

INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN A DISTANCIA EN LÍNEA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Gisela Montiel, Apolo Castañeda, Javier Lezama

CICATA-IPN, PROGRAMA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

gmontiel@ipn.mx, apcastane@gmail.com, jlezamaipn@gmail.com

www.matedu.cicata.ipn.mx

Resumen. *En este documento se discute sobre los principales retos que enfrentamos en el área de la educación a distancia, en particular en la modalidad en línea, para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Esta modalidad educativa ha ido ganando espacios dentro de las Instituciones Educativas, sin embargo, la mayoría de las propuestas didácticas nacen como diseños instruccionales fundamentados en perspectivas pedagógicas, psicologistas o de la tecnología educativa, que incorporan elementos de la matemática educativa, en el mejor de los casos, para completar la estructura curricular de dichas propuestas. Evidentemente, nuestra visión como matemáticos educativos sobre cómo abordar estos retos es distinta. Nuestro punto de partida es el conocimiento fruto de la investigación de un campo especializado de saber que centra su atención en los fenómenos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en escenarios institucionalizados es decir, con un aparato teórico y metodológico específico.*

Palabras Clave: educación en línea, comunicación, interacción, interactividad

Presentación

La modalidad en línea de la educación a distancia se caracteriza y distingue de otras modalidades por el escenario donde se desarrolla: *Internet*. Cuando hablamos de *educación en línea* nos referimos a la modalidad formativa que utiliza la red como medio de distribución de la información. En consecuencia, la educación en línea ofrece disponibilidad en todo momento, en todo lugar con la única condición de contar con

un equipo de cómputo con acceso a Internet que soporte el diseño instruccional donde se lleva a cabo la experiencia de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, es importante señalar que educación en línea no es sinónimo de educación a distancia, aún en nuestros días no todos los programas de educación a distancia se llevan a cabo en la modalidad en línea y no todas las ofertas en la modalidad en línea se vinculan a un programa a distancia. De acuerdo con Guri-Rosenblith (2005) la mayoría de las propuestas en línea son complemento o apoyo de programas educativos presenciales. Para efectos de este documento hablaremos sólo de *educación en línea* como modalidad educativa a distancia.

Si bien Internet ofrece una gran variedad de recursos que apoyan a la educación (presencial o a distancia), un ambiente de educación en línea limita estos recursos según el diseño instruccional que lo rige. Sin embargo, podríamos considerar, de forma general, que un ambiente de educación en línea utiliza:

- Una plataforma de trabajo en línea, regularmente conocidas como Sistemas de Gestión del Aprendizaje, Aulas Virtuales o Ambientes Virtuales de Aprendizaje
- Medios de comunicación digital. Los hay *asíncronos* como el correo electrónico, los foros de discusión, los blogs, los Podcast, los anuncios en la plataforma de trabajo; y *síncronos* como la mensajería instantánea (Chat) y la Videoconferencia
- Materiales digitales de audio, video y texto
- Aplicaciones computacionales de información y didácticas
- Espacios de evaluación electrónica (automatizada en algunos casos)

La modalidad en línea plantea un escenario completamente diferente de cualquier otro que le preceda en educación a distancia, en consecuencia es esencialmente una

práctica sin fundamentos de investigación (Hopper, 2001⁴⁷). Hacer investigación sobre enseñanza-aprendizaje en el escenario en línea debe considerar el escenario mismo, el efecto de su organización y su constitución, así como los contenidos (el *saber*) y su transposición al escenario, la actividad de los actores educativos y las relaciones que establecen con el propósito de generar aprendizaje. Esto deviene en una necesidad de innovar antes de investigar, diseñar escenarios antes de estudiar la actividad didáctica que ahí se llevará a cabo.

En nuestro campo disciplinar las peculiaridades tecnológicas y de comunicación se consideran variables didácticas, son elementos propios del escenario que evidentemente condicionan la actividad didáctica. Sin embargo, partimos de la hipótesis de que el aprendizaje y lo aprendido quedarán matizados por el escenario, es decir, por la mediación de la tecnología, por el dominio de la expresión escrita, por el uso de interfaces visuales, de texto, de audio y/o video, por la comunicación multidireccional, sincrónica y/o asincrónica, por la fuerte interactividad y autonomía que demanda la modalidad, por los recursos accesibles en Internet, etc. Es posible que estemos hablando de una reorganización del pensamiento y de la actividad del que aprende y de un importante rediseño y reorganización discursiva del objeto a estudiar; en consecuencia, de nuevas formas de aprender y de enseñar.

