

EL USO SOCIAL DE LAS GRÁFICAS Y LA ESCUELA

Edilberto Meza Fitz

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Universidad Autónoma de Guerrero

mezafitz@hotmail.com

Reporte de Investigación

Resumen

En el presente trabajo nuestro objetivo es analizar los trabajos que utilizaron gráficas cartesianas en su desarrollo y determinar si aportan elementos que permitan evidenciar las formas en que las gráficas viven y son movilizadas en las interacciones sociales como argumentos o herramienta para intervenir en el entorno. Para ello nos dimos a la tarea de realizar un análisis de los resultados de investigaciones reportadas, que guardan alguna relación con las gráficas cartesianas. Pusimos un mayor énfasis en el uso que se dio a las gráficas en el desarrollo de las investigaciones. En una parte significativa de los trabajos revisados la caracterización de los usos de las gráficas, se realiza en contextos ligados al ámbito escolar, lo cual refuerza nuestra postura en el sentido de que el tema es abordado privilegiando ese ámbito. En estos trabajos se enfoca la atención en lo cognitivo, en las dificultades, los errores, las concepciones alternativas, su papel en la comprensión de los conceptos o las propiedades matemáticas y en el desarrollo cognitivo del pensamiento. El panorama descrito evidencia que la búsqueda de las formas en que las gráficas viven y son movilizadas en las interacciones sociales como argumentos o herramienta para intervenir en el entorno, es aún un campo fértil en el que podemos continuar nuestra investigación.

Palabras clave: uso social, gráficas, ámbito extraescolar, comunidades de profesionales.

Introducción

El uso que las gráficas tienen en contextos extraescolares obedece a relaciones sustancialmente diferentes a las compartidas en el contrato social escolar. Asumimos que tales relaciones son omitidas o ignoradas en la construcción escolar del conocimiento matemático relacionado con el tema de las gráficas cartesianas. Como lo señala Cantoral (2003), esa situación es contradictoria ya que un saber cultural que se encuentre desligado de su génesis constituye un producto descontextualizado y despersonalizado. Es a partir de esta modalidad que los conocimientos ingresan en los programas escolares.

Es común que la enseñanza se organice descomponiendo un saber en su modalidad cultural, en pequeños trozos aislados y luego organizar su ingestión por los alumnos en periodos breves y bien delimitados según secuencias determinadas sobre la base del análisis del propio saber; hacerlo así, no atribuye importancia al contexto específico, a la situación específica, donde los conocimientos se adquieren, ni a su significación y valor funcional, durante su adquisición. (op. cit. 2003). En ese sentido, nuestro interés es

analizar los trabajos que utilizaron gráficas cartesianas en su desarrollo y determinar si aportan elementos que permitan evidenciar las formas en que las gráficas viven y son movilizadas en las interacciones sociales como argumentos o herramienta para intervenir en el entorno. Visto de otra manera, queremos saber si se han resuelto cuestionamientos como ¿Cuál es el uso de las gráficas en contextos extraescolares? ¿Cuáles son los saberes matemáticos que se ponen en juego al interpretar las gráficas en esos contextos? ¿Cómo son los procesos didácticos asociados al uso de las gráficas en contextos extraescolares? En el análisis realizado no hay una discusión de los marcos teóricos utilizados, porque buscamos más bien la forma en que los autores utilizaron las gráficas, pudiendo detectar algunas tendencias, mismas que se mencionan en el siguiente apartado.

Metodología

Nos dimos a la tarea de realizar un análisis de los resultados de investigaciones reportadas, que guardan alguna relación con las gráficas cartesianas. Pusimos un mayor énfasis en el uso que se dio a las gráficas en el desarrollo de las investigaciones. Dolores (2006) plantea una clasificación del uso de las gráficas: como auxiliares didácticos, como medios para comunicar información y como medios para el desarrollo del pensamiento. No encontramos en esta exploración el uso de las gráficas como recurso didáctico, pues está más directamente vinculado con prácticas docentes tradicionales. Tampoco encontramos trabajos en los que se estudie a las gráficas como medios para comunicar o difundir información, pues esta función está más directamente ligada a los medios masivos de comunicación. En los trabajos encontrados, aún cuando pudieran encajar en alguno de los tres usos dados a las gráficas propuestos por Dolores (2006), preferimos crear tres apartados; el primero con aquellas aportaciones que consideramos generales; uno más que consideró a aquellos en cuyo desarrollo se utilizó algún recurso tecnológico y un tercero que reúne los trabajos cuyos objetivos los ubican dentro de lo que consideramos la matemática funcional.

