

PRÁCTICAS SOCIALES ASOCIADAS AL ESTUDIO DEL USO DE LAS GRÁFICAS: UNA SOCIOEPISTEMOLOGÍA PARA LA MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO².

Liliana Suárez, Francisco Cordero

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN

lsuarez@cinvestav.mx

Resumen

En la perspectiva socioepistemológica se estudia el ‘uso del conocimiento matemático’ a través de distintas dimensiones de construcción que se articulan a través de los elementos del funcionamiento y de la forma del contenido matemático. En particular, en este proyecto de investigación, se estudia la modelación escolar para formular una epistemología que integra diversos elementos de construcción que relacionan el uso de las gráficas con la modelación de las situaciones de movimiento. Algunos de estos elementos son la identificación de patrones gráficos, la generación de una estructura de graficación propia y la identificación de múltiples realizaciones (simulaciones del movimiento) y ajustes en la estructura de estas realizaciones para producir gráficas deseables. En este escrito haremos una revisión de los trabajos que estudian las prácticas sociales asociadas al uso de las gráficas como objeto de estudio en matemática educativa con el propósito de ubicar el estudio del uso de las gráficas que se presenta al modelar situaciones de movimiento.

Palabras clave: modelación, uso de las gráficas, estudio del movimiento, prácticas sociales.

Introducción al estudio del uso de las gráficas

En la mayoría de los estudios por la graficación hay un interés por la relación de la representación algebraica y la representación gráfica que deben articularse, entre otras representaciones más, para construir y definir conjuntamente el concepto de función. En la mayor parte de ellos es esencial la incorporación del uso de recursos tecnológicos como computadoras y calculadoras. Una mirada a la investigación anterior realizada se puede encontrar estudios de graficación de tres tipos, cognitivos, didácticos y semióticos. En estos estudios las categorías de análisis se refieren a las dificultades de los estudiantes (Leinhard et al 1990), a estrategias didácticas (Hartmann y Choppin, 2003) y a registros de representación (Duval, 1995), respectivamente. A continuación haremos una discusión sobre cómo cambia el objeto de estudio dentro de una perspectiva socioepistemológica en el que se propone un estudio ‘del uso del conocimiento’ articulando las dimensiones de construcción a través de los elementos del funcionamiento y de la forma del contenido matemático.

De esta manera, el objetivo de estudiar la graficación está determinado por intereses de las líneas de investigación sobre el Cálculo y el Análisis. En estas líneas se ha identificado a la graficación como un aspecto fundamental en la construcción de conocimiento matemático.

Por ejemplo, Cantoral y Farfán (1998) precisan que para desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional conviene considerar un universo de formas gráficas enlazadas a la noción de predicción en fenómenos de variación continua:

² Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto *Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión escolar para el Nivel Superior*. Clave No. 47045.

Con él [un acercamiento didáctico novedoso basado en la investigación en Matemática Educativa], buscamos construir una base de significaciones para procesos y conceptos del análisis matemático, especialmente del que se enseña al nivel universitario. Iniciamos con actividades para la construcción, entre los estudiantes, de un universo de formas gráficas que sea a la vez, amplio y estructurado; y continuamos con el desarrollo de la noción de predicción de los fenómenos de flujo apoyados en el binomio de Newton. La combinación de ambas tareas, sostenemos esta hipótesis, favorece al desarrollo del *pensamiento y el lenguaje variacional*. (Cantoral y Farfán, 1998).

Efectivamente para llevar a cabo dicha tarea, surgen preguntas tales como: ¿De qué naturaleza debe ser ese universo de gráficas? Y, más aún, ¿de qué forma se dará la construcción de las gráficas para que constituyan esa base de significados para los procesos y conceptos del análisis matemático?

Un avance en este sentido es el trabajo realizado por Cordero (2001, en prensa) en el que identifica diversas construcciones del Cálculo y el Análisis. En estas construcciones se subraya a los argumentos centrales como prácticas sociales que sostienen esta construcción. La síntesis consiste en una caracterización de la construcción de conocimiento a partir de elementos centrales como son los significados, los procedimientos que permiten la manipulación de los significados y los argumentos que genera el estudiante al realizar tareas asociadas a estos significados y procedimientos. En Cordero (2001) se identifican tres construcciones del Cálculo: de variación, de aproximación y de transformación. Cada una de estas construcciones tiene asociados sus significados, procedimientos, procesos y objetos y argumentos. El argumento es entendido como el elemento eje de la construcción. Los argumentos centrales de las construcciones mencionadas son la predicción, la analiticidad de las funciones y la modelación-graficación, respectivamente.