El sistema didáctico en un ambiente en línea

Saber matemáticas y enseñar un conocimiento matemático concreto son fenómenos que giran alrededor de lo que Chevallard (1991) ha llamado *sistema didáctico* (Fig. 1). Dicho sistema se esquematiza como un triángulo cuyas interacciones se deben mirar de forma sistémica para explicar los acontecimientos que se producen en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

⁴⁷ Citado en Engelbrecht y Harding (2005)

Estos tres elementos son constitutivos de cualquier modalidad educativa y en la educación a distancia *en línea* podemos identificar los polos didáctico, cognitivo y epistemológico, así como sus relaciones, matizados por el escenario. Si bien nos importa cómo se relacionan de forma sistémica, para efectos de una caracterización vamos a hablar de ellos por separado.

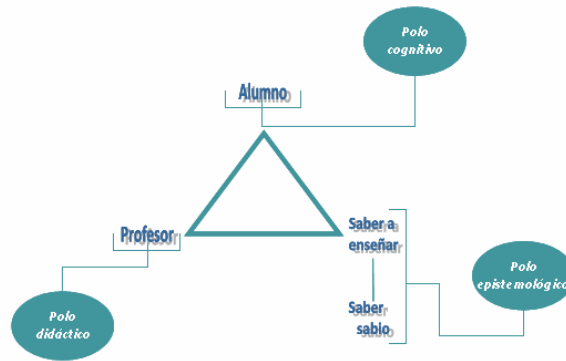


Figura 1

Del saber matemático a la matemática escolar

Los contenidos curriculares tienen valor por sí mismos, pero también por su relación con otros, pues así cubren los objetivos del programa general al que pertenecen. Estos contenidos y su enseñanza deben guardar coherencia con el nivel educativo, con el programa de estudios y con la formación que se le oferta al estudiante. Este es el caso de las Matemáticas, que son importante en sí mismas y por ello la existencia programas académicos que ofrecen formación matemática a nivel universitario. Sin embargo, la matemática escolar está al *servicio* de muchas otras áreas de conocimiento dentro de una amplia gama de ofertas educativas.

En consecuencia, la cuestión sobre qué enseñar debe responderse con base en el papel que juega la *matemática escolar* dentro del proyecto educativo al que pertenece. Es en ese sentido que establecemos que el saber matemático denominado *sabio o teórico* se mantiene en su forma conceptual -su contenido, métodos y significado en el sentido

que plantean (Aleksandrov, A., Kolmogorov, A. y Laurentiev, A., 1973)- establecidos y contruidos como quehacer científico, pero la **matemática escolar** *debe reconocer su papel dentro de un proyecto social llamado educación y por lo tanto debe evolucionar con la sociedad misma.*

Dar las mismas explicaciones, proponer los ejercicios típicos y evaluarlos de la forma tradicional carece de sentido en un ambiente educativo a distancia en línea. Es probable que un estudiante encuentre en Internet la respuesta a todos los ejercicios típicos, las demostraciones de cualquier teorema, explicaciones básicas o formales, aplicaciones en diversos contextos, entonces para qué diseñaríamos un nuevo ambiente, sería suficiente con proveerlos de temarios y estrategias para buscar recursos en la red. Un nuevo escenario requiere de un nuevo *discurso matemático escolar* que esté en concordancia con el tipo de recursos tecnológicos a los que se puede tener acceso, por citar un caso; graficar una función a través de la técnica de la tabulación puede carecer de sentido cuando se dispone de un software graficador, el tipo de tareas escolares tienen que modificarse para aprovechar los recursos disponibles e integrarlos a las actividades de aprendizaje.

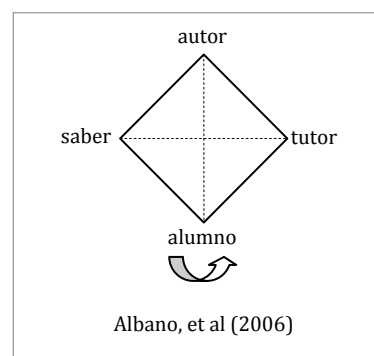
Profesor, instructor, asesor, tutor,... ¿quién dirige el proceso de enseñanza?

Hoy día es mucho menos frecuente, pero en sus inicios la educación en escenarios *virtuales* se interpretaba como algo intangible, se tenía la sensación de que al no existir salones, tampoco había profesores, alumnos, ni libros. Probablemente la capacidad de automatizar procesos en un ambiente computacional reforzaba esta idea. Actualmente estas ideas no solo han desaparecido, sino que se cuenta con experiencias en una dirección completamente opuesta. Los actores educativos se han diversificado, según el modelo educativo que se desarrolle, y los materiales didácticos son muy variados en cuanto a diseño, capacidad de interacción y retroalimentación. Hoy entendemos que detrás de una interfaz computacional está el trabajo de un

equipo multidisciplinario (programadores, administradores, pedagogos, profesores, especialistas en didáctica, etc.).