Aspectos generales en relación con las gráficas

En principio, asumimos como Roth (2003), que la graficación consiste de un arreglo de prácticas significativas que incluyen hablar, escribir, gesticular, y dibujar. Esas prácticas están codesplegadas tanto como cualquiera en forma individual y sólo puede ser entendida dentro de la red de prácticas, esto es, en sus relaciones con las otras prácticas.

Así, al hablar de graficación, están implícitas las acciones de construcción e interpretación de la gráfica. Por ello debe tomarse en cuenta que detrás de la habilidad para interpretar gráficas, está el desarrollo del razonamiento covariacional, definida según Carlson, (2002) como la actividad cognitiva que involucra la coordinación de dos cantidades variando, entendiendo la forma en la cual cambian una en relación a la otra. En la dirección de la construcción e interpretación de las gráficas Dolores (1999) estableció que del estudio de situaciones de variación elemental, se obtienen los conceptos de variable y función; la conexión entre sus expresiones analíticas y sus representaciones gráficas se utilizan para manipular los procesos de cambio, pues es muy difícil realizar operaciones con los cambios si no se cuenta con una fórmula matemática y

una gráfica que ayude a representar el comportamiento de esos cambios. No obstante Vicario (2002) advierte que existe una gran diversidad de concepciones en los estudiantes de bachillerato sobre el significado de variable, sobre todo cuando ésta se les presenta en el plano gráfico, en este contexto detectó una serie de concepciones alternativas muestran su escasa comprensión de este concepto.

Por su parte Ochoviet, Olave, y Testa (2006), reportaron un estudio de caso realizado con estudiantes de 16-17 años en relación a sus concepciones sobre la gráfica de una función lineal de dominio discreto. A los estudiantes se les propusieron tres actividades relacionadas con la función $f(x) = 2x$, a resolver individualmente, pudiendo ayudarse utilizando una tabla de valores. Se les solicitó graficar la función $f(x) = 2x$: a) Cuando la variable x toma todos los valores reales; b) Si la variable x toma solamente valores naturales; y. c) Cuando la variable x toma solamente valores enteros. Los estudiantes mostraron resistencia a aceptar una gráfica de puntos como la gráfica de una función. Pensamos que en esto incide el universo de gráficas con las que los estudiantes han tomado mayor contacto en sus actividades escolares: “las de trazo continuo”.

Las gráficas como instrumento en el desarrollo del pensamiento

Para facilitar el análisis, agrupamos los trabajos que corresponden a esta categoría en tres apartados.

1. En el trabajo que se describe a continuación, la autora utilizó las gráficas como un instrumento para poner en juego habilidades del pensamiento que permiten construir conocimiento.

Buendía (2004), aborda la escasa coherencia que hay entre la existencia y aplicabilidad de una definición matemática de periodicidad, componente esencial de la estructura matemática, con lo que sucede y se interpreta acerca de lo periódico en ambientes escolares. Esto se refleja en el manejo que hacen los estudiantes de los comportamientos repetitivos, particularmente cuando interpretan movimientos a través de su representación gráfica. Para realizar el estudio, diseñó tres secuencias con sus actividades, que al finalizarlas, le permitieron establecer lo que ella llamó tres momentos: 1. Las gráficas que representan movimientos repetitivos son periódicas. 2. Existen diferentes maneras en las que una gráfica puede repetirse, y. 3. La periodicidad es una propiedad que califica cierto tipo de repetición. Asegura haber identificado que a través de los procedimientos se percibe cierta privilegiación de contextos de tal modo que se pueden catalogar en tres categorías: analíticos, como el uso de expresiones algebraicas; visuales, que se basan fundamentalmente en el manejo de la gráfica; y aritméticos, como las que utilizan tabulaciones.

