# PERCEPCIÓN DE LA NOCIÓN DE CONSERVACIÓN DEL ÁREA ENTRE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Ma. Guadalupe Cabañas, Ricardo Cantoral
Cinvestav-IPN, México
gcabanas@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx
Reporte de investigación

**Resumen**

Presentamos los resultados de una exploración realizada con estudiantes universitarios respecto de su percepción sobre la noción de conservación del área en actividades que precisan del empleo de representaciones gráficas o analíticas vinculadas a regiones planas. La noción de conservación se percibió entre algunos estudiantes en el uso de los modelos dinámico, de congruencia, de paralelismo, gráfico y analítico principalmente, en el proceso de solución de las actividades. Los antecedentes del estudio se ubican en los resultados de investigaciones realizadas por Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A., (1970), Kordaky, Potari (2002), Kordaki, (2003), y; Freundenthal (1983).

**Palabras clave:** Medición, comparación y conservación del área, modelos dinámico, de congruencia, de paralelismo, gráfico y analítico.

## Introducción

El área en particular es una noción arraigada a la cultura de las sociedades, a la ciencia y a la tecnología, así como a las vicisitudes de la vida diaria de las personas. Las situaciones en las que se presenta son prácticamente ilimitadas: en la elaboración de planos y mapas, la cantidad de tela a comprar, la superficie de terreno a construir, el territorio que ocupa un municipio, etc. (Cabañas, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005). El concepto de área se vincula al de cuantificación de una superficie a la que se asocia una unidad de medida y que se expresa como unidad cuadrada. El concepto de medida de área consta del concepto de unidad, el concepto de iteración de unidad, la cantidad de unidades y el cálculo de fórmulas (Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. 1970, Kordaki y Potari, 2002). La medición del área involucra tanto a la comparación como a la conservación. La comparación es una actividad que permite establecer una relación de orden entre dos o más objetos respecto a cierta magnitud o cualidad, para determinar cuál es mayor o menor con respecto de sus áreas. En términos generales la palabra conservar significa *mantener el estatus* de algo, *cuidar* o *guardar* algo, dependiendo del contexto en que se use. Así, podemos encontrar que se ha usado y se sigue utilizando en los contextos cultural, social, científico y escolar. En el contexto escolar, a la conservación se le identifica como una práctica común vinculada a las actividades propias de la enseñanza. En la construcción del conocimiento matemático por ejemplo ha sido reconocida como fundamental, a partir de los estudios realizados por Piaget y colaboradores (1970), quienes señalan que la conservación del área antecede a su medida. Conservar el área significa que aun después de realizar determinadas transformaciones, ya sea sobre una representación analítica o geométrica, el valor de su área permanecerá sin cambios. Es posible por ejemplo conservar el área de una figura plana a partir del cambio de su posición sin llegar a modificar su forma, al realizar movimientos de rotación, traslación y reflexión. También puede presentarse la conservación del área al seccionar partes y reacomodarlas (aquí la figura cambia de forma). En el estudio que se reporta, centramos nuestra atención en la conservación del área vinculada a regiones planas.

## Antecentedes del Estudio

Los antecedentes toman como base los estudios realizados por Piaget y colaboradores en los años 60's y el estudio fenomenológico presentado por Freudenthal (1983) sobre el área. Piaget y sus colaboradores llevaron a cabo estudios sobre el desarrollo del pensamiento del niño y con la comprensión de conceptos relacionados al área. Su contribución al estudio del área ha sido importante, ya que identificaron el tipo de nociones que destacan en niños de 8 a 11 años de edad cuando tratan con las nociones de conservación y medición de áreas. A partir de estudios de este tipo en que se emplean materiales concretos, se afirma que el concepto de conservación de área es un aspecto preliminar y fundamental en el entendimiento del concepto de medición de área, es decir, que la conservación antecede a la medición. Esta tesis fue continuada en Grecia con estudiantes de secundaria (14 años de edad) por Kordaki, M. & Potari, D. (2002) y Kordaki (2003) quienes utilizan un micromundo llamado C.AR.M.E. (Conservación de Área y su Medida) para que los estudiantes construyan de forma dinámica sus propias aproximaciones a los conceptos de conservación y medida de área. Mediante el uso de este ambiente exploraron las estrategias de los estudiantes en relación al concepto de conservación de área y su desarrollo mientras interactuaban con el micromundo; el pensamiento de los estudiantes sobre el concepto de conservación de área en triángulos equivalentes y paralelogramos de base común e igual altura, y; el papel de las herramientas ofrecidas por el micromundo en relación con las estrategias de los estudiantes. A través de los resultados de su investigación muestran que:

