

## PENSAMIENTO PROBABILISTICO DE NIÑOS CON AUDICION DIFERENCIADA<sup>21</sup>.

### LA NOCIÓN DE MEZCLA ALEATORIA

José Marcos López Mojica, Ana Maria Ojeda Salazar

CINVESTAV-IPN

jmlopez@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

**Resumen.** Sectores de nuestra población con características preceptuales diferenciadas son marginados por la escuela, y en consecuencia se desconocen sus desempeños y necesidades respecto a los contenidos matemáticos en particular a temas relacionados con probabilidad. En este trabajo se presenta un estudio realizado con niños con audición diferenciada, a los cuales se les presenta una actividad diseñada por Piaget para describir el pensamiento Probabilístico y desarrollar nociones de mezcla aleatoria, el marco teórico que se utiliza con los estadios de Piaget. Teniendo como resultado importante que las respuestas de los niños dependen de su escucha, de su visión, de su sensibilidad al tacto e incluso de los aromas que perciben.

**Palabras Clave:** Audición Diferenciada, Pensamiento Probabilístico.

## Introducción

La declaración del 2000 como año mundial de las matemáticas propició la reflexión de cómo poner al alcance de “todo el alumnado” las matemáticas que se requieren para formar a los ciudadanos del siglo XXI, lo cual, en particular concierne a la formación del docente de educación especial.

---

<sup>21</sup> Pérdida de audición: a) prelocutiva (anterior a la adquisición de la lengua); b) sordera adquirida (después de la adquisición y uso del lenguaje); c) en función del grado de pérdida: *audición normal* (umbral inferior a 20db), *leve* (umbral entre 20db y 40db), *mediana* (umbral entre 40db y 80db), *severa* (entre 70db y 90db), *profunda* (umbral superior a 90db) (Garnica, 2006; Garnica, 2006b)

Sin duda alguna, sectores de nuestra población con características preceptuales diferenciadas son marginados por la escuela, y en consecuencia se desconocen sus desempeños y necesidades respecto a los contenidos matemáticos. Estas comunidades integradas por personas con déficit de audición o visión son comunidades poco atendidas en el ámbito escolar de la escuela “regular”.

Bajo la consideración de un acuerdo colegiado con una institución que atiende a poblaciones con tales características, el IMAL<sup>2</sup> (Instituto Mexicano de la Audición y el Lenguaje) y el ACCTIA/DME del Cinvestav del IPN se han plantean acciones orientadas a la comprensión del desarrollo cognitivo de niños y adolescentes con audición diferenciada. En particular el correspondiente a la idea de Azar dentro del curso “Adquisición de conocimientos lógico – matemáticos” del Área de “Didáctica Especial” del plan de estudios de la Licenciatura en la Terapia de la Audición, la Voz y el Lenguaje oral y escrito del IMAL. Dos de las acciones en cuestión se refieren a las entrevistas clínicas realizadas a dos estudiantes del IMAL como parte de una investigación vinculada con procesos en el aula.

El trabajo tuvo como objetivo identificar características cognitivas de dos niños con audición diferenciada de acuerdo con la caracterización dada por Garnica (2006) y Garnica, (2006b), mediante entrevistas individuales acerca de la mezcla aleatoria en el sentido planteado por Piaget (1951).

## **Elementos Teóricos**

De acuerdo a los estudios de Piaget e Inhelder (1967, citado en Gurrola, 1998), para que el niño sea capaz de comprender las nociones probabilísticas se requiere un desarrollo completo de las estructuras del pensamiento. Los autores propusieron una bandeja susceptible de balanceo, con canicas de dos tipos en igual proporción, colocadas en un lado de la bandeja y libres de rodar al lado opuesto en cada balanceo (ver figura 1); con este productor de mezclas aleatorias investigaron sobre la idea de azar del niño. Para ello, los autores consideraron importante la concepción de la mezcla aleatoria como irreversible y

progresiva. Esto significaría el reconocimiento de la reversibilidad de las operaciones y la comprensión de lo que es el azar.

