

## ESTUDIO CUALITATIVO SOBRE LA REPROBACIÓN DE CÁLCULO EN EL ÁREA DE CIENCIAS MATEMÁTICAS Y COMPUTACIONALES

Eddie Aparicio, María Guadalupe Ordaz  
Universidad Autónoma de Yucatán  
[alanda@uady.mx](mailto:alanda@uady.mx), [oarjona@uady.mx](mailto:oarjona@uady.mx)  
Reporte de investigación

### Resumen

El escrito reporta los resultados de un estudio diagnóstico sobre la situación de reprobación y rezago en cálculo de nivel superior y posibles factores académicos asociados a dicho problema. Particularmente, se discute sobre el tipo de dificultades que presentan estudiantes después de haber cursado y aprobado sus dos cursos de cálculo (diferencial e integral) y las creencias del profesorado respecto a la asignatura de cálculo y su papel en los planes de estudio.

**Palabras clave:** Reprobación, cálculo, programas, profesores

### Introducción

La didáctica de la matemática en tanto disciplina científica de naturaleza social, toma como principal objeto de estudio, los fenómenos didácticos asociados a la comunicación (enseñanza) y producción (generación de aprendizajes) de conocimientos matemáticos a fin de impactar de manera eficaz en la educación matemática. En este sentido, se ha presenciado un importante crecimiento en la producción de teorías que buscan dar cuenta de complejidad que guardan tales fenómenos didácticos, tómesese como ejemplo de estas teorías, la teoría cognoscitivista de Vergnaud, la teoría Antropológica de Chevallard, la teoría sociocultural de Brousseau, la teoría de las representaciones semióticas de Duval, por mencionar algunas.

Sin duda los recursos teórico metodológicos que ofrecen cada vez más la Epistemología, la Psicología, la Didáctica y la Sociología han permitido generar explicaciones más integradas sobre la naturaleza de los fenómenos que se producen en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos. Un ejemplo de ello es la emergente aproximación teórica Socioepistemológica que busca incidir en el *discurso matemático escolar* a partir del estudio sistémico de las problemáticas de aprendizajes matemáticos vía su enseñanza.

En décadas recientes, se ha fortalecido el interés de investigar sobre fenómenos ligados al aprendizaje del cálculo diferencial e integral. Artigue (1995) señala, la complejidad de dicha problemática refiriéndose a sus inicios durante el siglo XX motivado por la masiva incursión de la enseñanza del cálculo en el bachillerato francés. Recientemente Hoffman, et al., (2004) discurren sobre una posible crisis en la enseñanza contemporánea del cálculo universitario y de la necesidad de un cambio de paradigma. Cambio que resulta de considerar las nuevas tecnologías de la información y muy especialmente de atender a las “bondades” que brinda la matemática computacional.

Pese a la creación de diversas teorías especializadas en didáctica de la matemática y a los desmedidos avances tecnológicos, en nuestras sociedades se sigue sufriendo el problema

de una excesiva reprobación y rezago escolar en la educación general, y en matemáticas en particular. Si bien este problema de reprobación y rezago escolar en el área de matemáticas (indistintamente del nivel educativo del que se hable) pareciera para muchos algo que se ubica dentro de lo “normal”, para otros no lo es tanto. A nuestro modo de ver, este problema adquiere una connotación especial dentro la didáctica de la matemática o matemática educativa en Latinoamérica, pues una buena parte de sus génesis deviene del funcionamiento del sistema didáctico: *profesor* (o institución), *alumno* (o sociedad) y *saber* (currículo), de aquí que este estudio se refiera a este problema desde un análisis del funcionamiento del sistema didáctico en su forma extendida: *institución, alumnos y currículo*.

La reprobación en general y la reprobación en matemáticas en particular, es una de las causas que provocan el rezago y la deserción escolar en los niveles educativos y que finalmente terminan por cobrarles costosas facturas a la sociedad. Por ejemplo, en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), desertan el 30% de los 35,000 alumnos que ingresan a alguna de las 68 licenciaturas, y por tal motivo la sociedad mexicana pierde 262 millones 500 mil pesos anuales en alumnos que no concluyen su carrera profesional como lo señala Rodríguez (2000) citado en García (2006a). Datos ofrecidos por Díaz de Cosío (1998) citado en Martínez (2002) señalan que en promedio nacional, de cada 100 alumnos que inician estudios de licenciatura, entre 50 y 60 concluyen las materias del plan de estudios cinco años después, de los cuales, sólo 20 logran obtener su título. Así mismo, en el trabajo de Chaín (1999) citado en García (2006a) se refiere que aproximadamente 25 de cada 100 estudiantes que ingresan al nivel universitario abandonan sus estudios sin haber promovido las asignaturas correspondientes al primer semestre; además, la mayoría de ellos inicia una carrera marcada por la reprobación. Cabe señalar que una buena parte de las asignaturas que presentan mayor índice de reprobación pertenecen al área de matemáticas.