- Los estudiantes expresaron su conocimiento intuitivo a través de sus estrategias de solución;
- Se permitió un pensamiento reversible sobre conservación y medición;
- Pueden dar significado al concepto de medición al usar la herramienta para medir, y;
- Que las herramientas proporcionadas por el ambiente experimental estimularon a los estudiantes a expresar sus propias aproximaciones al concepto de conservación de área.

En el estudio fenomenológico sobre el área presentado por Freudenthal (1983) se afirma que son tres las formas más importantes de aproximarse al área:

- *Repartir equitativamente*. Aprovechando regularidades, por estimación y por medida.

- *Comparar* y *reproducir*. Por inclusión, mediante transformaciones de romper y rehacer, por estimación, por medida y por medio de funciones.
- *Midiendo*. Por exhauscíón con unidades, por acotación entre un valor superior e inferior, por transformaciones de romper y rehacer, por medio de relaciones geométricas generales, por medio de fórmulas generales, por medio de principios como los de Cavalieri y por medio de mapeos.

Freudenthal considera que todas estas aproximaciones son didácticamente aceptables, aunque con diferente peso.

## La noción de conservación del área en estudiantes universitarios

Los resultados reportados en Piaget, J. *et al.* (1970), Kordaky, Potari (2002), Kordaki, (2003), y; Freundenthal (1983) con relación al estudio del área, fueron usados en la exploración que realizamos con estudiantes del tercer semestre de una licenciatura en Matemáticas (19 - 21 años de edad) y del que damos cuenta en este documento. El diseño de las actividades utilizadas en el estudio descansó en el empleo de la conservación del área a diferentes niveles, así como de conceptos asociados como medición, comparación y conservación. El estudio se realizó durante las actividades académicas de un seminario de Análisis Matemático en el Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav. Participaron dieciocho estudiantes, quienes habían concluido recientemente los cursos de Geometría plana y Cálculo Diferencial e Integral; antecedentes académicos que consideramos necesarios para el desarrollo de las actividades diseñadas en la secuencia en que intervendrían.

## La secuencia

La secuencia estuvo constituida por diez actividades organizadas en tres series. En la primera serie se situó a los estudiantes a trabajar con polígonos convexos y no convexos; en la segunda, con funciones lineales y no lineales, y; en la tercera, con integrales (ver anexo). La primera serie constó de tres actividades y comprendieron: la determinación de relaciones entre áreas de triángulos con misma base y misma altura; la transformación de polígonos convexos y no convexos conservando áreas, y; la determinación de las condiciones que deben establecerse para la igualdad de áreas entre polígonos convexos. La segunda serie constó de cuatro actividades y consideró: la determinación de áreas bajo la curva, tomando como referencia un área previamente conocida; la transformación de gráficas de funciones lineales a no lineales conservando el área bajo la gráfica, y; la construcción de gráficas de funciones definidas en un intervalo dado, cuya área debía de ser conservada. La tercera serie constó de tres actividades que comprendieron: el cálculo y representación de áreas vía la integración y la determinación de parámetros en las expresiones algebraicas de funciones constantes, lineales y cuadráticas, con la condición de garantizar la conservación del área, representando además geométricamente sus resultados.