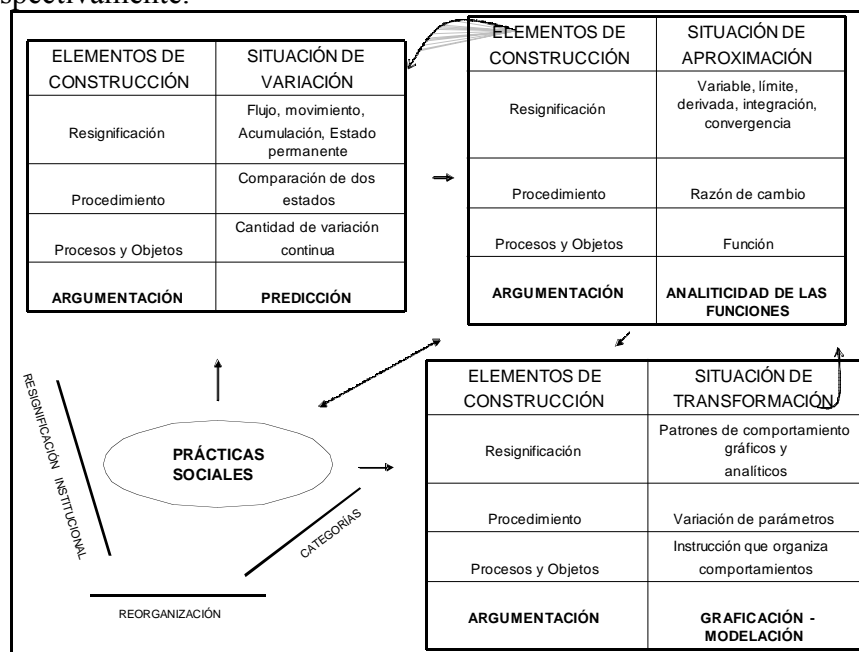


Ilustración 1. Diversidad de construcciones del Cálculo y del Análisis, Cordero 2001.

Estos elementos han servido como marco de referencia para caracterizar la construcción en otras investigaciones que dan evidencias de resignificaciones a partir del uso y modelación de conocimiento matemático: Buendía (2004) en el caso de la periodicidad, Campos (2003) en el caso de la transformación de funciones cuadráticas, Domínguez (2003) en el caso de la asintoticidad de las funciones y Rosado (2004) en el caso de la linealidad del polinomio. En el apartado siguiente se discute como estos elementos servirán de marco de referencia en el estudio del uso de las gráficas.

Categorización del uso de las gráficas

El estudio del uso de las gráficas se está consolidando como una línea de investigación en la que se estudian las prácticas de referencia asociadas a la graficación en el discurso matemático escolar. Flores (2005), Cen (2006), Torres (2004) y Suárez (2006) han aportado información sobre el tipo de gráficas que se encuentra actualmente en la educación básica y en el bachillerato, proporcionando evidencias de que el uso de las gráficas tiene un desarrollo que sustenta una construcción de conocimiento matemático.

Uso de las gráficas en el nivel básico a través de los libros de texto

Flores (2005) encontró un marco de referencia para describir el uso de las gráficas en el discurso matemático escolar de la educación básica. En este trabajo se identificaron tres momentos de uso: “el de uso del síntoma de la función [m1_síntoma], el del uso de la gráfica de la función [m2_uso de la gráfica] y el del uso de la curva [m3_uso de la curva]”. Con esta información se dibuja un desarrollo del uso de las gráficas: se parte de elementos anteriores al establecimiento institucional de la gráfica por medio de actividades de reproducción y comparación de trayectorias, de reproducción de figuras, de ubicación y desplazamiento y de análisis de información (m1_síntoma), y se continúa con la inclusión de actividades que aluden explícitamente a la gráfica (m2_uso de la gráfica) y a la función (m3_uso de la curva).