Albert (1996) citado en Reséndiz (2004), menciona que es precisamente al momento de intentar llevar a las *aulas* el contenido teórico y práctico del cálculo que se observa una problemática propia de su enseñanza y aprendizaje, convirtiéndose en uno de los factores causales de la deserción estudiantil en instituciones públicas y privadas de nuestro país.

En este sentido, se puede decir que no es producto de la casualidad que los programas de curso en Ingenierías y Ciencias exactas otorguen mayor tiempo de estudio a la asignatura de cálculo y que las instituciones de educación superior (IES) realicen innumerables esfuerzos por mejorar los altos índices de reprobación y rezago e intentar mejorar el grado de aprovechamiento de los estudiantes, tal se ha indicado en el comunicado presentado por la ANUIES en el año 2001 en donde se señala que cada institución debe “diseñar estrategias e instrumentar acciones que tengan como propósito incrementar la calidad del proceso formativo integral de los estudiantes, aumentar su rendimiento académico, reducir la reprobación y la deserción escolar, y lograr índices de aprovechamiento y eficiencia terminal satisfactorios”.

Sin duda, las IES han buscado desarrollar proyectos de investigación que ofrezcan información sobre las causas y comportamiento de dicho fenómeno, sin embargo y en mi opinión, dichos proyectos presentan una limitante, a saber, que al basar sus estudios en métodos y técnicas cuantitativas de investigación (recolección de datos a nivel masivo y con la aplicación de cuestionarios centrados en aspectos de tipo sociocultural,

socioeconómicos, de orientación vocacional, de hábitos de estudio e incluso de infraestructura institucional), excluyen aspectos más específicos, por ejemplo, las prácticas de aula, el comportamiento de las y los estudiantes, las costumbres didácticas del profesorado, el análisis del discurso matemático escolar, la estructuración de contenidos temáticos, entre otros, y que a nuestro entender, resultan cruciales en el estudio y tratamiento de tales problemas.

Bajo esta visión y de la consideración de que este tipo de problema encierra una naturaleza causal multifactorial, se desarrolló durante dos años, una investigación de carácter cualitativo sobre el fenómeno de reprobación y rezago escolar en la asignatura de cálculo en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán. La idea básica por desarrollar una investigación cualitativa se debió a que ésta tiene las características de: 1) No contar con un solo método, sino variaciones de método; 2) Comprender múltiples realidades; 3) Ofrecer una visión holística del mundo; 4) Es interdisciplinaria; 5) Responde a situaciones de índole sociopolítico como proceso y producto de la investigación, como lo señala Sieburth (1993).

Coincidimos con la autora por ejemplo, al referir que los alcances de la investigación cualitativa no se ven limitados a la descripción o identificación de problemas educativos, sino a la generación de alternativas y de promoción de formas de participación social para transformar dichos problemas. Cabe decir que el trabajo que aquí se presenta es el resultado de un grupo de trabajo de profesores e investigadores en el área de Matemática Educativa como en Matemáticas y que en la actualidad forman parte del personal académico de mencionada facultad.

### **Consideraciones metodológicas**

Como se ha señalado con anterioridad, nuestra investigación se basó en el empleo de la metodología de la investigación cualitativa, a fin de llevar a cabo un estudio sistemático e integral sobre el tipo de factores académicos presentes en el problema de reprobación y rezago en cálculo. Así por ejemplo, se puso en juego la realización de estudios de corte etnográfico para dar cuenta de las costumbres didácticas del profesorado al interior de las aulas; se abordó el estudio del escenario escolar con sus actores principales: *profesor*, *alumno* y *saber*; y las interacciones que entre ellos se suscita. Esto, bajo el supuesto de que la descripción y caracterización de dicho contexto, habrá de proveer referentes importantes sobre la forma en que se genera y difunde el conocimiento matemático al seno de las aulas de clase. El problema de reprobación en cálculo a nivel superior al ser abordado por la metodología de la investigación cualitativa, nos permitió atender aspectos locales que con otras metodologías se hubiesen dejado de lado. Auxiliándonos de la unidad mínima de análisis que utiliza la didáctica de la matemática (relaciones entre profesor-saber-alumno) y considerando una extensión de ésta, *institución-curriculo-sociedad*, es que se desarrollaron actividades precisas a dar información sobre cada aspecto.

