeta de clase; utilizar el software para comprobar algún resultado; hacer preguntas al profesor; realizar un esquema o cuadro de síntesis; ninguna acción.

El 31% de los alumnos manifestó haber resumido el contenido, en tanto que un 25% hizo preguntas al profesor. El 13% realizó esquemas, otro 13% utilizó el software, 6% efectuó acciones en lápiz y papel y otro 13% no hizo ninguna de las tareas anteriores. Conforme a las observaciones efectuadas por los docentes, la mayoría exploró el hipertexto y luego comenzó a trabajar resumiendo la información, o copiando la fórmula en un texto, o usando el programa *Mathematica*®. En el turno mañana tomaron apuntes en lápiz y papel al comienzo de la actividad, en tanto que en el turno noche lo hicieron a partir de la indicación del docente. En general el trabajo de indagación y exploración estuvo orientado al cumplimiento de la consigna de la actividad que debían entregar.

- En cuanto a *la percepción de los alumnos al trabajar con este material*, tenemos:

#### **Pregunta 9:**

*Al usar este material, te sentiste:* altamente motivado, medianamente motivado, poco motivado, nada motivado.

El 44% de los alumnos manifestó estar altamente motivado y un 56% medianamente motivado. Los docentes observaron, en general, buena predisposición al trabajo, confirmando una de las ventajas del hipertexto «crea expectativas» (Muelas, 2008). Cabe aclarar que, si bien la tarea era individual, hubo colaboración entre pares, manifestándose uno de los beneficios del uso de las nuevas tecnologías (Álvarez y Cantón Mayo, 2009).

#### **Pregunta 10:**

*En general esta forma de estudio te resulta:*

Posibles respuestas: más sencilla que la asistencia a clases expositivas; más complicada que la asistencia a clases expositivas; me da lo mismo; no sabe o no contesta.

El 62% de los alumnos consideró más sencilla esta forma de trabajo, el 19% más complicada y un 19% no tenía predilección por una u otra. Al finalizar la experiencia, los alumnos reconocieron que el estudio con este tipo de materiales demanda mayor esfuerzo al que están acostumbrados, comentario que no coincide con los resultados de la encuesta.

## **6. Conclusiones**

La experiencia, los resultados de la encuesta y las observaciones efectuadas por los docentes nos permitieron llegar a las siguientes conclusiones.

*Sobre el material:*

- El nodo «Conocimientos Previos» es de total importancia para repasar conceptos y/o propiedades necesarias para comprender el tema.

- Nodos como «Deducción a través de la recta tangente»; «Ejemplo introductorio»; «Ejercicios

resueltos» no serán reformados por el momento, ya que nos abocaremos a aquellos de los cuales se manifestaron problemas de comprensión generalizados (como el nodo Deducción a través de polinomios de Taylor) o no se recorrieron («Ventajas y desventajas», «Otros métodos»).

- El diseño del hipertexto tiene demasiados nodos lo que podría producir «saturación cognitiva» (Grau y Muelas, 2008), es decir, la riqueza de todo el material pone en riesgo la pérdida del rumbo marcado por los objetivos.

- Surge la cuestión de que es posible que muchos alumnos hayan obviado la deducción del método y resuelto las actividades guiándose por algunos de los ejemplos resueltos que se encuentran en diversos nodos del hipertexto. Nuestra postura como docentes es que el alumno conozca un método numérico que se justifica sobre la base de uno de los conceptos más importantes de la asignatura que cursa (Análisis Matemático I), como es el concepto de derivada de una función en un punto o el de recta tangente o inclusive el de aproximación lineal, por lo que consideramos esencial la comprensión de la deducción del método mencionado. De esta manera pensamos que un asunto a mejorar en el hipertexto sea la navegación obligatoria sobre el nodo correspondiente. Cabe agregar que desde la jefatura de la cátedra se sostiene que en la instancia final de aprobación de la asignatura deben incluirse el desarrollo de deducciones teóricas, razón por la cual también es de suma importancia que el alumno aprenda la justificación del método.

