

UN ESTUDIO DEL TRATAMIENTO DE DATOS CON RUIDO EN LOS SISTEMAS ESCOLARES

Jaime Arrieta Vera, Carmelinda García Benítez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO, FACULTAD DE MATEMÁTICAS

karmelinda27@yahoo.com.mx

Resumen. *El tratamiento de datos con ruido en situaciones escolares propicia construcciones cognitivas diferentes a las que son desarrolladas cuando se trabaja en situaciones deterministas. Este trabajo, por una parte, da cuenta de cómo las comunidades privilegian las respuestas aproximadas sobre las respuestas puntuales a situaciones cotidianas, por otra parte, da evidencias de que en la escuela la aproximación no es común. Sin embargo, los actores que trabajan con un diseño basado en la modelación de datos experimentales, datos con ruido, construyen herramientas y argumento propios a la situación planteada. Así, el interés de esta investigación es averiguar que argumentos y herramientas matemáticas desarrollan los estudiantes cuando se les plantean situaciones que contienen ruido en los datos con respecto de una teoría.*

Palabras Clave: Datos con ruido, Aproximación, Modelación

Introducción

En contextos no escolares es común enfrentarse a situaciones donde la toma de decisiones se realiza con datos insuficientes o que no se tiene certeza sobre ellos. Es común enfrentarse a situaciones donde la respuesta no es única y exacta, donde se tiene que tomar la decisión considerando factores no explícitos como la experiencia, para ello se acude a la aproximación recurrentemente.

En la escuela la situación es otra, los problemas “reales”, que plantean los libros de texto tradicionales, son problemas donde se tiene una solución única, los estudiantes no se enfrentan a problemas que no tienen solución o que admiten más de una solución; en este

tipo de problemas los estudiantes no interactúan con problemas con datos insuficientes o en donde algunos de los datos que se proporcionan son irrelevantes; en ellos los datos son redondos, no se trabaja en problemas con datos que tienen ruidos e implican situaciones azarosas. En una breve revisión hecha a libros de texto de los distintos niveles educativos, primaria, secundaria y bachillerato, dan evidencia de este hecho. Ante estas situaciones las respuestas generalmente son las puntuales y se desdeñan las aproximaciones.

Sin embargo, diversas investigaciones (Arrieta, 2003, Álvarez et al., 2002; Méndez, 2006), sugieren que en la modelación de diversos fenómenos surge una cuestión poco abordada en el sistema escolar, el tratamiento de datos con ruido. Cuando un estudiante aborda una situación en la cual los datos contienen ruido, debe utilizar herramientas adicionales o diferentes a las usadas cotidianamente en la escuela, y debe argumentar acerca del por qué y cómo las usa.

El ruido es inherente a la modelación de fenómenos, es decir, la modelación lo que persigue es construir un ente, llamado modelo, que permita entender y predecir el fenómeno sin ser su copia exacta, por tanto los datos del modelo no necesariamente coinciden con los datos del fenómeno. Así, llamamos “ruido en los datos” a la diferencia entre los datos obtenidos directamente del fenómeno y los datos obtenidos a partir del modelo propuesto por alguna teoría.

Nuestro interés se centra en los argumentos y las herramientas matemáticas, en el contexto escolar, que surgen cuando los datos planteados en una situación contienen ruido con respecto de una teoría. En este sentido planteamos una situación donde la actividad propuesta está centrada en la modelación de datos con ruido, y la atención la enfocamos a los argumentos que esgrimen y los consensos que establecen, es decir en el proceso discursivo, en los métodos y herramientas con las que predicen y construyen modelos, en las formas de proceder y de aceptar o no situaciones escolares constituidas.