2. Las investigaciones descritas a continuación, utilizaron las gráficas y otros sistemas de representación.

En su trabajo Benítez (2004), buscaba proporcionar al estudiante diversas situaciones para explorar el contenido de las representaciones gráfica, numérica y algebraica. La

actividad se realizó en el contexto de un curso de álgebra. Como parte de sus resultados, reportó que los equipos realizaron interpretaciones de tipo global y puntual a la información que se identificó en las representaciones gráfica, numérica y algebraica. La interpretación global se utilizó en la representación gráfica, para explorar el contenido del trazo a través de tratamientos cualitativos, concediendo la identificación de variables y características visuales. La interpretación global de las variables visuales otorgó establecer conexiones con las variables categóricas de la representación algebraica. La interpretación puntual se aplicó a la representación gráfica, a través de tratamientos cuantitativos, cuya información se basó en la elección de parejas ordenadas para verificar el tipo de trazo que se exploraba. Los equipos no establecieron conexiones con las representaciones numérica y algebraica, sino con la misma representación gráfica para determinar el tipo de trazo.

En su trabajo, Acosta (2005), a través del análisis del lenguaje de las representaciones tanto analíticas como gráficas, y su tránsito entre ellas; persigue la caracterización del estilo de pensamiento global y local, de estudiantes y profesores del nivel medio superior y superior, a partir de la Teoría de las Representaciones Semióticas de Duval. Para ello se les pidió que dijeran y escribieran todo lo que se les ocurriera para obtener la solución de la desigualdad $x^2 + x - 2 \geq 0$. Los resultados le llevaron a establecer que los estudiantes de precálculo logran transitar de una representación a otra, en los casos de problemas rutinarios, aunque generalmente de la representación algebraica a la gráfica y verbal y no a la inversa. Pero en general muestran una carencia de vinculación coherente de una representación a otra. Resultados similares fueron obtenidos por Castrejón (2001).

Por su parte, Acuña (2001), realizó un trabajo que se orientó a investigar el uso y las concepciones asociadas a la comparación de orden entre las coordenadas de puntos sobre el plano para entender mejor el proceso de graficación en el plano cartesiano, desde un punto de vista semiótico en el sentido de Duval, en los estudiantes de bachillerato. De acuerdo con la autora, para algunos estudiantes el hecho de decidir en donde se sitúan las coordenadas mayores no necesariamente implicó tener la certeza de la posición que ocupan las menores, lo que le dota de una visión fragmentada de la ubicación sobre el plano. Observamos la preeminencia que se da al manejo del plano cartesiano en términos de la descripción de parejas de números negativos y positivos más que en el manejo de un espacio bidimensional orientado.

Ramírez, Oktaç y García (2006), seleccionaron a cinco estudiantes de nivel superior y les pidieron que realizaran dos actividades, para conocer con mayor profundidad las causas de sus dificultades en los modos geométrico y analítico de sistemas de ecuaciones lineales. La primera actividad consistió en graficar las posibles posiciones que tienen dos rectas en el plano. En la segunda actividad les pidieron: a) Representa dos rectas que tengan un solo punto en común en el plano. b) Representa un par de rectas que no tengan puntos en común, y c) Representa un par de rectas que tengan más de un punto en común. En la primera actividad, todos los estudiantes identificaron el caso de rectas paralelas, mientras que solo uno identificó el caso de dos rectas equivalentes. En la representación gráfica de dos rectas intersecadas en un punto, 4 estudiantes muestran que para ellos cuando las rectas son perpendiculares, esto se considera como una posición

diferente a los demás casos donde el ángulo de intersección puede ser cualquier valor distinto de 90° . Esto puede deberse a la importancia que se le acuerda al caso perpendicular en cualquier representación visual en la enseñanza. También muestra que las decisiones de los estudiantes se basan en la percepción visual (una característica del pensamiento geométrico) y no 100% en las propiedades de los objetos matemáticos. En el caso de la segunda actividad, ningún estudiante tuvo dificultad con los primeros dos incisos. Cuatro de los cinco estudiantes no lograron representar las rectas que tengan más de un punto en común.