En lo que concierne a la actividad didáctica se han usado diferentes modelos educativos que requieren de diversas *figuras docentes*, por ejemplo, el clásico modelo donde hay un equipo diseñador (expertos en contenido, pedagogos, diseñadores,...) encargado de los materiales y las estrategias de instrucción, y un equipo de tutores, encargados de la asesoría y la comunicación con el estudiante, así como de la retroalimentación. En este modelo, el experto en contenido puede o no ser tutor. De tal suerte que dependiendo del modelo se construyen las figuras de asesor, instructor, profesor, tutor, facilitador, etc.

En (Albano, Gaeta y Salerno, 2006) se observa que el modelo metafórico del *triángulo didáctico* se convierte en un cuadrado que contempla al autor y al tutor como vértices distintos que interactúan con el saber y el estudiante, cuando la actividad didáctica se lleva a cabo en un ambiente en-línea. Sin embargo, considerar un *polo* didáctico en el sistema no lo reduce al actor que lo



representa, sino al conjunto de condiciones que se generan en el proceso de transposición didáctica y que pueden atenderse puntualmente estudiando la epistemología del profesor, el discurso escolar, los programas de estudio, los libros de texto, los registros de clase, los apuntes del estudiante, entre otros.

Sin embargo, la reflexión sobre el papel de los diferentes actores del sistema didáctico en un ambiente en línea es pertinente, en tanto el diseño de un nuevo discurso escolar requiere de especialistas multidisciplinarios. Esto es, las condiciones del aula virtual no se reducen a la transmisión de información por parte del docente, o la actividad no se restringe a un aula o un solo escenario; la selección de contenidos, el diseño, la

organización, la distribución de información, la tutoría, los mecanismos de comunicación, son áreas que competen a especialistas en matemática educativa, diseño instruccional, programación, pedagogía, etc. El producto de su trabajo forma parte de la transposición del saber a estos nuevos escenarios.

Aprende, construye,... ¿qué hace el estudiante?

Todo proyecto educativo es a su vez un proyecto social que responde con especialistas la demanda de la sociedad. Qué debe aprender o dominar el estudiante se establece con anticipación o en estrecha relación a la selección de los contenidos.

Sin embargo, dadas las características del escenario dónde se desarrolla la educación en-línea se requiere de un cambio radical sobre la perspectiva de aprender conceptos. Internet es una fuente de recursos inagotable, en donde un buscador puede arrojar millones de resultados sobre conceptos específicos (Pantalla 1), que incluyen páginas Web muy organizadas (Pantalla 2) en definiciones, teoremas, ejemplos, ejercicios resueltos etc. También encontramos espacios de interacción dónde hacer preguntas específicas sobre ciertos contenidos (Pantalla 3) y apoyos visuales-interactivos para ilustrar-manipular los conceptos.

Pantalla 1



Búsqueda: Integral Definida

2,180,000 resultados

Pantalla 2



Enciclopedia libre Wikipedia

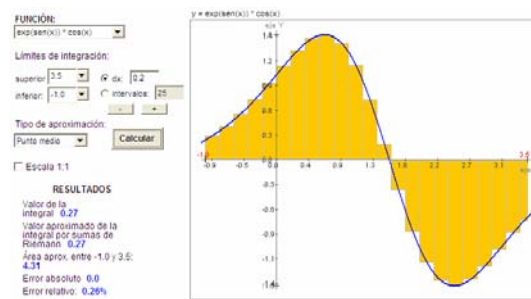
<http://es.wikipedia.org/wiki/Integral>

Pantalla 3



Yahoo Respuestas

Pantalla 4



Visualización interactiva del proceso de integración de Riemann

El alumno tiene acceso a los contenidos, al intercambio de ideas (interacción), a la manipulación de los objetos en presentaciones visuales, numéricas, algebraicas (manejo de representaciones), de tal suerte que lo que evaluábamos como aprender, por ejemplo, la integral definida hoy se encuentra accesible al alumno en Internet. La matemática escolar debe ajustarse a los nuevos sistemas representacionales y operativos; así como sus procesos instruccionales deben reorganizarse para el nuevo escenario, en consecuencia obtendremos nuevas formas de apropiación de conocimiento.