Metodología

El enfoque teórico bajo el cuál se desarrolla esta investigación es la perspectiva socioepistemológica y la línea de investigación donde se inscribe es la que estudia la relación entre práctica social y construcción del conocimiento. Desde esta perspectiva no solo nos interesan las circunstancias en que los conocimientos emergen sino los contextos en los que estos viven. Es así, que nos interesa la relación entre las prácticas escolares con las prácticas de diversas comunidades

La investigación la desarrollamos en dos escenarios, el primero en comunidades no-escolares y el segundo al interior de la escuela. En el primero, nuestro interés es investigar el proceder de diferentes comunidades ante situaciones de su vida cotidiana, donde aproximar es recurrente. Es así que determinamos las comunidades y las prácticas de nuestro interés, realizamos observaciones de campo y entrevistas a diferentes actores.

En el escenario escolar, puesto que nuestro interés es indagar acerca de las construcciones y argumentos matemáticos generados por los estudiantes al enfrentarse a situaciones que contiene ruido en los datos con respecto de una teoría, ponemos en escena diversas variantes de un diseño de aprendizaje basado en la modelación lineal (Arrieta, 2003) y analizamos el discurso y las producciones de los actores.

Las variantes del diseño la *“La elasticidad de los resortes”* que consideramos son *“Lo lineal sin ruido”*, *“Lo lineal con ruido”*, *“La elasticidad de los resortes (presencial)”*, *“La elasticidad de los resortes (virtual)”*. En el diseño *“Lo lineal sin ruido”* se parte de una tabla de datos dados sin ruido, mientras que en el diseño *“Lo lineal con ruido”* los datos que se proporcionan tienen ruido. Respecto al diseño *“La elasticidad de los resortes (presencial)”*, se inicia con la experimentación del fenómeno y el proceso se efectúa con los datos que se obtienen directamente de la experimentación, en el diseño *“La elasticidad de los resortes (virtual)”* la experimentación se da utilizando un software que simula el laboratorio y la práctica de la elasticidad de los resortes.

Tabla 1. Los actores y los escenarios

Puesta en escena	Escuelas	Modo de trabajo y participantes	Diseños abordados
1	Conalep	Dos equipos con cinco estudiantes cada uno Estudiantes de primer semestre	Lo lineal sin ruido-Lo lineal con ruido
2	Cobach	Tres equipos con tres integrantes por equipo Estudiantes de cuarto semestre	Lo lineal sin ruido-Lo lineal con ruido
3	Cetis 41	Tres equipos con tres integrantes por equipo Estudiantes de cuarto semestre	La elasticidad de los resortes (presencial)-La elasticidad de los resortes (virtual)
4	Facultad de Matemáticas, Cd. Altamirano	23 estudiantes distribuidos en cinco equipos La mayoría profesores en servicio	Lo lineal sin ruido-Lo lineal con ruido
5	Facultad de Matemáticas, Acapulco	Cuatro equipos con tres integrantes por equipo La mayoría maestros en servicio	Lo lineal sin ruido-Lo lineal con ruido
6	Atoyac de Álvarez	13 estudiantes distribuidos en 4 equipos La mayoría profesores en servicio	Lo lineal sin ruido-Lo lineal con ruido

Los estudiantes que participan en la puesta en escena de los diseños se organizan en equipos de tres, cuatro y hasta cinco elementos, por simpatía o afinidad entre ellos.

Las puestas en escena fueron seis y los detalles se dan en la tabla 1.

La recolección de evidencias se hizo a través de una cámara de video, así como las producciones de los estudiantes en lápiz y papel.

Resultados y discusión

La aproximación en comunidades no escolares

Uno de los resultados de la investigación es que en diversas comunidades se acude recurrentemente a la aproximación ante situaciones cotidianas. En seguida se muestra una selección de de una entrevista a un pailero que construía un tanque de agua cilíndrico.

El pailero corta la lamina para las dos tapas de acuerdo a la medida que le proporciona el cliente y, después, corta la lámina rectangular que constituirá la pared del cilindro. La altura del rectángulo la toma de la medida que le piden.

Entrevistador: ¿Cómo es que calculas la longitud de la lámina para el tanque de agua?