**Resultados experimentales del estudio**

El análisis de los resultados se hizo atendiendo a una caracterización de modelos que propusimos en función de las producciones de los estudiantes durante el proceso de solución de las actividades, ya sea para justificar o argumentar una respuesta; al construir representaciones de acuerdo a las condiciones dadas en una determinada situación, o; bien al determinar el área según fuera el caso. Los estudiantes que no mostraran evidencias de involucrarse con la actividad, serían ubicados en la categoría: "no resuelve".

***a) Modelos caracterizados en el proceso de solución de las actividades de la serie I y nociones asociadas***

En esta actividad dieciséis estudiantes la resolvieron y dos no mostraron evidencias de haber trabajado en ella. De los estudiantes que resuelven observamos que en el proceso de solución sus argumentos estuvieron centrados en identificar relaciones en los tres triángulos situados entre las rectas paralelas. Observamos que algunos estudiantes identificaron que los triángulos: tienen áreas iguales, son semejantes o bien que sus áreas se conservan. Los modelos caracterizados en este proceso fueron: de congruencia, algorítmico, dinámico y de semejanza (ver tabla 1). Los que usaron el modelo caracterizado como dinámico indicaron que el área de los triángulos se conserva, en su argumento señalaron que el punto opuesto a la base de los triángulos (vértice) puede moverse sobre la recta en que está ubicado. Los que se apoyaron en el modelo algorítmico (aludieron a la fórmula para el cálculo del área del triángulo) indicaron que los tres triángulos tiene misma base y altura y deducen que sus áreas son iguales (*imagen a*). Los estudiantes que usaron el modelo de congruencia o bien el de semejanza centraron sus argumentos en las relaciones entre lados y ángulos. Los argumentos estuvieron centrados en la igualdad entre pares de lados y ángulos en los triángulos por estar situados entre rectas paralelas. Identificamos además, que los estudiantes que hacen explícita la idea de conservación, son quienes usaron el modelo dinámico y que manifestaron en las justificaciones a sus respuestas. Aquellos estudiantes que basaron sus argumentos en los modelos algorítmico, de congruencia y de semejanza percibieron a la conservación al apoyarse en la fórmula para calcular el área del triángulo o bien en las relaciones entre lados y ángulos de los triángulos ubicados entre paralelas (en otros casos, los polígonos debían estar dispuestos entre rectas paralelas).

| Modelos identificados | No. de estudiantes que lo usaron | % |
|---|---|---|
| Modelo de congruencia | 6 | 33 |
| Modelo algorítmico | 6 | 33 |
| Modelo dinámico | 2 | 11 |
| Modelo de semejanza | 2 | 11 |
| No resuelven | 2 | 11 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 1. Frecuencia de los modelos caracterizados en la actividad 1, Serie I*

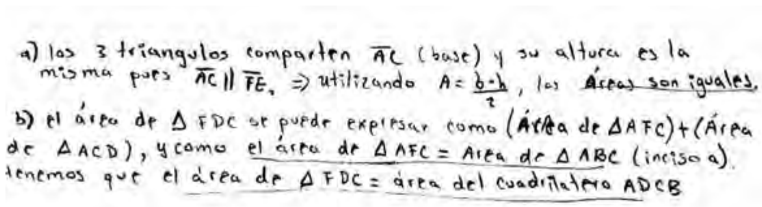



*Imagen a. El argumento del estudiante está basado en un modelo algorítmico (fórmula del área del triángulo)*

En la actividad dos, observamos que ocho estudiantes realizaron la transformación que se les pidió en al menos una de las figuras que constituyen la actividad y diez no mostraron evidencias de haber trabajado con ella. Se caracterizaron dos tipos de modelos: de paralelismo y dinámico (ver tabla 2). En los estudiantes que realizaron las transformaciones que se les pidió, observamos que cinco se apoyaron en la relación de paralelismo, al construir una nueva figura reduciendo el número vértices del polígono inicial sin alterar su área. El procedimiento consistió en construir triángulos entre rectas paralelas tomando como referencia otro triángulo dispuesto en la figura (ver *imagen b*). Tres estudiantes simularon las acciones de cortar y pegar. El procedimiento consistió en simular que cortaron partes del polígono a transformar y las pegaron en otro lado del mismo polígono. En esta actividad la noción de conservación del área está implícita e identificamos que fue percibida por los estudiantes al momento de realizar las construcciones.