3. Los trabajos que se anotan a continuación tienen en común la interpretación de gráficas como parte del estudio.

En particular, Roth (2003), realizó investigaciones sobre graficación entre científicos que son responsables del diseño de ambientes de aprendizaje para estudiantes en general y para estudiantes de ciencias en particular y tuvo que ver con un entendimiento de cómo individuos altamente educados construyen significados a partir de las gráficas. En una actividad que consistió en interpretar tres gráficas del tipo que aparecen en los textos de introducción a la ecología en la universidad, la frecuencia de respuestas correctas fue más alta entre los científicos que entre los profesores universitarios. Sin embargo, pudo observarse que los científicos distaron mucho de la perfección cuando llegaban a dar más que una lectura literal y arribar a la interpretación estándar de las gráficas. Los datos también mostraban una diferencia interesante entre los científicos que trabajaban en universidades y aquellos que trabajaban en el sector público; los científicos que trabajaban en las universidades o al nivel de preparatoria tendrían a ser más exitosos que sus colegas no maestros. También encontró evidencia de que para algunos lectores, las gráficas pueden servir como soporte importante para las actividades del estudiante, para la negociación de significado, y para la cohesión de los temas de la conversación sobre y para las tareas que ellos están realizando.

Por otra parte, una serie de investigaciones enfocadas al análisis de las concepciones alternativas que permanecen sin cambios en los estudiantes, aún después de cursar las materias relacionadas con esos temas, se basaron en pedir a los participantes la construcción de gráficas a partir de enunciados verbales. En el primer caso, Mevarech y Kramarsky (1997), realizaron un estudio con estudiantes israelíes de entre 12 y 14 años, cuando se les pidió que representaran gráficamente las situaciones descritas en diferentes enunciados, los cuales teóricamente producirían las gráficas de una recta con pendiente positiva, una recta constante, una curva cóncava hacia abajo y una recta de pendiente negativa. Entre los resultados obtenidos destacan los hallazgos de tres categorías de concepciones alternativas manejadas por los estudiantes a) la construcción de una gráfica completa con un solo punto; b) la construcción de una serie de gráficas, cada una representando un factor de los datos relevantes; c) la conservación de la forma de una función creciente bajo todas las condiciones. Por otro lado, encontraron que previo a la instrucción formal sobre graficación, aproximadamente la cuarta parte de los estudiantes de octavo grado podían hacer correctamente la transformación de la descripción verbal a la representación gráfica y muchos más (aproximadamente el 60% de los estudiantes) pudieron representar correctamente al menos un tipo de función (op. cit. 1997).

En esa dirección, Dolores (2003), encontró que en relación a las funciones que se estudian en el bachillerato, una parte significativa de estudiantes considera que una función tiene imágenes positivas si su gráfica tiene abscisas positivas, sin importar el signo de sus ordenadas; tales ideas análogas se hallaron para las funciones con imágenes negativas. Así suponen que una función tiene puntos estacionarios donde la gráfica corta al eje x , o bien cuando sus abscisas son equivalentes a cero. También se identificó una relación fuerte de concomitancia, por un lado, entre la función creciente y con imágenes positivas, por otro, entre la función decreciente y con imágenes negativas.

En un estudio de menor alcance, Abraján (2006), exploró las lecturas e interpretaciones que hicieron los estudiantes del nivel medio superior y superior, de las gráficas que se utilizan en los medios de comunicación y en la escuela. Consideró para el estudio, las cuatro acciones para el estudio de las funciones, sugeridas por Dolores (1999); tales acciones se detonan en los estudiantes con las preguntas: ¿Qué cambia? ¿Cuánto cambia? ¿Cómo cambia? Y solicitándoles una visión global y precisa de la gráfica y su comportamiento. Encontró que la mayoría de los alumnos solo pueden realizar la lectura de la información que se les presenta en forma explícita, tal como el título, las magnitudes que representan las variables o la descripción de valores para puntos específicos de la gráfica. En el mejor de los casos, hicieron comentarios en torno a puntos específicos o pequeños intervalos utilizando términos como: más alto, más bajo, sube, baja, incremento, decrecimiento, permanece estable.