Sr. José: Aja, tomo el diámetro, de aquí a aquí (señala la tapa del tanque), en pulgadas,...si debe ser en pulgadas y luego lo multiplico por ocho y ¡ya!... lo que da son los centímetros de la placa

Entrevistador: O sea, son los centímetros de la longitud de la placa

Sr. José: Si

Entrevistador: Pero ¿por qué?

Sr. José: Pues porque así es, así me lo enseñaron y así resulta

Entrevistador: Pero, no queda exacto

Sr. José: Bueno,... pero yo no quiero exacto, tienes que ver lo que se lleva el soplete y la soldadura que vas a poner, es aproximado, pero... así me sirve

Una persona que ejerce su práctica utiliza la aproximación de manera cotidiana, valorando los múltiples factores que afectan sus decisiones, en este caso, “lo que se lleva el soplete y la soldadura que vas a poner”. Casos como éste se encuentra en diversas comunidades, otro ejemplo es la persona que realiza la limpieza de una alberca, estima la cantidad de agua que contiene y el grado de suciedad, y a partir de éstas estimaciones aproxima la cantidad de cloro que será necesaria para tenerla limpia.

Las situaciones con datos incompletos o con incertidumbre son comunes en la vida cotidiana de los actores de diversas comunidades, sin embargo en la escuela la aceptación de estas situaciones no es inmediata.

La no aceptación de las situaciones con ruido en la escuela

En el escenario escolar, cuando los estudiantes participan en una situación con ruido emergen las prácticas escolares constituidas al no aceptar la situación. En el episodio siguiente, que es parte de la puesta en escena con estudiantes del COBACH, se ilustra este hecho.

La puesta en escena se diseñó en dos momentos, en el primero los estudiantes participaron en el diseño “*Lo lineal sin ruido*”, donde los estudiantes construyeron después de un proceso, entre otras cosas, un modelo algebraico de la forma $y = ax + b$ para realizar sus predicciones, donde a es la cantidad de milímetros que se estira el resorte por cada gramo y b es la posición inicial de la regla. Al trabajar el diseño “*Lo lineal con ruido*”, los integrantes del equipo A buscaron inmediatamente la razón de cambio para dar el modelo algebraico (figura 1).

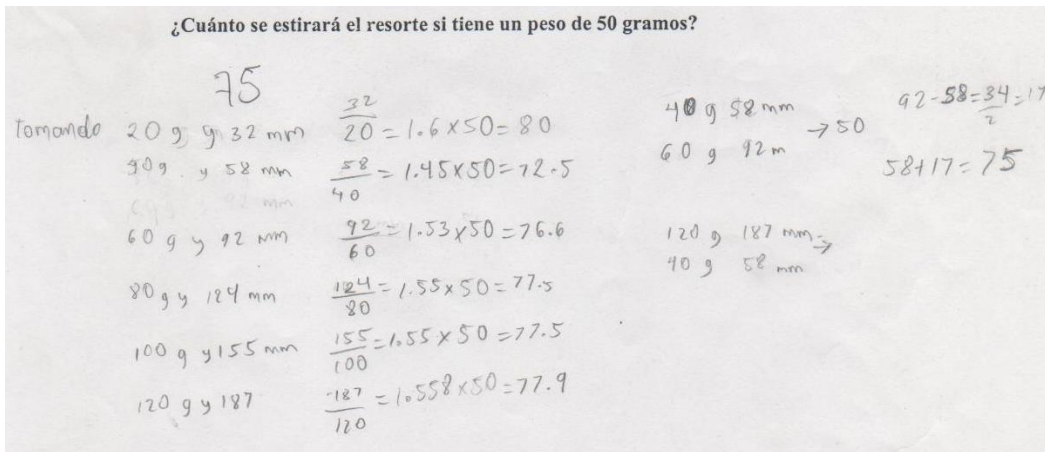


Figura 1. Los estudiantes del equipo A intentan buscar la razón de cambio

Episodio 1. ¡Tu resorte no sirve!

Linda: ¿Qué pasó muchachos, cómo van?

Alumno: No

Linda: ¿Qué no?