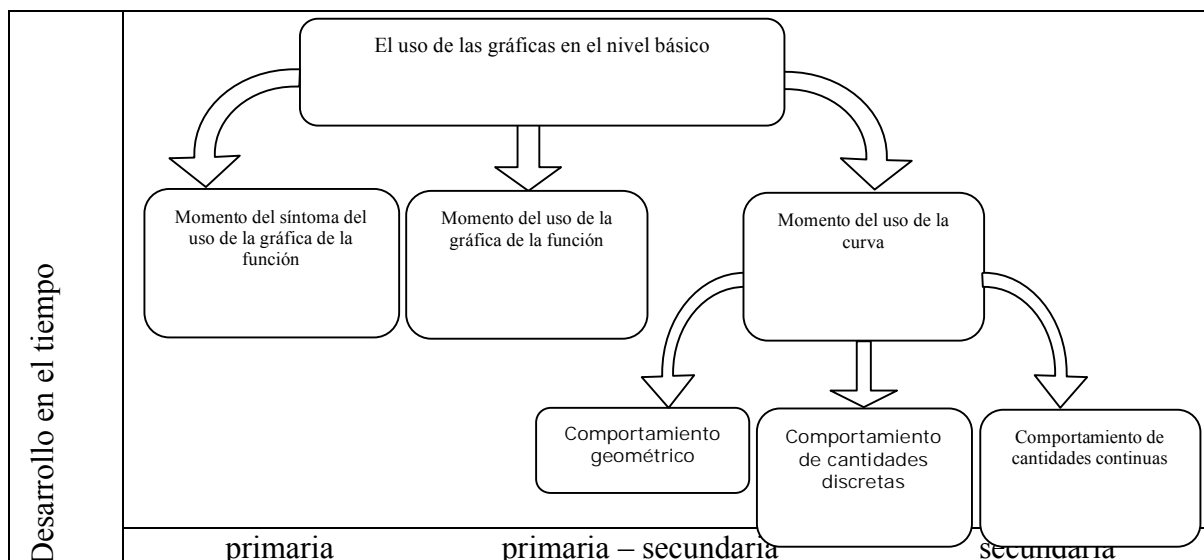


Ilustración 2. Desarrollo del uso de las gráficas en la Educación Básica (Tomado de Flores, 2005).

Uso de las gráficas en el nivel medio superior

El uso de las gráficas en el Nivel Medio Superior³ (NMS) cuenta con un mayor número de momentos de caracterización. Cen (2006) analizó los planes de estudio para las matemáticas del NMS del Instituto Politécnico Nacional y los libros sugeridos para cada una de las seis asignaturas. De esta revisión caracteriza seis usos de las gráficas: distribución de puntos (M1-puntos), comportamiento geométrico (M2-geométrico), análisis de la curva (M3-curva), cálculo de áreas (M4-áreas), cálculo de volúmenes (M5-volúmenes) y (M6-análisis).

Matemáticas del Bachillerato						
SEMESTRE	USO DE LAS GRÁFICAS					
Álgebra	M1-puntos					
Geometría y Trigonometría	M1-puntos	M2-geométrico				
Geometría Analítica	M1-puntos	M2-geométrico				
Cálculo Diferencial	M1-puntos		M3-curva			
Cálculo Integral	M1-puntos		M3-curva	M4-áreas	M5-volúmenes	
Probabilidad y Estadística						M6-análisis

Ilustración 3. Desarrollo del uso de las gráficas en el Bachillerato (Tomado de Cen, 2006).

En esta caracterización de usos de las gráficas a lo largo de los seis semestres del bachillerato se observa la permanencia de graficar a partir de puntos (M1-puntos). La graficación a través de los comportamientos geométricos (M2-geométrico) sirve de antecedente a la graficación para el análisis de las curvas de las funciones (M3-curva). Los siguientes tres usos (M4-áreas, M5-volúmenes y M6-análisis) tienen una aparición localizada en sólo un semestre.

³ Se conoce en México también como ‘bachillerato’ a las Instituciones de Educación Media Superior.

Uso de las gráficas con tecnología

Torres (2004) realiza un estudio del uso de las gráficas a partir de la revisión de la revisión de algunos textos de bachillerato (Phillips, 1999 y Zill, 1985) y de trabajos de investigación en Matemática Educativa (Cordero y Solís, 2001; Cantoral y Montiel, 2001; Suárez et al, 2004) e identifica los usos de las gráficas que se generan con el uso de la tecnología. En esta investigación se toma como de referencia principal a Torres (2004) como una vía para estudiar actividades de modelación del movimiento, con el uso de tecnología que permite la recolección de datos al trabajar con estudiantes de bachillerato.

Los elementos que sirven de base para la caracterización de usos de las gráficas en bachillerato por Torres (2004) las considera no sólo en su relación con el concepto de función sino con los significados, procedimientos y argumentos que intervienen en las acciones que desarrolla un estudiante ante una actividad de graficación. Este estudio se realizó desde la perspectiva socioepistemológica, en la que se consideró que la construcción de conocimientos debe estar en correspondencia con la modelación y el uso de la matemática. Esta correspondencia es el lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana (Cordero, 2001).