| **Modelos identificados** | **Estudiantes que lo usaron** | **%** |
|---|---|---|
| Modelo de paralelismo | 5 | 28 |
| Modelo dinámico | 3 | 17 |
| No resuelven | 10 | 55 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 2. Frecuencia de los modelos caracterizados en la actividad 2, Serie I*

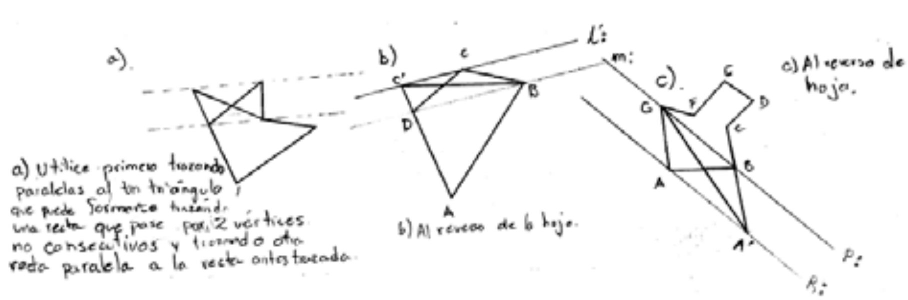



*Imagen a.*

*El argumento del estudiante está basado en un modelo algorítmico (fórmula del área del triángulo)*

En la actividad tres de la serie uno encontramos evidencias de que fue resuelta por ocho estudiantes y diez no lo hicieron. Se caracterizaron dos tipos de modelos: de paralelismo y congruencia (ver tabla 3). A los estudiantes se les situó para que indicaran las condiciones que deben cumplir los polígonos dados, de tal forma que sus áreas fuesen iguales. Los que usaron el modelo de paralelismo, centraron su atención en los lados de las figuras. Argumentaron que las áreas serían iguales si algunos de los segmentos de rectas sobre los que están situadas las figuras, son paralelas. Los estudiantes que usaron el modelo caracterizado como de congruencia argumentaron que las áreas serían iguales si los triángulos que están en la figura son congruentes o bien si al seccionar en triángulos a la figura dada, éstos son congruentes. La noción que se asocia a los modelos caracterizados a partir de sus producciones es la de medida del área. La noción de conservación del área estaba implícita en las condiciones de la actividad.

| **Modelos identificados** | **Estudiantes que lo usaron** | **%** |
|---|---|---|
| Modelo de paralelismo | 4 | 22 |
| Modelo de congruencia | 4 | 22 |
| No resuelven | 10 | 56 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 3. Frecuencia del uso de cada tipo de modelo identificado en la actividad 2, Serie I*

***b) odelos caracterizados en el proceso de solución de las actividades de la serie II y nociones asociadas***

En esta serie la actividad estuvo constituida por diez situaciones. Se pidió a los estudiantes determinar el área sombreada en representaciones gráficas de curvas, a partir de una curva conocida, así como la medida del área bajo dicha curva. Se identificaron dos tipos de modelos: dinámico, algorítmico y su combinación. En el proceso de solución, los estudiantes tomaron como referencia la información inicial de la actividad, en la determinación del área sombreada de las expresiones gráficas objeto de estudio. Quienes usaron el modelo caracterizado como dinámico, argumentaron que “movieron” algunas partes de la figura para obtener un área conocida, ya sea la que se les presentó al inicio de la actividad o bien otra, determinada en una actividad previa. En otros casos se hizo evidente en la propia actividad, ya que “movieron” partes de las regiones sombreadas (rotaron, reflejaron o trasladaron partes) en las representaciones gráficas. El modelo algorítmico se caracterizó a partir de las operaciones aritméticas que realizaron apoyándose en el trabajo con fracciones (ver *imagen c*). Las nociones ligadas al proceso de solución en esta actividad son la comparación, conservación y medición del área. La comparación se presentó cuando los estudiantes perciben que algunas partes son iguales a un área conocida, ya sea de la curva dada, cuya área bajo la gráfica era conocida por la actividad previa, o bien determinada en alguna etapa de la actividad. Identificamos que la conservación se percibió al momento de “mover” algunas de las partes sombreadas cuya área les era conocida. La medición se identifica a partir de los cálculos realizados.