La enorme cantidad de fuentes de información a las que tienen acceso los alumnos trae consigo otro potencial problema; la selección las fuentes confiables. A la larga, los estudiantes construyen rutas y desarrollan estrategias que normalmente se validan por ensayo y error. En el desarrollo de un curso en línea este tipo de variables tienen notable influencia en el conocimiento que el alumno adquiere.

Por esto, la planificación de las actividades para el trabajo en línea es una actividad esencial en la que se sistematiza y se organiza el tipo de tareas a realizar, el tipo y naturaleza de productos a obtener, el tipo de interacciones, etc. Este conjunto modela un escenario en el que se generarán aprendizajes.

Particularmente nuestra propuesta desde el polo cognitivo es la de atender al *desarrollo del pensamiento y lenguaje matemático* (numérico, aritmético, proporcional, algebraico, geométrico, funcional, variacional, formal, abstracto,..., y sus interrelaciones), de tal suerte que se pueda hablar de resolución de problemas, de desarrollo de competencias y habilidades, tareas, técnicas y teorías, entre algunas de las perspectivas más recientes en didáctica de las matemáticas.

Comunicación, Interacción e Interactividad

El profesor, el estudiante, el objeto de conocimiento y los objetivos de enseñanza, son los elementos constitutivos de cualquier práctica educativa, pero es la interacción entre ellos la que determina dicha práctica. La interacción es entonces el elemento intrínseco de la efectividad de cualquier ambiente educativo, en la educación a distancia es el componente nuclear de toda estrategia instruccional. En un ambiente a distancia se identifican cuatro tipos de interacción (McIsaac y Gunawardena, 1996),



Figura 2

La interacción *estudiante ↔ profesor* provee retroalimentación, motivación y diálogo, en la interacción *estudiante ↔ contenido* se obtiene la información intelectual del

material, mientras que en la interacción *estudiante ↔ estudiante* se da un intercambio de ideas e información, y por último, la interacción *estudiante ↔ interfaz* es el manejo del medio tecnológico por parte del estudiante.

Después de la investigación realizada por Montiel (2002) se abandonó el concepto de interacción como el contacto o la *comunicación* que se da entre estudiante, instructor, contenido e interfaz. Nuestro interés es que el estudiante se apropie de un conocimiento, para ello hemos de provocar y analizar las negociaciones entre el alumno y el profesor en estrecha relación con el conocimiento en juego. Así, la interacción que nos ocupa, es aquella que se da al seno del sistema didáctico (Fig. 1) y que denominamos, en la matemática educativa, como *contrato didáctico* (en el sentido de Brousseau, 1997). Este contrato se define como la relación entre profesor y estudiantes respecto de un conocimiento matemático específico, no tiene cláusulas escritas ni sanciones que describan su funcionalidad, sólo se puede mirar en el momento en que se presenta una ruptura del mismo y evoluciona a medida que el proceso didáctico avanza.

La *comunicación* esta abierta a establecerse entre todos los miembros y elementos que participan en una experiencia de educación en línea, pero sólo a aquella que condiciona el aprendizaje la denominaremos *interacción*. Un modo particular de comunicación se da entre los contenidos en formato de objetos virtuales interactivos y el estudiante, ya que el objeto responde a la manipulación o intervención del usuario, proporcionando información para continuar o retroceder en la actividad. A esta comunicación (intercambio de información) se le denomina *interactividad* y autores como Jacobs (2005) lo consideran un requisito para el *aprendizaje auto-regulado*.

Estos tres aspectos deben considerarse en la planeación y diseño de un curso en línea como requisitos fundamentales, sobre todo en las actividades específicas para el aprendizaje de los conocimientos objetivo.

Elementos didácticos para la organización de un ambiente en línea

Consideramos que un punto de partida crucial para la creación de un ambiente en línea, en educación a distancia, es anular la comparación con ambientes presenciales. Con esto le otorgamos el estatus de modalidad educativa por sí misma y no como alternativa a la educación presencial, pues de lo contrario es muy común buscar estrategias para *suplir* elementos de la presencialidad en la virtualidad, más que reconocer el escenario como **el** espacio de desarrollo.

Metodología de Diseño

Los diseños didácticos producto de la investigación en nuestra disciplina se desarrollan a partir de la perspectiva teórica que cobija dicha investigación y se adaptan a las condiciones sociales donde se desarrolla la actividad didáctica. Probablemente la Ingeniería Didáctica sea la metodología de diseño que más factores considera en el diseño de situaciones didácticas. Cómo se afecta esta metodología cuando las variables didácticas y de control en un escenario en-línea no se conocen en su totalidad, es un tema de debate para nuestra comunidad. Podría pensarse que la *Aproximación Instrumental* (Artigue, 2002, 2007; Haspekian, 2005) es parte de la respuesta a este planteamiento y aunque no profundizaremos en este punto si señalamos la fortaleza que presenta al considerar una nueva perspectiva sobre el proceso de aprendizaje en ambientes tecnológicos complejos, cuya primera idea clave es la distinción del instrumento/artefacto.