De manera similar, Dolores et al. (2002), al estudiar las concepciones alternativas que se presentan en la lectura de las gráficas cartesianas de coordenadas tiempo-distancia, con estudiantes del 3er. grado de Secundaria; del 3er. grado de Preparatoria y universitarios. También en profesores de matemáticas en secundaria y de física del nivel preparatoria. La atención se centró la velocidad media, velocidad instantánea y la trayectoria de cuerpos en movimiento. Encontraron que los estudiantes conciben la condición mayor velocidad media, como asociada a: a) la representación gráfica de la ordenada de mayor altura o con el intervalo al que le corresponden las ordenadas de mayor altura; b) con el segmento rectilíneo de mayor longitud de la gráfica (cuando está compuesta de varios segmentos de recta); c) el segmento rectilíneo horizontal al eje de t (quizá interpretando la gráfica como el corte transversal de una carretera que cuando es plana el automóvil debe desplazarse con mayor velocidad); d) con el segmento de recta de mayor pendiente. Esta última concepción es más visible en los estudiantes universitarios, en tanto que la proclividad a manifestar las restantes es más marcada en los de secundaria. En cuanto a los profesores, las tendencias manifestadas por los estudiantes se conservan, sólo que hay preferencia por el intervalo de las ordenadas de mayor altura. Más de la mitad de los profesores de preparatoria la asociaron con el segmento de recta de mayor pendiente.

Por su parte, Dolores y Guerrero (2004), reportan los resultados de una investigación que exploró las concepciones alternativas de profesores y estudiantes de bachillerato acerca del comportamiento variacional de funciones. Para ello diseñaron un cuestionario en el que se usaron los sistemas de representación verbal, gráfico y analítico. Encontraron que cierto sector de los profesores y estudiantes asocian consistentemente las condiciones de

crecimiento y función positiva (expresadas en forma verbal escrita) con las gráficas correspondientes, mientras que al pedirles que asocien las condiciones creciente y negativa (bajo las mismas condiciones) por un lado, y decreciente y negativa por otro, los porcentajes disminuyen sensiblemente. Se detectó gran proclividad tanto en los profesores como en los estudiantes a considerar que, gráficamente se cumple que $f(x_0)$ es equivalente con $f'(x_0)$, en virtud de que los profesores y los estudiantes, construyeron gráficas en las que hacen manifiesto que $f(x_0) = 0$ y $f'(x_0) = 0$ son la misma expresión, esto al menos en el tratamiento gráfico. En referencia al proceso de reversibilidad, el paso de la gráfica de $f'(x)$ a $f(x)$, es escaso en profesores y prácticamente nulo para los estudiantes. Al plantear a los profesores construir $f(x)$ dada $f'(x)$ esbozan rectas tangentes en algunos puntos de la gráfica de $f'(x)$. Solo un profesor construyó una gráfica aceptable.

Graficación con tecnología

Algunos autores utilizaron software educativo o sensores para generar gráficas. Por ejemplo, Suárez, Carrillo y López (2005), desarrollaron un trabajo cuyo propósito era ampliar la gama de situaciones de movimiento a modelar y el análisis de las gráficas asociadas. Propusieron a los participantes (profesores de matemáticas), que realizaran movimientos ante un aparato sensor, entonces contrastaron dos gráficas; una generada a partir de las concepciones propias sobre el movimiento y la otra generada por una calculadora a través de los datos obtenidos por el sensor. Utilizaron las siguientes situaciones del movimiento: a) Movimiento pendular. b) Movimiento de personas, y c) Movimiento oscilatorio amortiguado. Afirman que pudieron observar que la confrontación entre las gráficas produce una ruptura entre las primeras concepciones de los participantes y las que se generan en la simulación del movimiento. En la descripción de movimientos con velocidad variable, los participantes describen el movimiento solo con funciones lineales, contrastada con la que se genera con el sensor. Situaciones en las que los participantes proponen una gráfica continua y la calculadora genera una discontinua.