El primer uso se refiere a la construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables, es decir, localizar parejas de puntos ordenados a partir de la relación algebraica, este procedimiento se encuentra frecuentemente en libros de texto del Nivel Medio y Nivel Medio Superior (Ilustración 4). Un segundo uso es la graficación por operaciones gráficas, ejemplo de este uso se observa en los diseños de situación de Cordero (2001) en los que se pide explorar lo que sucede cuando a la gráfica de una parábola (función prototipo) se le suma una recta o se multiplica por una constante observando los efectos gráficos y a partir de ellos modelar comportamientos de funciones. Este tipo de trabajo de operaciones con gráficas lo podemos encontrar en Quiroz (1989) y en Cordero (2001) (Ilustración 5).

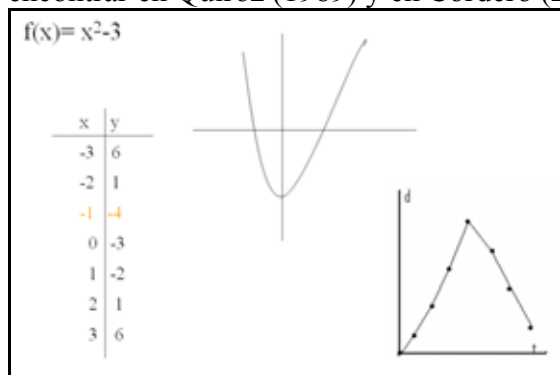


Ilustración 4. Uso de las gráficas a partir de su expresión algebraica

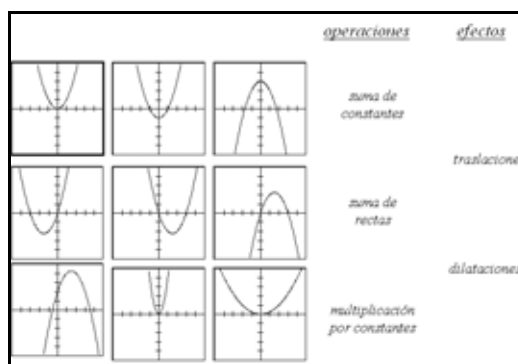


Ilustración 5. Uso a partir de operaciones gráficas

Un tercer uso se refiere a la graficación por medio de la simulación de un fenómeno físico empleando tecnología, éste es el uso que tendrá especial atención en este trabajo. El estudiante realiza distintos movimientos ante un sensor y obtiene gráficas que están relacionadas con los movimientos que realiza, de la relación que el estudiante encuentre entre el movimiento y las gráficas se generarán los significados en este uso de las gráficas. En los apartados siguientes se describen la metodología y la situación de enseñanza presentada a los estudiantes que nos ayudó a caracterizar este nuevo uso de las gráficas.

La caracterización de estos tres usos de las gráficas se realiza a través de los elementos de significados, procedimientos, procesos y objetos y argumentos en la siguiente tabla.

Construcción de representaciones	Gráficas utilizando la relación de correspondencia	Operaciones gráficas	Gráficas a partir de la simulación de un fenómeno físico con tecnología
Significados y sistemas simbólicos	Establecer ejes de coordenadas Determinar puntos en el eje cartesiano	Transformación de funciones Comportamiento de una función Función derivada y primitiva	Comportamiento de las gráficas de la posición y de la velocidad en relación con la simulación (función primitiva y su derivada)
Procedimientos	Operaciones fundamentales	Variación de la variable y de sus coeficientes	Determinar la escala para el tiempo y la posición Identificar el tipo de movimiento Relacionar las gráficas con la situación
Procesos y objetos	Variables Función	Forma de la gráfica	Forma de la gráfica para identificar patrones de comportamiento relacionando las gráficas de la posición y de la velocidad
Argumentos	Relaciones de la función con la gráfica a partir de su expresión algebraica	Comportamiento tendencial de la función	A mayor velocidad mayor valor absoluto de la pendiente en la gráfica de posición A mayor pendiente en la gráfica de posición, mayor distancia con respecto al eje en la gráfica de velocidad.

Ilustración 6. Descripción del uso de las gráficas en bachillerato (Tomado de Torres, 2004).