- Alumno:** Es que el resorte no es constante, no se comporta como en el caso anterior
- Linda:** Pero, ¿Por qué dices eso?
- Alumno:** Mira, varía, ¡primero es 1.6, luego 1.45, 1.53, 1.55, otra vez 1.55 y luego 1.558!
- Linda:** Y entonces, ¿qué pasa?
- Alumno:** ¡Tu resorte no sirve!
- Linda:** ¿Por qué no sirve?
- Alumno:** Porque no se estira siempre lo mismo, va cambiando.

El no encontrar un patrón de comportamiento de los datos provoca que los estudiantes se nieguen a creer en la veracidad de los datos, llegando a la conclusión de que es el resorte el que está mal, el que no sirve. La situación no se acepta.

Por otro lado, al trabajar con profesores de secundaria (puesta en escena 5) aparece el mismo fenómeno.

Episodio 2. Es que, no es una línea recta, recta

- Linda:** Entonces maestros, ¿cómo quedaría la gráfica de los datos?
- Profesora:** Es que, no es una línea recta, recta.
- Linda:** ¿Por qué dice que no es una línea recta, recta? ¿Me lo podría explicar?

En ese momento, uno de los profesores se levanta y se dirige al pizarrón

- Profesor:** Mire, cuando inicia la gráfica hay mucha variación, después se estabiliza, para finalmente volverse a desestabilizar, tal como lo dice la Ley de Hooke, entonces, quedaría más o menos de la siguiente forma:

Dibuja en el pizarrón y comenta (figura 2).

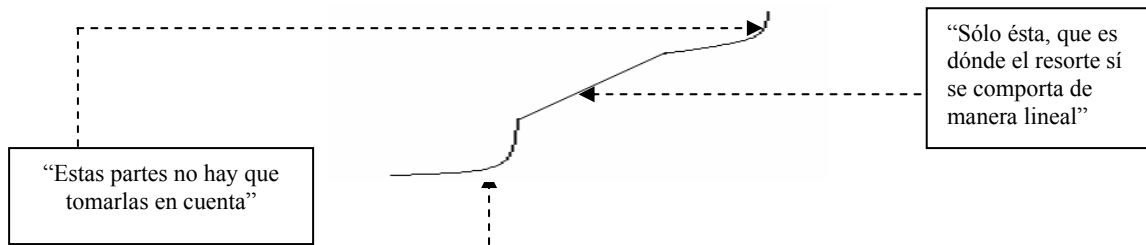


Figura 2. Explicación de un profesor de secundaria

Es así, como incluso los profesores, omiten el ruido y consideran sólo los datos que sí coinciden con el modelo lineal.

Hasta ahora hemos presentado situaciones en las cuales los actores niegan o eluden el ruido en los datos, sin embargo hay situaciones donde se niegan las respuestas por no ser enteras o no estar a tono con la forma de los datos. El siguiente episodio es parte de la puesta en escena del Conalep (puesta en escena 1)

Episodio 3. Siento que no me debe dar con punto decimal

Linda: ¿Ya sabes cuánto se va a estirar cuando tenga un peso de 50 gramos?

Alumna 1: Si, pero...

Linda: ¿Qué pasó?

Alumna 1: Me salió 69.6

Linda: ¿Y luego?

Alumna 1: Siento que no me debe dar con punto decimal

Linda: ¿Por qué?

Alumna 1: Porque los datos que tú me diste son enteros, entonces no me suena lógico que me haya dado un decimal...

Esta misma estudiante sigue haciendo cálculos y operaciones, finalmente se siente muy feliz cuando obtiene como respuesta el 73, ahora sí, ya había obtenido un número entero. La aceptación no sólo se refiere a situaciones con ruido en los datos que se proporcionan, también en la aceptación de los resultados que obtienen. En este caso, porque el resultado es un número decimal.