Para describir el desarrollo de la concepción de mezcla aleatoria en el niño Piaget (1951) describe tres estadios: el de operaciones *preconcretas* (4-7 años) en este estadio la idea de mezcla aleatoria no está formada debido a que aun no ha elaborado la reversibilidad de las operaciones ejecutadas sobre los objetos, en contraparte con la irreversibilidad de lo aleatorio. En este estadio, según Piaget, el niño explica la situación azarosa como cosa natural, que tiene que suceder porque “así es”, porque así sucede (Carballo, 2004; Gurrola, 1998). Además, de dar una explicación a la situación aleatoria según lo aprendido por la experiencia y no porque lo deduzca de una operación combinatoria. No se concibe los resultados de la mezcla aleatoria como un sistema de combinaciones, permutaciones o arreglos lógicos aritméticos; únicamente se basa en combinaciones empíricas, sin sistema, efectuadas por simple tanteo. El de operaciones *concretas* (8-10 años), en este estadio el niño esta en condiciones de diferenciar lo posible de lo necesario si ha elaborado operaciones lógico aritméticas y espacios temporales, con carácter reversible, para comprender la irreversibilidad que implica la mezcla aleatoria (Carballo, 2004; Gurrola, 1998). El de operaciones *formales* (11 años en adelante), en este estadio el niño requiere de operaciones que demandan poner en relación los elementos de un conjunto de posibles con los elementos de otro conjunto de posibles, definiendo el total de las relaciones posibles de agrupamiento y un sistema único, por lo que requieren de la formación de operaciones de segundo orden y de una lógica proposicional que dé cuenta de todas las relaciones posibles del sistema (Carballo, 2004; Gurrola, 1998). En relación a la mezcla aleatoria, el niño concibe los resultados de la mezcla aleatoria como un sistema de combinaciones, permutaciones o arreglos lógicos aritméticos.

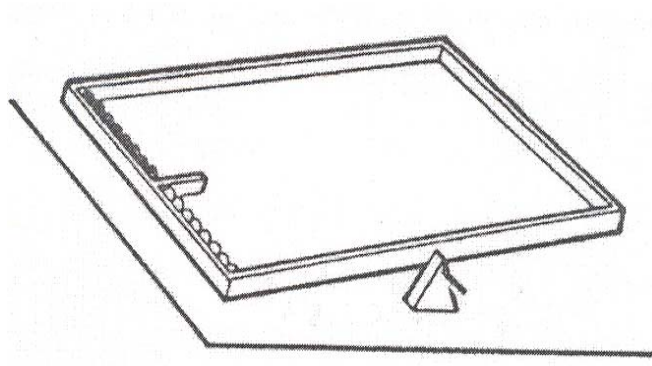


Figura 1. Dispositivo para el Estudio de la Idea de Mezcla aleatoria (Piaget, 1951)

## Preguntas de investigación

- ¿Qué caracteriza a los procesos cognitivos relacionados con la idea de azar, cuando la percepción auditiva no es completa?

## Metodología

La investigación es de carácter cualitativo y el método siguió los lineamientos del “Clínico revisado” utilizado por J. Piaget y colaboradores, dentro de los estudios relacionados con epistemología genética. La adecuación consistió en incorporar a la observación dos características fundamentales de la población bajo estudio: la comunicación durante el desarrollo de la clínica y el lenguaje limitado como consecuencia de la diferencia de audición. La técnica utilizada fue la aplicación de dos entrevistas clínicas individuales video-grabadas (López, 2005) a dos niños con audición diferenciada, una niña cuya edad fue de 15 años con sordera *profunda* y un niño cuya edad fue de 11 años con *sordera superficial*, a los cuales se les presentó la actividad propuesta por Piaget en su libro *La Génèse de L'idée de Hasard Chez L'enfant* (1951), para el desarrollo de la idea de mezcla aleatoria.