Gregory et al. (2006) realizaron una investigación sobre el proceso de construcción del conocimiento matemático, específicamente, del estudio de funciones reales, utilizando un software educacional como recurso metodológico. Fueron introducidas algunas funciones con actividades realizadas con el software educativo; en general, los cuestionarios fueron resueltos con éxito por los participantes; aún cuando reclamaron falta de tiempo para realizar las actividades. Los resultados indican que el aprendizaje efectivo de la matemática puede ser alcanzada por medio de la combinación entre actividades especialmente elaboradas para que sean desarrolladas durante el curso, el uso del software como herramienta de apoyo y la coordinación de ese trabajo por el profesor investigador durante los encuentros.

Por su parte, Suárez (2006) trata de establecer el uso que se le da a las gráficas para describir el cambio y la variación, pues según ella, a partir del estudio del uso de las gráficas avanzaremos al establecimiento teórico de un binomio graficación-modelación por un lado, y por otro daremos cuenta, en términos metodológicos para establecer la modelación escolar en el sistema didáctico.

Identificó tres usos: a) la construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables, a partir de la relación algebraica; b) la graficación por operaciones con gráficas; y. c) la graficación por medio de la simulación de un fenómeno físico empleando tecnología. Éste último uso de las gráficas tuvo especial atención en este trabajo, con la pretensión de caracterizarlo. En él, el estudiante realiza distintos movimientos ante un sensor y obtiene gráficas que están relacionadas con los movimientos que realiza; de la relación que el estudiante encuentre entre el movimiento y las gráficas se generarán los significados en este uso de las gráficas.

En el mismo sentido, Torres y Suárez (2005), realizaron un trabajo en el que se da cuenta de los aprendizajes que logran los estudiantes del nivel bachillerato al trabajar con un problema en una situación real de movimiento, empleando sensores y calculadora graficadora. Se plantearon la hipótesis siguiente: “la tecnología genera un nuevo uso de las gráficas”. Para corroborarla, diseñaron una situación de aprendizaje que consistió en pedir a los participantes hacer la gráfica de una persona que en nueve minutos, se aleja 500 metros de un punto de partida, para luego regresar; en el trayecto se detiene cuatro minutos. En sus resultados destacan que los estudiantes hacen una descripción gráfica de la posición y la velocidad, discutiendo sobre la inclinación de las rectas, antes y después de realizar la simulación y obtener las gráficas con la tecnología. Apuntan algunos logros de los estudiantes al trabajar la situación de modelación del movimiento y que pudieron transitar con facilidad entre las diferentes representaciones: simulación, verbal, tabular, gráfica y algebraica, antes y después de usar la tecnología.

Las gráficas en la matemática funcional

Existen trabajos que abordan el tema del uso de las gráficas, haciendo énfasis en el aspecto funcional del tema, tal es el caso de Cordero (2005), que considerando varias investigaciones sobre la graficación en el discurso matemático escolar, destaca como es que el estudio de usos y el desarrollo de prácticas de la graficación responde a la demanda de hacer funcional el conocimiento matemático. Afirma haber encontrado evidencia sobre prácticas argumentativas gráficas en diversas situaciones, donde son resignificadas al debatir entre la función y la forma de la graficación. Establece las situaciones didácticas donde la graficación juega el papel de argumentación matemática: a) Graficación-Modelación-Predicción, relacionando estas prácticas, donde el comportamiento de las curvas o funciones anticipa tendencias de comportamiento tanto local como globalmente. b) Situación de la linealidad del polinomio. La función de la gráfica en la situación consiste en generar el comportamiento tendencial determinado por la parte lineal del polinomio, lo que viene siendo la resignificación de la derivada. c) El uso de las gráficas en Oresme. Oresme se propuso representar a través de figuras geométricas (rectángulos y triángulos) el modo en que las cosas varían. d) El uso de las gráficas en Euler. Euler nos ofrece un uso de las gráficas para determinar que las propiedades analíticas de las funciones son intrínsecas a las *curvas*, y. e) Uso de las gráficas en los libros de texto. Las gráficas en los libros de texto pasan por diferentes funcionamientos y formas.