La experimentación y la aceptación del ruido

Hemos formulado que el ruido en los datos viene a ser inherente a la modelación de los fenómenos. Esta tesis se manifiesta cuando los estudiantes del Cetis 41 (puesta en escena 3) participan en el diseño “*La elasticidad de los resortes (presencial)*” –“*La elasticidad de los resortes (virtual)*”, los estudiantes asumen el ruido como algo natural, y en donde hay que recurrir a la aproximación.

Episodio 4. Bueno, es que la liga no se estira siempre lo mismo

Linda: Entonces muchachos, ¿cómo queda la ecuación?

Alumno: Es aproximadamente $y = 1.5x + 12$

Linda: ¿Por qué dices aproximadamente?

Alumno: Bueno, es que la liga no se estira siempre lo mismo, pero con lo que hemos visto, parece que si sigue una forma lineal.

El grupo en consenso asume que ese es el modelo que describe el comportamiento del estiramiento de la liga.

Métodos y construcciones

Por otro lado hay otros actores asumen que ese ruido existe y que hay que encontrar métodos y construcciones que permitan explicar el fenómeno.

En la puesta en escena 4, los profesores trabajan en el diseño “*Lo lineal sin ruido*”, y posteriormente al participar en “*Lo lineal con ruido*” construyen diferentes procedimientos en su intervención.

Episodio 5. Métodos de ajuste de datos

Linda: Maestros, ya estuvimos trabajando por equipo, ahora vamos a exponer al grupo que es lo que hicimos, ¿quién quiere pasar primero?

Se nombra a un representante de cada equipo

Linda: Bueno, la pregunta es: ¿cuánto se va a estirar el resorte cuando le coloquemos 50 gramos de peso?

Representante del Equipo 1: Mire, nosotros vimos que 50 está a la mitad de 40 y 60, entonces el estiramiento debe estar entre 58 y 92, entonces restamos $92-58$, nos da 34, y eso lo dividimos entre 2, queda 17, ya entonces sumamos $58+17$ y nos queda 75. Pero, después, razonando de la misma manera, si 50 esta a la mitad de 40 y 60, también está a la mitad de 32 y 124, hacemos lo mismo, restamos $124-32$, queda 92, eso lo dividimos entre 2 y da 46, se lo sumamos a 32 ¡y nos da 78!

Linda: ¿Alguien más hizo algo diferente?

Representante del Equipo 2: Nosotros usamos regla de tres: $\frac{20}{50} = \frac{32}{x}$, entonces, $32 * 50 = 1600$ y

$$\text{luego } \frac{20}{1600} = 80$$

Linda: ¿Alguien más?

Representante equipo 3: Nosotros graficamos y nos damos cuenta de que casi es una línea recta. Entonces le ponemos una línea recta que más se acerca los datos (ajuste gráfico de datos).

Linda: ¿Quién más?

Representante Equipo 4: Mire maestra, por la forma en la que están los datos, exactamente no se puede calcular el resultado, lo que podemos hacer es aproximar.

Linda: Bien, ¿Y cómo le hacen?

Representante Equipo 4: Nosotros lo hicimos por promedios:

Peso (grs.)	Estiramiento (mm)	Estiramiento cada 20 grs.
20	32	
40	58	26
60	92	34
80	124	32
100	155	31
120	187	32
Suma de los estiramientos por cada 20 gramos		155
Promedio		31

Entonces, si se estira en promedio 31 mm. por cada 20 gramos, pues se va a estirar la mitad por 10 gramos, esto es 15.5, y ya así $15.5 * 5$ es igual a 77.5. ¡Pero podemos encontrar otro valor! Si a 92 le restamos 15.5 nos queda 76.5

Representante del Equipo 5: Maestra, nosotros también sacamos el promedio pero fue de las constantes de proporcionalidad y eso lo multiplicamos por 50 y nos da el mismo resultado que el sacó después, 76.5

Peso (grs.)	Estiramiento (mm.)	Estiramiento cada 20 grs.	Constante de proporcionalidad para cada intervalo
20	32		
40	58	26	1.3
60	92	34	1.7
80	124	32	1.6
Suma de las constantes de proporcionalidad			4.6
Promedio			1.53
Estiramiento para $p=50$			76.5

Linda: Ya tenemos muchos resultados y la mayoría diferentes, entonces, ¿Cuánto se estirará el resorte cuando tenga 50 gramos?