La actividad consistió en presentarles una bandeja que se puede columpiar hacia al frente y hacia atrás; de un lado de la bandeja se tenía 7 canicas rojas y 7 canicas azules alineadas; posteriormente se les preguntaba ¿Cómo quedarán las canicas después de un balanceo?, ¿después de dos, cinco, siete, o cincuenta?, Dibuja las trayectorias de la canicas después de cada balanceo, ¿Quedarán en la posición inicial las canicas si las balanceo muchas veces?, ¿Cuándo es mas fácil que queden en la posición inicial, cuando tengo 4 de cada color ó 50 de cada color?, en cada pregunta se les proporcionó hojas de papel blancas para que dibujaran sus respuestas.

## **Resultados**

Según los estadios de Piaget, la niña (con sordera profunda), por su edad, está en el de las operaciones formales y el niño (con sordera superficial), por su edad, en el de las operaciones concretas.

### ***Sordera profunda***

La niña, Alma de 15 años de edad, (denotada por la letra A en el extracto de la entrevista y al entrevistador se le asigna la letra E) da evidencia de *no entender* las preguntas planteadas (8, 10, 12):

8. A: *¿Dibujo las canicas?*

9. E: *¡Aja!*

10. A: *¿Cuántas?*

11. E: *Vas a dibujar como van a quedar las canicas rojas y cómo van a quedar las canicas azules... ¿Sí?*

12. A: *Pero ¿Cuántas?, no sabes cuántas canicas*

13. E: *Esas [señalando las canicas que están en la caja], esas canicas cómo van a quedar cuando yo las muevas hacia acá.*

14. A: *¡¡¡Ah!!!!...dibujo canicas [dibujando] Así...Así...*

15. E: *Como tu quieras ...*
16. A: *[dibujando]... ¿Cómo hacerlas?*
17. E: *Fíjate... esta caja se mueve yo la voy a mover una vez hacia acá entonces las canicas se van a mover, tú me vas a dibujar cómo van a quedar las canicas de este lado [señalando el lado que esta levantado], si van a quedar igual, si van a quedar diferentes. No sé, como tú te imagines cómo van a quedar las canicas acá...*
18. A: *[Dibuja 3 canicas azules]... ahora el rojo [dibuja 2 canicas rojas] ¡Así!*
19. E: *¿Así?*
20. A: *[Afirma con la cabeza]*

Quando se le pide dibujar las trayectorias de las canicas al balanceo de la bandeja para la mezcla aleatoria, discretiza dichas trayectorias (ver dibujo 2):

26. A: *Una, dos [Dibuja una canica azul y una roja] ¡así!*
27. E: *¿Así?...a ver, ahora fíjate yo voy a mover la caja y vas a ver como van a quedar las canicas [se mueve la caja] ya ¿viste?*
28. A: *[Afirma con la cabeza]*
29. E: *Bueno,... ahora voy a volver a mover la caja hacia allá ¿sí? y tú me vas a dibujar como van a quedar las canicas cuando regresen allá [señalando el lado donde no están las canicas] tú me vas a dibujar como van a quedar los caminitos que van a hacer...*
30. A: *[Dibuja en el papel que se le dio 5 canicas azules y 7 canicas rojas] ya! ...¡así!*
31. E: *¿Así van a quedar? Y ¿Cómo van a ser los caminitos de las canicas al moverse? ¡Aquí dibújamelos! [señalando en el papel]*
32. A: *¡Pues igual!*
33. E: *¡No!, ¿Cómo se van a mover? ¡Como las huellas que van a dejar!, ¡los caminitos que van a dejar!*

34. A: *[Dibuja una canica azul donde se le señalo]*

35. E: *¡Alma! ¿Ya me entendiste?...*

36. A: *¡No!*



Figura 2. Respuesta a la petición del trazo de las trayectorias de las canicas.