En el tercer uso los estudiantes modelan el movimiento al hacer una descripción gráfica de la posición y de la velocidad. Uno de los elementos que se problematiza es la inclinación de las rectas o curvas y su relación con las velocidades del movimiento. Los estudiantes pueden relacionar los intervalos de cambios de velocidad de la situación de movimiento con las gráficas obtenidas a partir de múltiples realizaciones del movimiento frente al sensor. De esta manera

identifican la gráfica de una recta con menos inclinación con un movimiento donde su velocidad es lenta. Y la gráfica de una recta con mayor inclinación con un movimiento donde se velocidad es mayor.

La tecnología permite a los estudiantes tener una visión global y local, tanto cualitativa como cuantitativa de la gráfica, en la que los estudiantes pueden explorar y dar explicaciones de lo que sucede con la situación, por lo que será necesario plantear problemas de situaciones reales en las que los estudiantes puedan transitar con facilidad entre las diferentes representaciones: simulación, verbal, tabular, gráfica y algebraica antes y después de usar la tecnología. Las actividades propuestas a los estudiantes deben estar encaminadas a generar conocimientos matemáticos integradores.

Los ciclos de exploraciones, discusiones y reflexiones de situación-simulación-situación permiten incorporar los significados generados por los estudiantes para la construcción de una apreciación cualitativa y cuantitativa de la velocidad durante el recorrido a partir de la gráfica de la posición con respecto al tiempo. En la ilustración 7 se puede apreciar la diversidad de asociaciones entre una situación de movimiento y la representación gráfica de la posición con respecto al tiempo: puntos donde la velocidad es nula, intervalos donde la velocidad es positiva o negativa y comparaciones entre instantes donde se tiene menor o mayor velocidad o rapidez (valor absoluto de la velocidad). En este sentido la actividad de aprendizaje planteada permite la construcción de conocimiento a partir de la modelación y la simulación del movimiento.

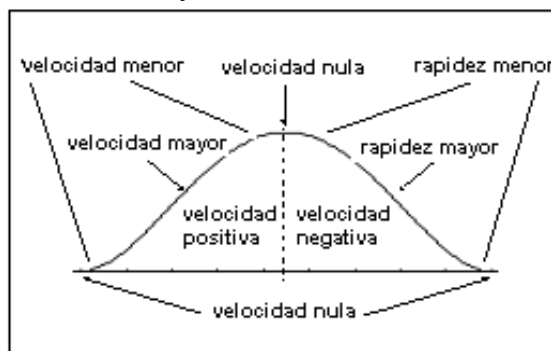


Ilustración 7. Descripción cualitativa de la velocidad

Uso de las gráficas en la modelación del movimiento

El interés por la modelación matemática se ha incrementado en tiempos recientes en todas las áreas de conocimiento, y específicamente en educación desde hace unas décadas, debido a los alcances de las matemáticas en su relación con otras ciencias. En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas este desarrollo se da de una forma diferente. Existen grupos de investigación (por ejemplo ICTMA⁴) que han centrado su interés en avanzar hacia este desarrollo en el campo de la matemática educativa. La concepción misma de modelación está teniendo una revisión dentro de la Matemática Educativa (Blum, 1993). La diversidad de estas concepciones tensa aspectos conceptuales en las teorías o marcos teóricos que se han construido (y se están construyendo) en la Matemática Educativa. Entre los conceptos más significativos se encuentran *el lenguaje de herramientas* y *el lenguaje de los objetos* (Cordero, 2001, Arrieta, 2003). Esta tensión obliga a debatir la relación entre la actividad matemática y la actividad humana como marco de referencia del conocimiento matemático. Dentro de este estudio se define a la modelación como una

⁴ Conferencia Internacional sobre la Enseñanza de la Modelación Matemática y Aplicaciones

construcción teórica⁵ que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. En esta definición operativa se enuncian las características de esta construcción como las siguientes: posee su propia estructura, está constituida por un sistema dinámico, la simulación puede llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un resultado deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, busca explicaciones a un rango y enfatiza invariantes, trae una idea en una realización para satisfacer un conjunto de condiciones. Así, la graficación se estudia como categoría que sirva de vehículo para implementar el binomio modelación-graficación en la construcción de conocimiento matemático en el salón de clases con un ambiente tecnológico.

En todos los diseños de situación se tiene la misma estructura: se presenta una situación en un contexto físico, susceptible de ser reproducido, y se pide hacer una descripción de la situación en términos gráficos. Cuando se trabaja con los discentes⁶ se pone énfasis en que las actividades que van a realizar tienen como propósito resaltar la dimensión de uso que tienen las matemáticas. Uno de los aspectos importantes de las matemáticas es cuando sirven como una herramienta para comprender una *situación en un contexto específico*⁷.