- Como consecuencia de lo explicado en los dos ítems anteriores, debemos buscar un equilibrio entre la cantidad de información brindada, y a su vez asegurarnos que el alumno comprenda la justificación de la fórmula que luego aplicará de forma iterada. Entonces, como ajuste en el diseño del material, decidimos prescindir de los nodos «Ventajas y Desventajas» (en los ejemplos resueltos se retoman las cuestiones explicadas en el mismo en forma práctica), «Otros métodos» (se pueden sólo

mencionar en el nodo Introducción para aquellos alumnos que tengan interés) y «Deducción a través de polinomios de Taylor». Respecto de este último, si bien consideramos imprescindible la comprensión de la deducción del método, por lo observado en esta experiencia, es mínima la cantidad de estudiantes que aborda este nodo, por lo que estimamos conveniente dejar sólo la «Deducción a través de la recta tangente».

- La contestación de preguntas y resolución de ejercicios no han sido el foco del estudio, sino el diseño del material y el comportamiento general de los alumnos ante su uso. Por esta razón consideramos que el análisis minucioso de los mismos escapa al alcance del presente artículo. Podemos remarcar, sin embargo, que en los cursos en los que se realizó la experiencia observamos que los alumnos han podido enfrentar esta instancia sin mayores dificultades.

#### *Sobre el comportamiento de los alumnos:*

- Es notable, en este tipo de recursos, la ventaja de acceder a la información desde distintos registros y de diferentes discursos, de acuerdo a la comprensión y necesidades del usuario.

- Esta clase de materiales aumenta considerablemente la motivación en el alumnado y logra que abandonen la actitud pasiva de una clase expositiva tradicional.

- El hipertexto obliga a los estudiantes a desplegar estrategias de manejo de información como resumir, realizar esquemas o cuadros, analizar; lo que es sumamente importante para lograr un aprendizaje autónomo e independiente como lo establecen Zimmerman y Bandura (en Beltrán Llera y Bueno Álvarez, 1995). En el caso particular de este hipertexto estas estrategias se vieron orientadas al cumplimiento de la ejercitación a ser presentada como producción.

- El uso de estos dispositivos didácticos lleva un tiempo de entrenamiento. A pesar de que los alumnos están acostumbrados a utilizar Internet, desplegar diferentes ventanas o conectarse de un



sitio a otro, a la hora de usar esa «conectividad» en un recurso que les permite construir conocimiento formal se sienten desorientados.

Como reflexión final exponemos que esta experiencia no sólo nos sirvió para evaluar el material diseñado, en vistas a una optimización de su

diseño; sino también, y quizás más importante, percibir la motivación e interés que manifiesta la mayoría del alumnado ante el uso de estos recursos. Esto nos invita a combinar nuestras clases expositivas tradicionales con materiales diseñados especialmente para promover un aprendizaje autónomo e independiente.