La niña muestra *deficiencia* en representar la cantidad de canicas mostradas en la caja (dibujo 3):

37. E: *fíjate, cuando moví las canicas de acá para acá [señalando la dirección del movimiento de las canicas en el primer momento], las canicas se movieron aquí de una forma [señalando al interior de la caja] ¿Si?, Ahora tu ¡me vas a iluminar los caminitos que van hacer las canicas aquí! [señalando el interior de la caja], cuando pasen acá, cuando regresen acá, ¿si?*

38. A: *[Afirma con la cabeza y dibuja 3 canicas azules y 4 canicas rojas], ¡así!*

39. E: *¿Así?, OK... a ver...*

40. E: *¿Tú crees que así van a quedar las canicas?*

41. A: *¡si!*

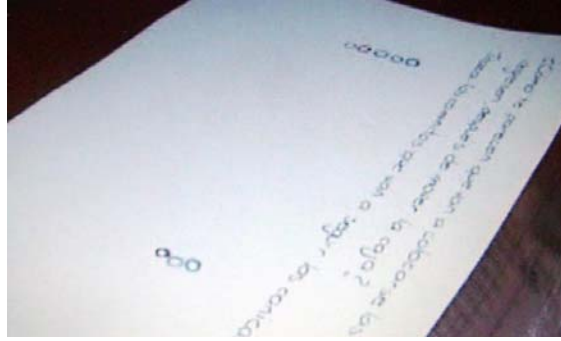


Figura 3. Reproducción de la cantidad incompleta de las canicas

Además, de expresar “*porque*” como afirmación, sin llegar a dar evidencia alguna noción de irreversibilidad de la mezcla, o con base en argumentos lógicos (75, 85, 89):

72. E: *Tú crees que, si ahí están las azules alguna vez pueden quedar todas la azules acá y algunas veces pueden quedar todas la rojas allá,...*
73. A: *¡No!*
74. E: *¿No?... ¿por qué?*
75. A: *Porque....mmm... se mueven juntos*
76. E: *¿Porque se mueven juntos?... ¿Cuáles se mueven juntos?*
77. A: *¡juntos! [afirmando con la cabeza]*
78. E: *¿Cuáles se mueven juntos?*
79. A: *¡los dos!*
80. E: *¿Los dos colores?*
81. A: *¡Si! [afirmando con la cabeza] ¡los dos colores!*
82. E: *¡Fíjate!... ahora, Alma cuando yo mueve la caja 5 veces ó 20 veces, ¿se van a mover las canicas a como estaban al principio?, ¿van a quedar igual?*
83. A: *No*
84. E: *¿Por qué?*
85. A: *¡Porque se mueven diferente!*



86. E: *¿Porque se mueven diferente?... bueno, y si tuviera una caja mas chica donde cupieran 4 canicas, dos azules y dos rojas, ¿crees que volverían a quedar igual?, por ejemplo ¿las dos azules de un lado y las dos rojas de otro lado?*
87. A: *No*
88. E: *¿¿Crees que no volverían a quedar igual cuando moviera la caja!?... ¡no! ¿por qué?*
89. A: *¡Porque se mueven!.... dijera diferente*

### **Sordera Leve o Superficial**

El niño (C, llamado Cristian con 11 años de edad), en cambio, mantiene siempre el número de canicas de la bandeja en sus reproducciones (Figura 4), como se muestra en la figura y en el extracto de entrevista:

129. E: *Bueno, ahora yo te voy a dar una hoja para que me dibujes como van a quedar las canicas. Si yo muevo la caja para acá [señalando el lado opuesto de la bandeja donde se encuentran las canicas], ¿Cómo van a quedar de este lado?*
130. C: *¿ya?...[preguntando si ya puede iniciar su dibujo]*
131. E: *¡ya!*
132. C: *[Dibuja las canicas de un lado de la hoja],... ¿Cuántas son?...[hace una pausa para contar las canicas que ha dibujado]*
133. E: *Son 7 azules y 7 rojas...*
134. C: *Ya no caben... ¿puedo dibujar aquí? [señala un espacio en blanco de la hoja]*
135. E: *¡No se!, si quieres encima, donde tu creas que van a ir*
136. C: *[dibuja las canicas]... ¡ya!*
137. E: *¡Ya!, ¿tu crees que cuando yo mueva la caja hacia este lado, así van a quedar las canicas?, ¿si?, ¿por que?*
138. C: *Porque... cuando caigan se van a mover todas*