De tal manera que hay dos etapas en el diseño de la gráfica que el discente usará para explicar la situación en un contexto específico planteada. La primera en la que recurre a sus conocimientos previos y la segunda generada con el uso de la tecnología, donde hay una interpretación y ajuste de la primera. Hay variables que se destacan de la situación planteada. La posición, la temperatura, la altura, el tiempo son magnitudes que sufren un cambio y son susceptibles de ser medidas. El equipo tecnológico que se ofrece a los discentes consta de sensores, transductores y calculadoras. Por medio del sensor, cada cierto tiempo (intervalos de medio segundo, de un segundo, etc.), se toman datos de la variable elegida. El sensor está conectado a un transductor que transforma los datos en información y que a su vez trasmite a la calculadora. Hay una interacción entre estos tres instrumentos, la calculadora es la que controla toda la interacción por medio de un programa que determina cómo y en qué momento tomar los datos, para recibir dos listas de datos, de la variable y del tiempo a partir de las cuales genera otras listas y las gráficas asociadas.

En la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas ha tenido particularmente importancia la actividad de la simulación, esto se debe a la complejidad de las construcciones. En nuestro proyecto se adopta la perspectiva de que la simulación está estrechamente relacionada a la actividad de modelar con tecnología y se elige la representación gráfica que proporcionan calculadoras con poder de graficación⁸ así como los sensores⁹ (transductores de datos).

⁵ Para Martínez y Cortiz (1996) el término modelo en Epistemología es entendido como una construcción teórica que sirve para interpretar o representar la realidad o una parte de ella.

⁶ Se usa esta palabra como un término general para designar a las personas con las que se han trabajado las actividades, ya que éstas han sido tanto estudiantes de bachillerato, licenciatura y posgrado como profesores que asisten a talleres, cursos y seminarios.

⁷ Por una *situación en un contexto específico* entendemos una pregunta o un problema dentro de un contexto físico, social o incluso matemático. Se espera que al responder la pregunta o problema planteado se haga uso de las características del contexto específico.

⁸ Calculadoras Voyage, TI-92 y ClassPad.

⁹ Se han utilizado los transductores, analizadores de datos y sensores asociados a las calculadoras mencionadas en la nota anterior.

La graficación como múltiples realizaciones. En el planteamiento de las experiencias de aprendizaje está considerado que los estudiantes realicen en varias ocasiones el movimiento (simulación) para poder observar patrones gráficos que lo caractericen. En la situación de una persona que se aleja para después regresar a un punto de partida se toman decisiones sobre la distancia a recorrer, sobre el instante en el que se emprende el regreso, sobre la trayectoria que se debe seguir frente al sensor. Cada una de estas decisiones tiene consecuencias sobre la gráfica resultante como se puede observar la siguiente ilustración.

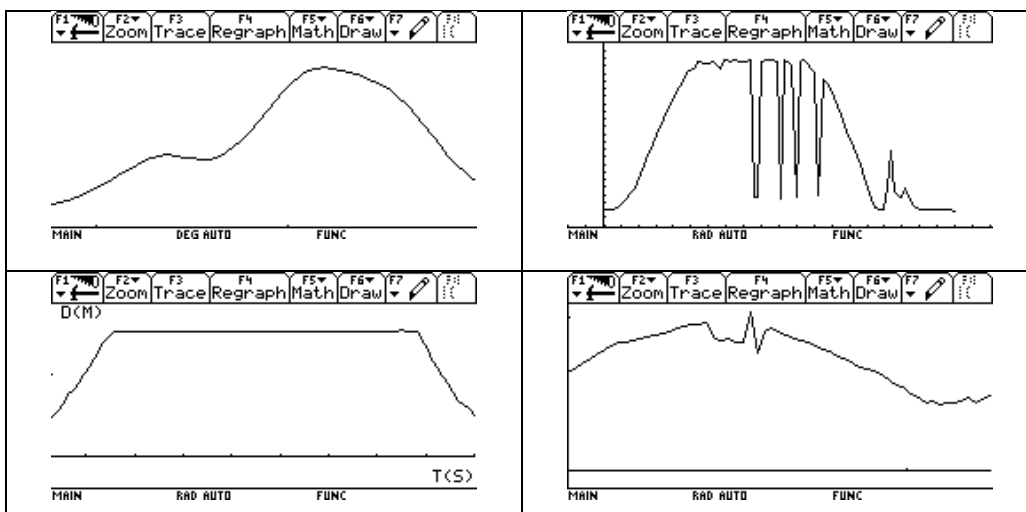


Ilustración 8. Múltiples realización de una simulación del movimiento de una persona