Entre las actividades desarrolladas, destacamos: El análisis de libros de cálculo respecto a la coherencia de los contenidos, enfoques y objetivos declarados en los programas de curso; análisis de la forma en que está organizado el cálculo y los enfoques con el que se enseña; un estudio sobre el tipo de dificultades que presentan algunos estudiantes al momento de tratar contenidos específicos del cálculo, por ejemplo, límite, derivada y

sucesiones; recolección, análisis y documentación de información cuantitativa sobre los índices de reprobación, rezago y deserción de la asignatura de cálculo de cuatro generaciones (2001- 2004).

Estas actividades y los resultados obtenidos en cada una de ellas, permitieron tener un panorama más amplio y preciso del problema de investigación. En lo sucesivo se expondrán algunos de los hallazgos logrados.

## Resultados

### *Un indicador cuantitativo*

El porcentaje de reprobación y rezago que la facultad ha presentado en los últimos años (cabe señalar que de dos años a la fecha ha habido una mejoría) ha oscilado entre el 25 y 30% al término del primer año de estudio. En este sentido, los indicadores de egreso no han sido nada alentadores, por ejemplo, la generación 2001-2005 correspondiente a la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas, sólo logró concluir sus estudios el 13.8% de un total de 36 alumnos. De igual manera, de la generación 2002-2006 de la misma licenciatura, sólo lograron concluir sus estudios en el tiempo designado, el 24% de un total de 29 alumnos. Véase también la siguiente tabla:

Generación	Cursos		Reprobados		Rezagados		Desertores	
	<i>Cálculo I</i>	Cálculo II						
Sep 2001	41	26	37	25	21	14	8	12
Feb 2002	36	23	28	22	25	11	11	2
Sep 2002	39	32	31	14	26	5	11	2
Feb 2003	34	26	22	4	17	4	4	3
Sep 2003	74	69	10	35	8	23	0	

**Tabla 1.** Reprobación y rezago en las asignaturas de Cálculo I y Cálculo II de la Licenciatura en Ciencias de la Computación, por generación.

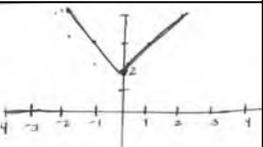
### *Sobre las dificultades en estudiantes*

A continuación se mostrará mediante ejemplos, el tipo de dificultades y errores más comunes que presentaron estudiantes de las 6 licenciaturas al momento de resolver un cuestionario sobre ejercicios básicos de límite, derivada, integral y sucesiones. Citamos el caso en donde se les pide a 99 estudiantes:

Evaluar  $\int_{-3}^3 |x+2| dx$

El ejercicio fue tomado del cuestionario utilizado por Eisenberg y Dreyfus (1966) en su trabajo de investigación sobre la resistencia que presentan graduados de cálculo para visualizar en matemáticas.

Los datos que obtuvimos quedaron de la manera siguiente: De los 99 estudiantes cuestionados, sólo 14 dieron una respuesta correcta, 81 dieron una respuesta incorrecta y 4 estudiantes omitieron su respuesta. El escenario privilegiado fue el algebraico-analítico caracterizado por ser aquel en donde los estudiantes emplean recursos basados en una manipulación algebraica y métodos analíticos de resolución. El tipo de errores encontrados fueron clasificados en cuatro aspectos: aquellos errores asociados a los límites de integración, asociados al desarrollo de procesos algebraicos, al dominio gráfico y los asociados al dominio conceptual. Un dato adicional es que hoy estudiantes de ciencias exactas siguen mostrando una fuerte resistencia a visualizar en matemáticas, pues en efecto, de los 14 estudiantes que dieron una respuesta correcta al ejercicio planteado, únicamente 6 de ellos recurrieron a una estrategia de tipo visual. Véase el siguiente cuadro 1 en donde se muestra los errores y el tipo de procedimiento de resolución seguido por la mayoría de los estudiantes.