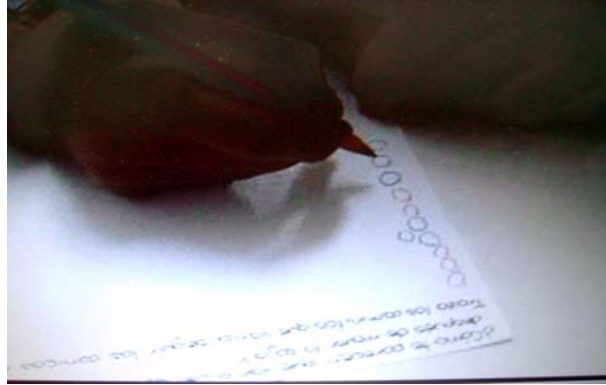


Figura 4. Conteo de las canicas para asegurar el número exacto

Además, reproduce con dibujos la continuidad de las trayectorias de las canicas (ver dibujo 5).

139. E: *¡se van a mover todas!, bueno y ¿Cuáles son los caminitos que van hacer las canicas? ¡Dibújalos!*
140. C: *¿cómo?*
141. E: *¿Cómo se van a mover en esta parte de la caja cuando pasen de acá para acá? [señalando la bandeja con las canicas], ¿Cómo se van a mover las canicas?*
142. C: *¿unas líneas?*
143. E: *¡aja!, una líneas*
144. C: *[susurra]... la roja así, [dibuja las trayectorias de las canicas], ¡la azul así!*
145. C: *¡ya!*
146. E: *¿ya?*
147. C: *[afirma con la cabeza] ¡si!*
148. E: *¿Por qué dibujaste las líneas así?*
149. C: *porque esta [señala una canica azul] empieza desde acá [señalando el otro extremo de la hoja], porque todas van empezar desde el mismo lugar*
150. E: *¿porque todas van a empezar desde ese lugar?*

151. C: ¡sí!

152. E: OK, y ¿así se van a mover?

153. C: ¡sí!

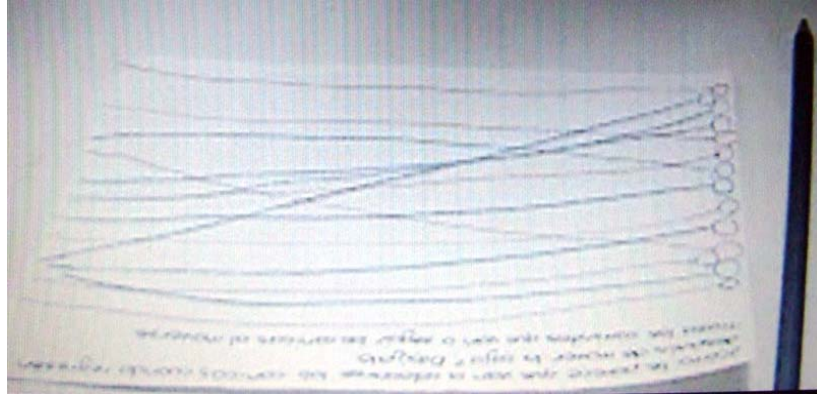


Figura 5. Reproducción de las trayectorias de las canicas

## Discusión

En resumen, según los estadios de Piaget, la niña (con sordera profunda), por su edad, está en el de las *operaciones formales*, pero *discretiza* las trayectorias de las canicas en la bandeja para la mezcla aleatoria, además de dar evidencia de no entender las indicaciones que se les plantean, no mantiene el número de canicas presentadas en la bandeja, y de dar argumentos superficiales, ósea sin razonamientos profundos; como lo mencionó Piaget, los niños en el estadio de las *operaciones preconcretas* la idea de mezcla aleatoria no está formada debido a que aun no ha elaborado la reversibilidad de las operaciones ejecutadas sobre los objetos y de explicar la situación azarosa como cosa natural, que tiene que suceder porque “así es”, porque así sucede, cosa que la niña utiliza como argumentos. Además, de dar una explicación a la situación aleatoria según lo aprendido por la experiencia y no porque lo deduzca de una operación combinatoria. Por lo anterior, podemos decir que la niña con *sordera profunda* se encuentra en el estadio de las *operaciones preconcretas*.