### Bibliografía

- Aebli, H. (2001).** *Factores de la enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo*. España: Narcea.
- Acosta, J., Macías, D y La Red Martínez, D. (2006).** *El uso de las NTICs en la enseñanza-aprendizaje de Matemática I (Álgebra) en la FaCENA-UNNE* Obtenido el 15 de setiembre de 2010 de <http://exa.unne.edu.ar/depar/areas/informatica/SistemasOperativos/MADIMACVIEncuentroMat%20FACENA.pdf>
- Álvarez Baelo R. y Cantón Mayo I. (2009).** «Las tecnologías de la información y la comunicación en la educación superior. Estudio descriptivo y de revisión.» *Revista Iberoamericana de Educación*, 50 (7).
- Beltrán Llera, J. y Bueno Álvarez J. (1995).** *Psicología de la Educación*. Barcelona: Marcombo.
- Cabero Almenara, J. (1995).** *Navegando, construyendo: la utilización de los hipertextos en la enseñanza*. Obtenido el 24 de agosto de 2010 en [http://www.lmi.ub.es/te/any95/cabero hipertext/](http://www.lmi.ub.es/te/any95/cabero%20hipertext/)
- Costa, V.; Di Domenicantonio, R. y Vacchino, M.C. (2010).** «Material Educativo digital como recurso didáctico para el aprendizaje del Cálculo Integral y Vectorial.» *Revista UNION*, 21, pp. 173–185.
- Chiecher, A. (2006).** «Autorregulación en estudiantes universitarios. Estudio comparativo en contextos presenciales y virtuales.» En M. Lanz (comp.). *El aprendizaje autorregulado. Enseñar a aprender en diferentes entornos educativos* (pp. 39–52). Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Grau, J. y Muelas, E. (2008).** *Módulo 5: sistemas hipermediales. Primera parte*. Material utilizado en el Seminario «Material Didáctico» correspondiente a la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la UNCo.
- Moya, M. de las M. y Gonzáles, A. (2006).** «Propuesta de desarrollo de material hipermedia para la enseñanza de la Matemática.» *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 1. Obtenido el 10 de marzo de 2011 en <http://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/numero-1.htm>
- Muelas, E. (2008).** *Guía para el diseño de sistemas hipermediales*. Material utilizado en el Seminario «Material Didáctico» correspondiente a la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la UNCo.
- Rodríguez Suárez, J.; Fajardo Dolci, G.; Perdígón Castañeda, G.; Mazón Ramírez, J.J. y de la Paz Lozano, J. (2002).** «Aplicación del hipertexto en el aprendizaje asistido por computadora.» *Revista de la Facultad de Medicina, UNAM*, 5. Obtenido el 10 de junio de 2010 en <http://www.ejournal.unam.mx/rfm/no45-5/RFM45502.pdf>
- Rodríguez Soto, S. y Chacón Díaz, M. (2008).** «Bases teóricas y consideraciones prácticas en la elaboración de material multimedia para un curso de Cálculo.» *Actualidades Investigativas en Educación*, 8 (1).
- Salinas Ibáñez, J. (1994).** «Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria.» *Pixel-Bit: Revista de medios y educación*, 1. Obtenido el 17 de junio de 2010 en <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n1/n1art/art12.htm>
- Vázquez, S. (2006).** «Aprendizaje autorregulado y teoría de metas de logro.» En M. Lanz (comp.). *El aprendizaje autorregulado. Enseñar a aprender en diferentes entornos educativos*. Buenos Aires: Novedades Educativas, pp. 23–37.

## Anexo

### Puntos esenciales de la propuesta didáctica

Resumimos, en este anexo, los pasos principales llevados a cabo para realizar la experiencia, cómo se utilizó el material y los objetivos de la misma:

#### Objetivos de la propuesta didáctica

- Entender la diferencia entre métodos exactos y numéricos para la obtención de ceros o raíces de ecuaciones.
- Conocer la existencia de diversos métodos numéricos.
- Comprender la deducción de la fórmula del método de Newton–Raphson para la obtención de raíces de ecuaciones.
- Aplicar el método de Newton–Raphson para calcular raíces de ecuaciones, con y sin cálculo de error.

#### Día de la experiencia

- Traslado de los alumnos del aula de clase habitual al laboratorio en el cual estaba instalado el hipertexto.
- Distribución de los alumnos en las computadoras, uno o dos por cada una.
- Presentación de la metodología de trabajo:
  - Explicaciones sobre lo que es un hipertexto y sus principales características.
  - Presentación del hipertexto. (Mostramos la primera pantalla del hipertexto donde se encuentra el menú principal.)

#### Actividades de la primera hora de clase

*De los alumnos:* exploración del hipertexto, para ello debían recorrerlo, analizarlo, estudiarlo, de manera autónoma, sin consultar a las profesoras y teniendo presente la siguiente guía de trabajo: «Luego de explorar el material, te pedimos que des respuesta a las siguientes consignas en un archivo del programa *Mathematica*®. Después de completar lo solicitado, debes enviarlo por mail a las direcciones indicadas.

**1)** ¿Qué diferencia existe entre un método exacto

o directo y un método numérico para resolver ecuaciones? Ejemplifica cada uno.

**2)** ¿En qué consisten los métodos abiertos y los que usan intervalos?

**3)** ¿A cuáles de las categorías anteriores pertenece el método de Newton–Raphson que vamos a estudiar?

**4)** ¿En qué consiste el algoritmo que hay que aplicar según el método de Newton–Raphson para obtener la raíz de una ecuación? Es decir, ¿qué pasos hay que seguir cuando se usa el método?

**5)** Resuelve los siguientes ejercicios que se presentan en «Ejercicios para resolver»:

- Del ejercicio número 1 elige uno de los ítems.

- Ejercicio 2.

- Del ejercicio número 3 elige uno de los ítems.

*De los docentes:* observación de los alumnos explorando el hipertexto y volcando los datos en la planilla previamente diseñada para tal fin.