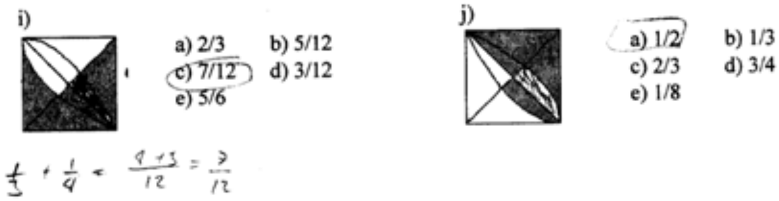



*Imagen c. En el proceso de solución el alumno realiza "movimientos" (modelo dinámico)*
*para obtener el área conocida y realiza operaciones (modelo algorítmico).*

La actividad dos se vincula con la uno, ya que se representó a la misma curva de referencia. A los estudiantes no se les indicó ni por escrito ni verbalmente de este vínculo, no obstante la relacionaron al momento de resolverla. Los modelos caracterizados fueron el algorítmico y analítico. Nos referimos al modelo algorítmico cuando los estudiantes se apoyan en las operaciones aritméticas (*imagen d*) y al modelo analítico cuando se apoyan en las integrales (*imagen e*) para determinar el área bajo la región sombreada. En algunos casos los estudiantes hicieron explícita la medida del área de la curva de referencia, ya sea sobre la representación gráfica dada o en los procedimientos algorítmicos que usan. En otros casos, lo hicieron evidente mediante los procedimientos realizados al determinar el área de las regiones sombreadas.

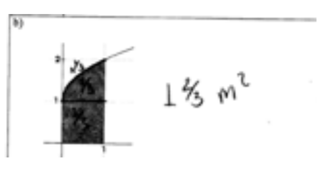


*Imagen d*

*Los alumnos tomaron como referencia la medida del área de la curva conocida*

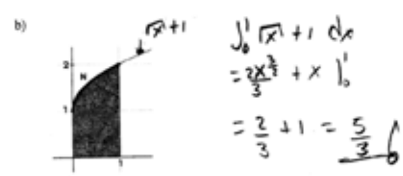


*Imagen e*

*La solución está basada en el uso de integrales (Modelo analítico)*

Las nociones asociadas al proceso de solución de esta actividad son: la comparación y la medición del área. La comparación la identificamos cuando los estudiantes contrastan el área bajo la curva y su medida de la actividad uno en esta misma serie con las áreas de algunas partes de las regiones sombreadas en la actividad objeto de estudio. La medición se identifica en los cálculos realizados, basados en los modelos analíticos o algorítmicos.

En la actividad tres se caracterizó al modelo gráfico. Se debió principalmente a que la exigencia era precisamente la de construir gráficas. En la producción de siete estudiantes se perciben ideas de conservación del área al realizar la transformación que se les pide. Once estudiantes no resolvieron la actividad.