En cambio, el niño (con sordera leve o superficial), por su edad, en el de las *operaciones formales*, reproduce con dibujos la continuidad de las trayectorias de las canicas, mantiene la representación del número de canicas presentadas en la bandeja, y da argumentos basados en razonamiento lógico.

De manera general, ninguno considera en sus reproducciones choques entre las canicas o en las paredes de la caja. Podemos decir que los niños muestran ideas básicas de la noción de mezcla como aleatoria, sólo el niño muestra evidencia de tener la noción de mezcla como irreversible.

De todo lo anterior, concordamos con González y Garnica (2006) en que las respuestas de los niños dependen de su escucha como se muestra en el extracto de entrevista (apartado *sordera profunda*); de su visión, como lo muestra el niño cuando mantiene la cantidad de canicas en sus reproducciones, de su sensibilidad al tacto e incluso de los aromas que perciben. En este caso fue de su capacidad de escucha y visión.

## **Conclusiones**

Este trabajo a futuro, pretende continuar el estudio de casos de niños de edades menores y con docentes Educación Especial con el fin de comprender las condiciones necesarias que habrán de ser consideradas, por los docentes en cuestión, para enfrentar los procesos de adquisición de estóxicos de parte de niños con percepción auditiva diferenciada.

Para asegurar que los niños con audición diferenciada tienen un pensamiento probabilístico favorable, no debe de considerarse sólo una situación, se requiere una situación que exija dos alternativas utilizando la comparación de las probabilidades correspondientes.

En sí, se realizó la misma actividad plateada por Piaget, el cual no considero a la población con audición diferenciada, pero este trabajo impone ciertas restricciones, en particular la del lenguaje limitado de los dos casos de los niños.

Por otra parte también queremos dejar en claro que el estudio no incluye el análisis del lenguaje de los niños, pero lo consideraremos para los próximos casos.

Como trabajos a futuro, hace falta indagar sobre la formación de profesores de docentes de educación especial, se necesitan trabajos que le ayuden a entender el tratamiento de temas matemáticos de niños con percepción diferenciada.

## **Bibliografía**

Carballo, M. (2004). *Estocásticos en el Segundo Ciclo de la Educación Primaria: Determinismo y azar*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.

Garnica, I. (2006) Percepción auditiva diferenciada y producción escrita de expresiones: elementos para un modelo de comunicación de la unidad [“t/m”: mtl-sms] para la investigación en Matemática Educativa. En E. Folloy (Ed.). *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 257-281). México: Santillana.

Garnica, I. (2006b) *Memoria del seminario de estudios sobre el “Conocimiento Matemático ante la privación auditiva y la expresión lingüística limitada”* Reunión organizada los días 21 y 28 de junio del 2006 por los órganos colegiados del IMAL y del ACCTIA/DME del Cinvestav del IPN. (En prensa).

González, H. y García, I. (2007). Nociones Matemáticas y Desarrollo de Procesos Cognitivos de Alumnos [6, 8] con Percepción Auditiva Diferenciada. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 20, pp. 144-149.

Gurrola, M. (1998). *Pensamiento Probabilístico en Niños en Estadio Básico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.

López J. M. y Ojeda, A.M. (2006). Matemática para estudiantes con discapacidad. La Noción de Mezcla Aleatoria (Video-Paper). *Documento interno*. Manuscrito no publicado, Cinvestav - IPN, México.

López, M.E. (2005). Mezcla Aleatoria: Práctica de Indagación. Curso de Licenciatura. Adquisición de conceptos lógico-matemáticos. 2º semestre de 2004. (videograbacion no publicada). IMAL.

Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Folloy (Ed.). *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 257-281). México: Santillana.

Piaget, J. (1951). *La Génèse de L'idée De Hasard Chez L'enfant*. Presses Universitaires de France, Paris.