Los usos descritos significan que la graficación puede llevar a cabo múltiples

realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un patrón o generalización deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación. En ese sentido, Flores (2005), realizó un estudio en el nivel básico, sobre el uso que se hace de las gráficas en el discurso matemático escolar a través de los libros de texto. La investigación pretendía comprender a la graficación como una práctica institucional que se desarrolla en el discurso matemático escolar y es reflejada en los libros de texto, pero no como una representación del concepto de función; a partir de analizar, en el discurso de los libros de texto del nivel básico (la primaria y la secundaria), el uso que se le da a las gráficas con respecto a sus funcionamientos y sus formas. Los resultados consistieron en haber encontrado un marco de referencia que da cuenta del uso de las gráficas en el discurso matemático escolar, el cual rompe la centración en los conceptos matemáticos, como la única fuente para reconstruir el conocimiento matemático, y abre otro camino más amplio, donde las prácticas sociales son los elementos medulares para tal reconstrucción del conocimiento matemático. El análisis proveyó de tres momentos: el del uso del símbolo de la gráfica de la función, el del uso de la gráfica de la función y el del uso de la curva.

De manera análoga, Cen (2006), realizó una investigación que consideró como problemática específica el papel que juegan las prácticas institucionales en la construcción del conocimiento escolar, caracterizando el uso de las gráficas en los textos de matemáticas del bachillerato del Instituto Politécnico Nacional. La autora estableció diferentes usos de las gráficas: a) distribución de puntos, b) comportamiento geométrico, c) análisis de la curva, d) cálculo de área y de volumen, y. e) análisis de información.

Por su parte, Rosado (2004) realizó una investigación asumiendo que las gráficas son argumentaciones que permiten construir significados, buscando la resignificación de la derivada. Con preguntas como ¿Qué le pasa a una función cuadrática cuando se le suma una recta? esperaba que los estudiantes observaran el comportamiento de las gráficas resultantes al sumarle a la función cuadrática diferentes rectas, a través de describir la posición de las gráficas de las funciones resultantes con respecto a los comportamientos de las rectas sumadas. Como resultado presentó un marco argumentativo donde los significados, procedimientos y los procesos y objetos del comportamiento tendencial de las gráficas y de las funciones resignifican la derivada en las funciones polinómicas a través de tres momentos en los que se debate, el funcionamiento y la forma del comportamiento lineal intrínseco al polinomio.

Conclusiones

Este ejercicio nos ha permitido acercarnos al planteamiento inicial que ha motivado un proyecto de más amplio alcance y que intenta realizar aportes a la problemática que surge del tratamiento del tema el uso de las gráficas exclusivamente en ámbitos escolares.

Ese recurso tan poderoso en distintas actividades de nuestras sociedades, se ve limitado por la falta de habilidad para su utilización por parte del ciudadano con escolaridad promedio. Por ello se hizo necesaria esta revisión, porque de acuerdo con Roth (2003), podemos entender mucho sobre prácticas matemáticas tal como la graficación, cuando

sabemos cómo y por qué razones estas son empleadas en el contexto particular en que las podemos observar.

En una parte significativa de los trabajos revisados la caracterización de los usos de las gráficas, se realiza en contextos ligados al ámbito escolar, lo cual refuerza nuestra postura en el sentido de que el tema es abordado privilegiando ese ámbito. En estos trabajos se enfoca la atención en lo cognitivo, en las dificultades, los errores, las concepciones alternativas, su papel en la comprensión de los conceptos o las propiedades matemáticas y en el desarrollo cognitivo del pensamiento. En trabajos como Cordero (2005) se empieza a estudiar la graficación en el discurso matemático escolar sobre la base que da la matemática funcional y en el desarrollo de las prácticas sociales, contrario a las investigaciones que parten de premisas que colocan a la matemática formal en el papel central, estas investigaciones centran la atención en los usos y desarrollo de prácticas de la graficación y de este modo han posibilitado un acercamiento a la matemática funcional. No obstante en esta línea de investigación es aún incipiente. El panorama descrito evidencia que la búsqueda de las formas en que las gráficas viven y son movilizadas en las interacciones sociales como argumentos o herramienta para intervenir en el entorno, es aún un campo fértil en el que podemos continuar nuestra investigación.