Representante del Equipo 4: Como ya le dijimos maestra, no podemos dar una cifra exacta, sólo aproximaciones.

En esta ocasión los profesores hacen uso de los métodos de bisección, regla de tres y promediación tanto de los estiramientos como de las razones de cambio para ofrecer un resultado, aunque están concientes de que este resultado sólo es aproximado.

Presentamos el trabajo realizado por los actores de la puesta en escena 6, la experiencia fue muy enriquecedora por la variedad de métodos y argumentos que utilizaron al desarrollar el tema. Presentamos de manera sintética en la tabla 2 las diferentes construcciones que realizaron.

Tabla 2

		Equipo 1		Equipo 2	
	Valores experimentales	Diferencias de los estiramientos	Valores teóricos	Diferencias de los estiramientos	Valores teóricos
Peso	Estiramiento		Estiramientos		Estiramientos
			1	32	
20	32	26	32	26	31.16
40	58	34	63	34	62.32
60	92	32	94	32	93.48
80	124	31	125	31	124.64
100	155	32	156	32	155.8
120	187		187		186.96
	Suma de las diferencias	155		187	
	Promedio de las diferencias	31		31.16666667	
	Estiramiento por gramo	1.55		1.558333333	

En esta experiencia utilizaron el promedio de los errores como una herramienta para discriminar modelos, para determinar que modelo era el más aproximado a los datos, ya que los dos equipos estaban seguros que su modelo propuesto era el mejor.

	JE	VI	VT
X = 31			
0	1	1	
20	32	32	
40	58	63	
60	92	94	
80	124	125	
100	155	156	
120	187	187	

$X = 1.53P + 1$

Modelo obtenido por el Equipo 1: $x = 1.55p + 1$

$$\frac{31.666}{20} = 1.558$$

$$X = 1.558P$$

$$X = (1.558)(50) = 77.92$$

Modelo obtenido por el Equipo 2: $x = 1.558p$

Figura 3. Modelos obtenidos por los profesores

Conclusiones

Encontramos en algunas comunidades no-escolares que las situaciones con ruido en los datos son habituales y que se recurre frecuentemente a la aproximación, mientras que en los sistemas escolares las situaciones más comunes son las situaciones deterministas donde se privilegia las respuestas puntuales, particularmente en los libros de texto.

Cuando es planteada una situación con ruido en la escuela en ocasiones no es aceptada por los actores (profesores y estudiantes), sin embargo, en situaciones experimentales presenciales éste sí es aceptable y se recurre a la aproximación.

Los actores ante situaciones con ruido en los datos construyen herramientas diferentes a situaciones sin ruido en los datos (dan lugar a la emergencia de construcciones cognitivas diferentes a las construcciones escolares usuales), algunos de los métodos usados son el

ajuste gráfico de datos (Álvarez, et al., 2002) y la promediación de diferentes parámetros. En ninguno de los casos reportados es utilizada la regresión lineal para ajustar los datos.

Es así, que aportamos evidencias a nuestra tesis den que el uso de datos con ruido en el sistema escolar posibilita el desarrollo de habilidades y procedimientos distintos a los utilizados cotidianamente, además de revelar al estudiante fenómenos, hechos y aplicaciones de nuestra vida cotidiana, muchas veces olvidada o deformada en el ámbito escolar.

Bibliografía

Álvarez, S. Galeana, A. y Mendoza, J. (2002). *La incertidumbre como base epistemológica de diseño de situaciones de aprendizaje en el aula*. Tesis de Maestría. CIIDET, México.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis Doctoral. Cinvestav, IPN. México.

Méndez, M. (2006). *Las prácticas sociales de modelación multilíneal: modelando un sistema de resortes*. Tesis de Licenciatura. Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.