En la actividad cuatro se caracterizaron dos tipos de modelos, el analítico y el gráfico, que aparecieron en las producciones de los ocho estudiantes que resolvieron la actividad, el resto no lo hizo. El modelo analítico estuvo basado en el uso de integrales y el gráfico en curvas. Las representaciones tanto gráficas como analíticas de los estudiantes en esta actividad estuvieron basadas en funciones de grado mayor o igual a uno. Las nociones que aparecieron fueron la comparación, conservación y medición del área. La medición, se identificó al momento que los estudiantes determinan una expresión analítica que cumpla con las exigencias de la situación. La comparación se identifica cuando relacionan el área de referencia con la que determinan, a partir de la expresión analítica, la conservación se identifica al momento que comparan el área determinada con la de referencia.

***c) Modelos caracterizados en el proceso de solución de las actividades de la serie III y nociones asociadas***

En la actividad uno de la serie tres se caracterizaron dos tipos de modelos: el gráfico y el analítico (*imagen f*). Las nociones involucradas en esta actividad son las de comparación, conservación y medida del área a través del uso de integrales. La frecuencia con que aparecieron los modelos caracterizados se muestra en la tabla 4.

| **Modelos identificados** | **Estudiantes que lo usaron** | **%** |
|---|---|---|
| Modelo analítico | 6 | 33 |
| Modelo gráfico | 11 | 61 |
| No resuelven | 1 | 6 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 4. Frecuencia del uso de cada tipo de modelos caracterizados en la actividad 1, Serie III*


*Imagen f. Uso de los modelos gráfico y analítico*

Los modelos caracterizados en la actividad dos de esta serie fueron el analítico y el gráfico (ver tabla 5). En la producción de doce estudiantes se muestran evidencias del uso de estos modelos, seis no resolvieron la actividad. En la imagen adjunta ($g$) se muestra la producción de un estudiante que utilizó los modelos analítico y gráfico caracterizados en esta actividad

| Modelos identificados | No. de estudiantes que lo usaron | % |
|---|---|---|
| Modelos analítico y gráfico | 12 | 67 |
| No resuelven | 6 | 33 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 5. Frecuencia del uso de cada tipo de modelo caracterizado en la actividad 2, Serie III*

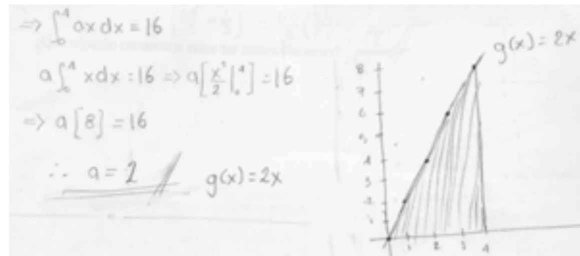



*Imagen g. Uso de los modelos gráfico y analítico*

El modelo analítico se relacionó al uso de integrales para determinar el valor del parámetro de referencia y el modelo gráfico a la representación del área bajo la gráfica.

En la actividad tres también aparecieron los modelos analítico y gráfico (ver tabla 6). El analítico caracterizado se ligó al uso de integrales y el gráfico a la representación del área a determinar.

| Modelos identificados | No. Estudiantes que lo usaron | % |
|---|---|---|
| Modelo analítico | 6 | 33 |
| Modelos analítico y gráfico | 9 | 50 |
| No resuelven | 3 | 17 |
| Total | 18 | 100 |

*Tabla 6. Frecuencia del uso de cada tipo de modelo identificado en la actividad 3, Serie III*

**A manera de conclusión**

En el desarrollo de las actividades que comprendieron el estudio exploratorio, los estudiantes mostraron una gran variedad de procedimientos al resolverlas. Se caracterizaron siete tipos de modelos: algorítmico, de congruencia, de semejanza, de paralelismo, dinámico, gráfico y analítico (y su combinación). Se observó que la naturaleza de las actividades contribuyó a que en algunos momentos se presentaran determinados tipos de modelos en el proceso de solución por parte de los estudiantes. Así, encontramos que:

- En las actividades de la *Serie I* en las que se pidió a los estudiantes el trabajar sobre polígonos convexos y no convexos, aparecieron modelos ligados a relaciones cualitativas en los polígonos involucrados. Los modelos que aparecieron con más frecuencia en el proceso de solución de esta actividad fueron el de congruencia y el de paralelismo.