Referencias Bibliográficas

- Abraján, N. (2006). *Lectura e interpretación de gráficas. El caso de los estudiantes del nivel medio superior y superior*. Tesis de maestría no publicada, CIMATE-UAGro, Chilpancingo, Gro. México.
- Acosta, J. A. (2005). Tránsito entre representaciones en matemáticas ¿Pensamiento Global o Local? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18, 5-10.
- Acuña, C. (2001). Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4 (3), 203-217.
- Benítez, A. A. (2004). Construcción de la expresión algebraica de una gráfica, considerando la interpretación global de las representaciones gráfica, numérica y algebraica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 17, 455-460.
- Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales (Un estudio socioepistemológico)*. Tesis de doctorado no publicada, Cinvestav-IPN, México, D. F., México.
- Cantoral, R. Farfán, R. Cordero, F. Alanís, J. Rodríguez, R. Garza, A. (2003). Desarrollo del pensamiento matemático. México, D.F, México. Trillas.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe E., Larsen, S. y Hsu, E. (2002). *Applying Covariational Reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study*, Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 33, No. 5, pp. 352–378
- Castrejón, R. (2001). Análisis del comportamiento de variación de funciones, en estudiantes del nivel superior: dos estudios exploratorios. Tesis de Licenciatura no publicada. Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- Cen, L. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN,

México, D. F., México.

Cordero, F. (2005) La Socioepistemología en la Graficación del Discurso Matemático Escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18, 477-482.

Cordero, F. (2006). La institucionalización del conocimiento matemático y el rediseño del discurso matemático escolar. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 19, 824-830.

Dolores, C. (1999). La introducción a la derivada a través de la variación. Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V. México D.F.

Dolores, C. (2003). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: Concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 7(3), 195—218.

Dolores, C. Alarcón, G. Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 5 (3), 225-250.

Dolores, C. Guerrero, L. A. (2004). Concepciones alternativas que, referentes al comportamiento variacional de funciones, manifiestan profesores y estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 17, 101-107.

Dolores, C. (2006). Usos de las gráficas y sus repercusiones en el aprendizaje de la matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 20. En prensa

Flores, R. (2005). *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D. F., México.

Gregory, A. R. Voos, D. Leyser, M. (2006). Estudio de las funciones con el uso de software educacional (traducción libre del portugués). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 19, 864-868.

Mevarech R. & Kramarky B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*. 32(3), 229—263.

Ochoviet, C. Olave, M. Testa, Y. (2006). Concepciones de los estudiantes acerca de la gráfica de una función lineal de dominio discreto. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 19, 485-490.

Ramírez, M. C. Oktaç, A. García, C. (2006). Dificultades que presentan los estudiantes en los modos geométrico y analítico de sistemas de ecuaciones lineales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 19, 413-418.

Rosado, M. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica. Una Caracterización del Contrato Didáctico en un Escenario Virtual*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D. F., México.

Roth, W-M. (2003) *Toward an Anthropology of graphing. Semiotic and Activity-Theoretic Perspectives*. Netherlands. Kluwe Academic Publishers.

Suárez, L. (2006). *El uso de las gráficas en la modelación del cambio. Un estudio socioepistemológico*. Memoria predoctoral no publicada, Cinvestav-IPN, México, D. F., México.

Suárez, L. Carrillo, C. López, J. I. (2005). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18, 405-410.

Torres, A. Suárez, L. (2005) La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento

con tecnología. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 18, 645-650.
Vicario M. (2002). *Un estudio sobre la noción de variable en estudiantes del nivel medio y superior*. Tesis de Licenciatura no publicada. Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México.