<p>1. Evaluar <math>\int_{-3}^3  x+2  dx</math>.</p> $ x+2  = \begin{cases} (x+2) & x \geq 0 \\ -(x+2) & x < 0 \end{cases}$ $\int_{-3}^3 (x+2) dx = \int_{-3}^0 (x+2) dx + \int_0^3 (x+2) dx$ $\int_{-3}^0 x dx + 2 \int_{-3}^0 dx + \int_0^3 x dx + 2 \int_0^3 dx$ $\left[ \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-3}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} + 2x \right]_0^3$ $\left[ \frac{9}{2} + 6 \right] - \left[ \frac{9}{2} - 6 \right] + \left[ \frac{9}{2} + 6 \right] - \left[ \frac{9}{2} + 6 \right]$ $\frac{21}{2} - \left( -\frac{3}{2} \right) + \left[ \frac{15}{2} - \left( \frac{3}{2} \right) \right] = 12 - 9 = 3 //$	<p>1. <math>\int_{-3}^3  x+2  dx</math></p> $U =  x+2 $ $U^2 = ( x+2 )^2$ $U^2 = x+2$ $2U dU = dx$ $= \int_{-3}^3 2U^2 dU = \frac{2U^3}{3} \Big _{-3}^3 = \frac{2( x+2 )^3}{3} \Big _{-3}^3$ $= \frac{2 3+2 ^3}{3} - \frac{2 (-3+2) ^3}{3}$ $= \frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{8}{3} //$
<p>1. <math>\int_{-3}^3  x+2  dx</math></p> $U =  x+2 $ $U^2 = ( x+2 )^2$ $U^2 = x+2$ $2U dU = dx$ $= \int_{-3}^3 2U^2 dU = \frac{2U^3}{3} \Big _{-3}^3 = \frac{2( x+2 )^3}{3} \Big _{-3}^3$ $= \frac{2 3+2 ^3}{3} - \frac{2 (-3+2) ^3}{3}$	<p>① <math>\int_{-3}^3  x+2  dx =</math></p>  $f(x) = \begin{cases} x+2 & x \geq 0 \\ -x-2 & x < 0 \end{cases}$ $\int_{-3}^0 -x-2 dx + \int_0^3 x+2 dx$ $\int_{-3}^0 -x dx - 2 \int_{-3}^0 dx + \int_0^3 x dx + 2 \int_0^3 dx$ $\left[ -\frac{x^2}{2} \right]_{-3}^0 - 2 \left[ x \right]_{-3}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^3 + 2 \left[ x \right]_0^3$ $+ \frac{9}{2} + (-6) + \frac{9}{2} + 6$ $= 21 //$

### **Cuadro 1.** Procedimientos de resolución para el ejercicio 1

Los resultados obtenidos en los estudios de corte etnográfico desarrollados por García (2006a) y García (2006b) en las aulas de cálculo en la misma facultad y como parte de las actividades del proyecto, muestran que la manera en que los estudiantes tienden a plantear y resolver una actividad matemática escolar, no es ajena a la manera en como los contenidos matemáticos son desarrollados en el salón de clases. Por ejemplo, se detectó que los profesores poco recurren a recursos visuales y al desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional en los estudiantes, que a juzgar por las evidencias reportadas en la literatura, resultan necesarios para lograr un mejor entendimiento y dominio del cálculo. La enseñanza de aula se caracteriza por una marcada tendencia en el uso estrategias expositivas-discursivas centradas en el profesor como responsable del contrato didáctico.

#### *Sobre el profesorado y el currículo*

Sin duda, con el paso del tiempo, cada dependencia educativa va gestando su propia “filosofía”, sobre la educación y la forma de llevarla a cabo. Finalmente, es ésta filosofía y las creencias e ideas compartidas del profesorado (entorno a la matemática) que terminan rigiendo la práctica educativa institucional. En efecto, cuándo se les pidió a profesores que expresaran dos razones por las cuáles considera se estudia cálculo en las 6 diferentes licenciaturas de la facultad, sus respuestas fueron del tipo: *...es una herramienta para desarrollar aplicaciones en..., provee una formación básica para desarrollar el pensamiento lógico y científico..., es una herramienta básica de las matemáticas, proporciona un lenguaje para interpretar situaciones y técnicas para analizarlas..., es una asignatura básica..., conceptualiza ideas importantes del ingenio humano...*

Es claro que el profesorado posee ciertas creencias y concepciones sobre el cálculo y de su presencia en el currículo matemático. Por ejemplo, nótese cómo ellos refieren al cálculo como una herramienta básica, importante para cualquier licenciatura, sin embargo, desconocen en cierta forma, las aplicaciones propias para cada una de ellas. Asimismo, se observa que le atribuyen al cálculo una cualidad formativa, por ejemplo, enseña a pensar, desarrolla el pensamiento lógico. Tal cualidad ¿es exclusiva del cálculo? ¿tal cualidad resulta ser la más importante o central del cálculo y de su papel en el currículo matemático?