De la diversidad de gráficas obtenidas se pueden extraer comportamientos que persisten no importando las variables incluidas en el movimiento realizado. Dos de ellas se refieren al tipo de gráfica que se genera en todo el trayecto en una dirección, por ejemplo, el trayecto de ida (ilustración 9a) o bien en el patrón de gráfica alrededor del instante en que se emprende el regreso (ilustración 9b).

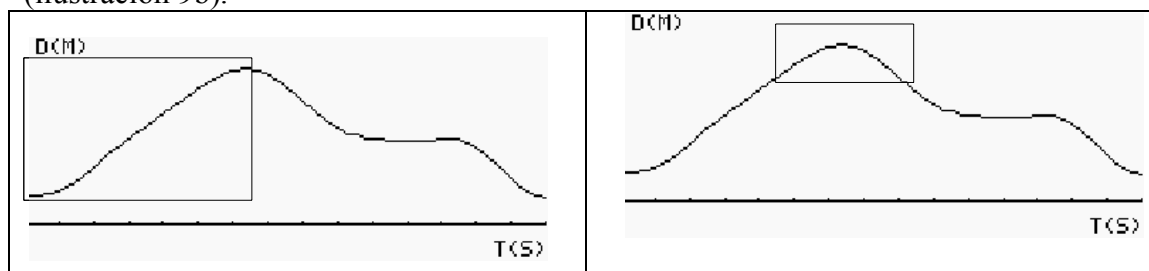


Ilustración 9. Patrones gráficos identificados en el movimiento de una persona.

Estos patrones gráficos adquieren sentido y significado en la situación a partir de las relaciones que se pueden establecer entre las gráficas y la situación de movimiento que viven los estudiantes.

La graficación como ajustes en una estructura para producir un patrón deseable. Con los significados construidos por los estudiantes que relacionan los modelos gráficos con la situación de movimiento los estudiantes pueden resignificar las gráficas a partir de los ajustes que

requieren hacer para obtener nuevas gráficas relacionadas con la primera. Veamos el caso del *movimiento de ida y vuelta*, una vez establecido el patrón gráfico se pueden variar algunos de los parámetros de la situación de movimiento para generar diversas gráficas asociadas en las que la distancia máxima o el tiempo total sean la mitad de los originales, cambiar el punto de referencia al punto máximo donde se llega en el recorrido. (Véase la ilustración 9).

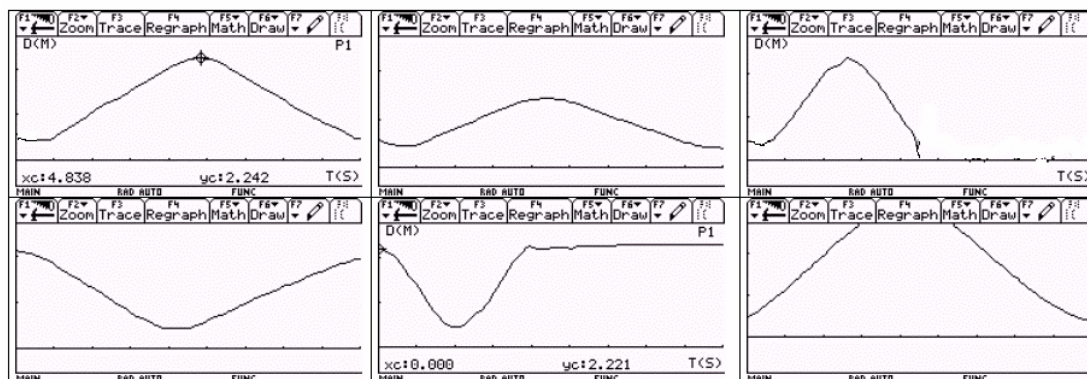


Ilustración 9. Variaciones en el patrón gráfico de ‘ida y vuelta’.

De esta manera, el potencial de la graficación es mayor si se le considera en sí misma una modelación. Las características que debería cumplir son: 1) las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, 2) tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, 3) propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. Uno de los propósitos de esta investigación es aportar las evidencias de que la práctica de la graficación soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación.