- En las actividades de la *Serie II* en las que se propuso a los estudiantes trabajar sobre construcciones vinculadas a funciones lineales y no lineales, los modelos que aparecieron con más frecuencia en el proceso de solución tienen que ver con representaciones gráficas y analíticas principalmente.

- En las actividades de la *Serie III* en las que se situó a los estudiantes a: calcular y representar áreas vía la integración, así como la determinación de parámetros en las expresiones algebraicas de funciones constantes, lineales y cuadráticas, con la condición de garantizar la conservación del área, aparecieron modelos ligados a las representaciones gráficas y analíticas principalmente.

La noción de conservación se percibió entre algunos estudiantes en el uso de los modelos dinámico, de congruencia, de paralelismo, gráfico y analítico principalmente. En el uso del modelo dinámico fue más evidente, ya que quienes lo usaron lo expresaron en los siguientes términos: el área se conserva. En el uso de los otros modelos se percibió al nivel del uso de la fórmula para calcular el área de un triángulo o en las relaciones entre lados y ángulos para determinar igualdad en polígonos.

## Referencias bibliográficas

**Cabañas, G.** (2005). La noción de conservación en el estudio del área. En Martínez, G. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 19*, 727-732. México: Clame.

**Cabañas, G. y Cantoral, R.** (2005). Un estudio sobre la reproducibilidad de situaciones didácticas: El papel de la noción de conservación del área en la explicación escolar del concepto de integral. *Resúmenes de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.* Uruguay: Clame, p. 60.

**Freudenthal, H.** (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Holland: D. Riedel Publishing Company.

**Kordaki, M., Potari, D.** (2002). The effect of area measurement tools on student strategies: The role of a computer microworld. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7(1),* 65 - 100.

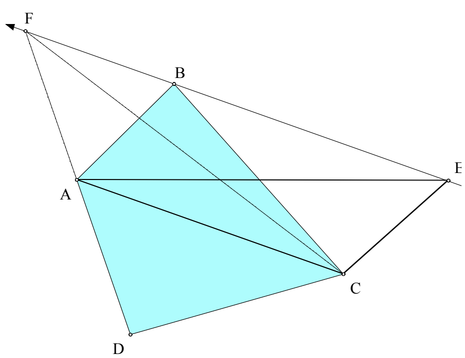
**Kordaki, M.** (2003). The effect of tools of a computer microworld on student´s strategies regarding the concept of conservation of area. *Educational Studies in Mathematical, 52(2),* 177 - 209.

**Piaget, J., Inhelder, B., Szeminska, A.** (1970). The child´s conception of geometry. New York; U.S.A.: Basic books, Inc., Publishers.

**Anexo**

SERIE I

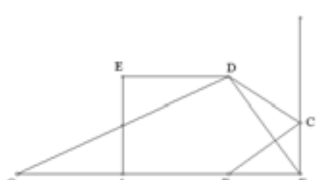
Actividad I.1. En la siguiente figura las rectas AC y FE son paralelas.




a) Determina la relación que existe entre las áreas de los triángulos ACF, ACB y ACE. Justifica tu respuesta.
b) Determina la relación que existe entre las áreas del cuadrilátero ADCB y el triángulo FDC. Justifica tu respuesta.

Actividad I.2. Transforma los siguientes polígonos en otro con forma diferente, pero con área igual a los dados. Explica en cada caso, el método que utilizaste.

Actividad I.3. En la siguiente figura, se tienen los polígonos ABCDE y GFD.



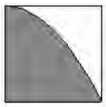

¿Cuáles son las condiciones necesarias para que las áreas de estos polígonos sean iguales?

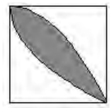
SERIE II

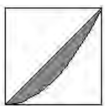
Actividad II.1. En el siguiente cuadrado de área unitaria, se ha graficado una curva N.