#### **Discusión**

El estudio del funcionamiento del sistema didáctico al interior de las dependencias educativas, ha de considerársele como un punto de partida para los cambios deseados en

la educación matemática y los problemas de reprobación y rezago intrínsecos a la misma. La práctica matemática del alumno entendida como un proceso que exige habilidades para el manejo de estructuras teóricas para la resolución de problemas que soslaya lo conceptual estructural, aspecto fuertemente difundido en el tipo de libros empleados en la facultad y en la práctica del profesor en el aula, requieren ser atendidas mediante formas alternativas de enseñanza y aprendizaje. Por ejemplo, elaboración de materiales didácticos que atiendan la parte conceptual y herramental del cálculo y cursos de capacitación didáctica entre los profesores, con el propósito de cambiar su tipo de pensamiento.

### **Conclusión**

A juzgar por los resultados, en la facultad se desarrolla una enseñanza que tiene marcados énfasis en la parte analítica-formal sobre el uso y manejo de los conceptos dejando débil aspectos conceptuales e instrumentales (recurso visual, analogías, entre otros). Poco o nada se privilegia la generación de espacios para la experimentación matemática (“vivencia matemática” por parte de los estudiantes).

Es cuestionable el hecho de que los 99 estudiantes de ciencias “exactas” entrevistados en una parte del proyecto sobre sus habilidades en temas de cálculo, dejen a un lado lo supuestamente aprendido y dominado en sus cursos *formales* de cálculo. En el ejemplo mostrado sobre las dificultades que presentaron los estudiantes, se puede mirar que el desarrollo de los cursos de cálculo con excesivo formalismo o rigor matemático no garantiza un entendimiento conceptual ni un dominio operacional por parte de los estudiantes. Al respecto, algunas explicaciones que brindan los profesores sobre el fracaso de los estudiantes, tienen que ver más con aspectos que le competen al estudiante que a una responsabilidad compartida.

Así, se dirá que los estudiantes, en efecto, logran cierto grado de conocimiento sobre los temas o conceptos básicos del cálculo empero queda al descubierto una fragilidad en la parte del *saber* que hacer con eso que conocen.

### **Reconocimiento**

Se agradece y reconoce el apoyo brindado por el proyecto de Fondos Mixtos CONACYT-Gobierno del Estado de Yucatán “Un estudio sobre factores que obstaculizan la permanencia, logro educativo y eficiencia terminal en las áreas de matemáticas del nivel superior: El caso de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán” Clave YUC-2004-C03-033.

### **Bibliografía**

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Gómez P. (Ed.) *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México, D.F., México: Editorial Iberoamérica.

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7(2): 33 – 115
- Brousseau, G. (1997). Theory Of Didactical Situations In Mathematics. Boston, London: Kluwer Academia Publishers. Editado y trasladado por Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamun Sutherland y Virginia Arfield.
- Chevallard, Y. (1998). *La Transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. (Gilman, C. Trads.) Argentina: Aique. (Trabajo original publicado en 1991).
- Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali, Colombia. Universidad del Valle Instituto de Educación Matemática.
- Eisenberg, T., Dreyfus, T. (1966). On Visual Versus Analytical Thinking in Mathematics. *Proceedings PME-10 Congress*, London, 153-158.
- García, E. (2006a). *Un estudio descriptivo de las interacciones en el aula. Elemento de análisis en la reprobación y rezago de cálculo*. Tesis de Licenciatura, Mérida, Yucatán.
- García, E. (2006b). *Una caracterización de la cultura didáctica al interior del aula de cálculo. Factor reflexivo del quehacer docente en los estilos de aprendizaje*. Tesis de Licenciatura, Mérida, Yucatán.
- Hoffman, J., Johnson, C., Logg, A. (2004). *Dreams of Calculus. Perspectives on Mathematics Education*. Berlin, Germany: Springer.
- Martínez, F. (2002). Estudio de la eficiencia en cohortes aparentes. En [Libros en línea] ANUIES, *Deserción, Rezago y Eficiencia Terminal en las IES: Propuesta metodológica para su estudio*
- Montero-Sieburth, M. (1993). Corrientes, enfoques e influencias de la investigación cualitativa para Latinoamérica. Colección La Educación, 3(116), 1-27.
- Reséndiz, E. (2003). La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar. Tesis de Doctorado, Cinvestav-IPN, México.
- Vergnaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México. Trillas. Brousseau, G. (1986). Versión original en francés (1985).