Presentamos al final parte del nodo «Introducción» del hipertexto y una sección del nodo «Ejercicios para resolver», los cuales ayudaban a los estudiantes a responder algunos puntos de la guía de trabajo.

#### Actividades de las segundas dos horas:

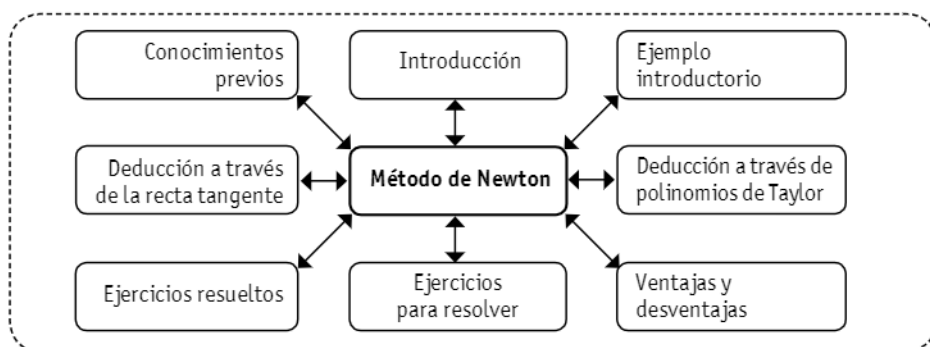
*De los alumnos:* trabajo individual o en grupo para resolver las consignas mencionadas, consultando al profesor si hiciera falta.

*De los docentes:* supervisión del trabajo en el laboratorio, asistencia a los alumnos que así lo solicitaran y toma de notas de las observaciones que se efectuaban.

#### Actividades de la última media hora:

*De los alumnos:* presentación final del trabajo realizado y respuesta a la encuesta de opinión.

*De los docentes:* puesta en común de las conclusiones finales del trabajo realizado, tanto sobre el tema visto como del trabajo con el nuevo material hipertextual.



**Presentación del hipertexto.**

### Introducción

Desde el nivel escolar hemos aprendido a usar la fórmula  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (1)

que nos permite hallar las raíces de la ecuación  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$

A los valores calculados los llamamos raíces de la ecuación dada. Podemos definir las raíces o ceros de una ecuación como los valores de  $x$  tales que  $f(x) = 0$ .

Si bien conocemos la fórmula (1), existen muchas otras ecuaciones para las cuales no es tan sencillo hallar sus raíces. Antes de la era de la computación, para encontrar las raíces de ecuaciones algebraicas o trascendentes, contábamos con los siguientes métodos:

- Método directo: fórmulas como el caso de (1)
- Métodos gráficos: graficar la función en cuestión y por aproximación obtener el valor de  $x$ .
- Método de prueba y error: consiste en elegir un valor de  $x$  y evaluar si  $f(x)$  es cero. Si no es así se hace otra conjetura y se evalúa nuevamente  $f(x)$ , así hasta generar un...

**Nodo «Introducción».**

### Ejercicio 1

Para cada una de las siguientes ecuaciones, determinar una aproximación inicial adecuada y encontrar la menor raíz positiva por el método de Newton:

- a)  $2x - \operatorname{tg}x = 0$
- b)  $4\cos x = e^x$
- c)  $2\cos x = \operatorname{Ch}x$

### Ejercicio 2

Formular un algoritmo basado en el método de Newton para encontrar la raíz cúbica de un número positivo. Usar el algoritmo para encontrar  $\sqrt[3]{5}$  con 5 cifras significativas, comenzando con  $x_0 = 1,5$ .

### Ejercicio 3

Aproximar con  $10^{-4}$  de precisión raíces de las siguientes ecuaciones en los intervalos dados usando el método de Newton-Raphson:

- a)  $x^3 - 2x^2 - 5 = 5 = 0$  en  $[1, 4]$
- b)  $x - \cos x = 0$  en  $[0, \pi/2]$
- c)  $x - 0,8 = 0,2 \operatorname{sen}x$  en  $[0, \pi/2]$

### Ejercicio 4

La función  $f(x) = \frac{4x-7}{x-2}$  tiene un cero en  $r = 1,75$ . Usar el método de...

**Nodo «Ejercicios para resolver».**