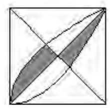
El área bajo la curva de N, es 1/3.

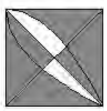
En los siguientes cuadrados de área unitaria, aparece la curva N rotada o reflejada. Señala el valor que consideras corresponde al área de la región sombreada.

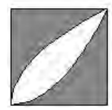
a) 
a) 2/3 b) 1/3
c) 2/9 d) 3/4
e) 1/6

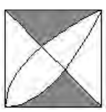
b) 
a) 2/3 b) 1/3
c) 2/9 d) 3/4
e) 1/6

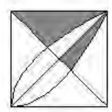
c) 
a) 1/12 b) 2/3
c) 1/3 d) 1/6
e) 1/4

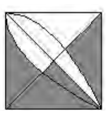
d) 
a) 2/3 b) 1/3
c) 2/9 d) 3/4
e) 1/6

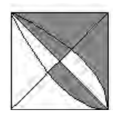
e) 
a) 3/4 b) 7/12
c) 2/3 d) 11/12
e) 5/6

f) 
a) 2/3 b) 1/3
c) 2/9 d) 3/4
e) 1/6

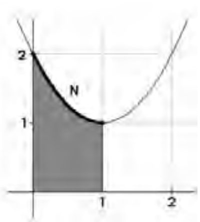
g) 
a) 1/12 b) 2/3
c) 1/3 d) 1/6
e) 1/4

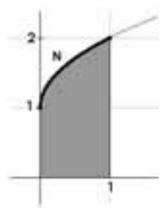
h) 
a) 1/6 b) 1/8
c) 1/3 d) 1/2
e) 1/4

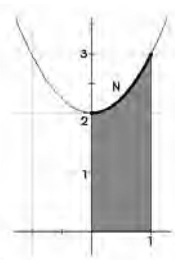
i) 
a) 2/3 b) 5/12
c) 7/12 d) 3/12
e) 5/6

j) 
a) 1/2 b) 1/3
c) 2/3 d) 3/4
e) 1/8

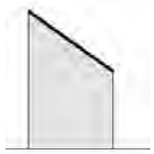
Actividad II.2. Las siguientes gráficas contienen a la curva N. ¿Cuál es el valor del área sombreada?

a)



b)



c)



Actividad II.3. A partir de las siguientes figuras, bosqueja la gráfica de una función no lineal cuya área bajo la curva sea igual a la sombreada.

| | |
|---|---|
| a)  | b)  |

Actividad II.4. Una función *f* está definida en el intervalo [0, 1], el área bajo la curva en dicho intervalo es 1/5. Grafica cuatro funciones diferentes cuyo dominio sea igual al de *f* y el área bajo la curva en dicho intervalo sea también 1/5.

## SERIE III

Actividad III.1 Calcula la siguiente integral:

$$\int_0^3 \frac{1}{2}\sqrt{x+1}\,dx$$

¿Podrías interpretar geométricamente el resultado que obtuviste?

Ahora, si en lugar de la variable *x* consideramos otra variable, por ejemplo:

$$\int_0^3 \frac{1}{2}\sqrt{r+1}\,dr$$

¿Habría modificaciones en tu interpretación geométrica? Justifica tu respuesta.

Actividad III.2 Considera las siguientes expresiones $f(x) = 4$, $g(x) = ax$, $h(x) = bx^2$. Encuentra los valores de *a* y *b* de manera que la región formada por la gráfica de la función y el eje *x* sobre el intervalo [0, 4] tenga la misma área. Bosqueja geométricamente.

Actividad III.3 Interpreta geométricamente los resultados de las siguientes expresiones:

1. $\int_0^3 \frac{1}{2}\sqrt{x+1}\,dx$ 2. $\int_1^2 m^2\,dm$ 3. $\int_1^4 \frac{1}{2}\sqrt{n}\,dn$

¿Qué relación encuentras entre tus interpretaciones?