Discusión: Hacia una epistemología del uso de las gráficas

En este escrito se presenta una revisión de los trabajos que consideran el uso de las gráficas como objeto de estudio en matemática educativa. Con esta revisión se delimita el objeto de una investigación que se ubica en el estudio del uso de las gráficas que se presenta al modelar situaciones de movimiento. En los estudios de uso de las gráficas revisados en este artículo existe una intención de caracterizar a la graficación como un conocimiento con estructura propia y susceptible de desarrollo. En Flores (2004) y en Cen (2006) el análisis se ha realizado a partir del discurso institucionalizado de los libros de texto y de los programas de estudio. El resultado es, por un lado, la identificación del tipo de tareas de graficación, estos distintos tipos caracterizan la forma del uso de las gráficas. Por otro lado, se da cuenta de distintas funciones de las mismas gráficas a partir de la identificación de momentos o grupos de tareas. Estos elementos caracterizan el funcionamiento de esos usos de las gráficas. En Torres (2004) y en Suárez (2006) se han integrado elementos propios de la graficación para diseñar situaciones de modelación del movimiento que resignifican las situaciones de cambio y variación. Estos análisis contribuyen en la formulación de una epistemología del “uso de las gráficas” que determine su desarrollo

institucional ante situaciones específicas en los distintos niveles educativos. El trabajo con los estudiantes está aportando las evidencias de las construcciones que se logran con las nuevas formas y funcionamientos del uso de las gráficas al modelar situaciones de cambio y variación.

Referencias

Arrieta, J. (2003) Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Arrieta, J.; Buendía, G.; Ferrari, M.; Martínez, G.; Suárez, L (2004). Las Prácticas Sociales como Generadoras del Conocimiento Matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 17. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. 418-422.

Blum, W. (1993) Mathematical modelling in mathematics education and instruction. En Breiteig, T.; Huntley, I.; Kaiser-Messmer, G. (Eds.) *Teaching and Learning Mathematics in Context*. Ellis Horwood.

Buendía, G. (2004). Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales (Un estudio socioepistemológico). Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Buendia, G.; Cordero, F. (2005) Prediction and the Periodical Aspect as Generators of Knowledge in a Social Practice Framework: A Socioepistemological Study. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 3, 299-333.

Campos, C. (2003) La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN.

Cantoral, R.; Farfán, R.M. (1998) Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *epsilon* - Edición especial. España, 42, 353-369.

Cantoral, R.; Montiel, G. (2001) *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. Prentice Hall y Pearson Education.

Cen, C. (2006) Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Cordero, F. (en prensa). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En Cantoral *et al* (Ed.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C. (aceptado para su publicación)

Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nella matematica scolastica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.

Cordero, F. (2003) Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Clame Vol. 16, Tomo 1, pp. 73-78.

Cordero, F. (2001) La distinción entre construcción del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4, 2, 103-128.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso de comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número 1, 56-74.

Cordero, F.; Solís M. (2001). *Las gráficas de las Funciones como una Argumentación del Cálculo*. Grupo Editorial Iberoamericana.

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine*. Peter Lang, S.A., Bern.

Flores, R. (2005) *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Hartmann, Ch. y Choppin, J. (2003). *Measurement, Representation, and Computer Models of Motion*. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics) 293-303.

Leinhardt, G.; Stein, M.; Zaslavsky, O. (1990) *Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching*. *Review of Educational Research*, 60, 1, 1-64.

Phillips, E., Butts, T. y Shaughnessy, M. (1999). *Álgebra con Aplicaciones*. Editorial Oxford.

Quiroz, M. (1989) *Instalación de un lenguaje gráfico en estudiantes que inician estudios universitarios: un enfoque alternativo para la reconstrucción del discurso matemático escolar del precálculo*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Suárez, L. (2006) *El uso de las gráficas en la modelación del cambio. Un estudio socioepistemológico para la modelación del cambio en un ambiente tecnológico*. Memoria predoctoral no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Suárez, L. (2002). *Actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo*. Proyecto de investigación doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Suárez L, Carrillo C, López J. (2004). *Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación*. Resúmenes de la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México. P. 221.

Suárez, L.; Flores, C.; Gómez, A., Licona, R. (2004) *Uso de las Gráficas a través de Actividades de Modelación Matemática con Calculadoras y Dispositivos Transductores*. Resumen del taller presentado en el Quinto encuentro de televisión y nuevas tecnologías educativas. DTE-IPN

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis no publicada del Programa de Maestría del CICATA-IPN.