Dentro de la actividad de un sujeto, un artefacto material o psicológico se convierte en un instrumento a través de una génesis progresiva individual, llamada génesis instrumental. Esto, posteriormente, evoluciona en dos direcciones interrelacionadas. La primera, hacia la herramienta misma, llamada proceso de instrumentalización (descubrimiento de nuevas potencialidades de la herramienta). La segunda, hacia el sujeto, llamada proceso de instrumentación (conceptualización de alguna noción, por ejemplo). Así, la idea de génesis instrumental refleja que el uso del artefacto no es un proceso uni-direccional, es una

dialéctica las acciones del sujeto sobre su instrumento personal y las acciones del instrumento en el pensamiento del sujeto. Haspekian (2005, p. 117)

Considerar este acercamiento representaría asumir, dentro de la disciplina, a la Teoría Antropológica de lo Didáctico como fundamento teórico. Sin embargo, podrían considerarse al menos las preguntas que relacionan al fenómeno didáctico con el uso de un nuevo artefacto, por ejemplo: ¿qué procesos de solución, métodos o técnicas se favorecen con el artefacto?, ¿cómo viven (es decir, se representan y manipulan) los objetos de aprendizaje usuales en los nuevos ambientes? (especialmente aquellos señalados como problemáticos en ambientes de lápiz y papel); ¿qué nuevos objetos a aprender se introducen con esta tecnología?, ¿cómo se puede guiar y asistir la génesis instrumental?, etcétera.

Dos elementos a considerar dentro de la metodología, cualquiera que sea ésta y el marco teórico que la fundamente, son el *diseño instruccional* propio de una interfaz de educación en-línea y la condición *a distancia* del proceso educativo. Ambos imponen mecanismos de entrega y recepción que hasta ahora no se han contemplado en el diseño de situaciones de aprendizaje.

Del registro gráfico al ambiente gráfico

Históricamente, el lenguaje visual en matemáticas ha jugado un rol importante para la comunicación de ideas, para la construcción de estrategias o para la explicación de problemas particulares. Sin embargo, regularmente no goza de un estatus oficial en el lenguaje matemático formal. Por otro lado, en la matemática escolar, si bien no tiene la validez del lenguaje algebraico, es una pieza fundamental del discurso matemático escolar. Parece no haber explicación de la derivada sin el gráfico de la recta secante que se hace tangente a la curva en un punto, o discurso sobre las funciones sin usar el plano cartesiano, o explicación de la conversión de grados a radianes sin usar una circunferencia, por mencionar algunos ejemplos típicos. Lo interesante en este punto

es que además de jugar un papel indispensable en la explicación, tiene un efecto en lo que aprende el estudiante.

... por un lado el lenguaje visual en matemáticas puede llegar a ser una fuente para actividades que promuevan nuevas ideas y pensamiento, por otro lado, la particularidad de cualquier diagrama, gráfica o ilustración reduce, regularmente, las imágenes del estudiante y lo conduce a pensamientos estereotípicos (Yerushalmy, 2005, p. 217).... En un diagrama interactivo el lector puede actuar dentro del contexto del ejemplo dado, cambiarlo o crear otros similares... (p. 234)

Un escenario en-línea es una interfaz cargada de elementos visuales, es el ambiente gráfico por excelencia. La representación de nociones matemáticas y las explicaciones como parte del discurso escolar deben guardar coherencia con este ambiente, por lo que el lenguaje visual y la visualización constituirán parte medular de la actividad y el aprendizaje del estudiante.

La visualización se ubica, tradicionalmente, como componente de los procesos mentales que tienen lugar en la actividad matemática, aunque se tiene claro que al relacionarse estrechamente con la percepción se presenta también en diversas situaciones de la vida cotidiana. En este sentido, nos parece que no existe una aproximación teórica dominante en el terreno de la visualización y que las diferentes posturas coinciden en que visualizar, en matemáticas, no se reduce al acto de ver las diversas representaciones de un objeto matemático. En un ambiente gráfico conviene adoptar una perspectiva que entienda a la visualización en un sentido más amplio, como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información (gráfica, numérica, geométrica, algebraica, analítica, etc.) en el *pensamiento* y el *lenguaje* del que aprende (Cantoral y Montiel, 2001). De modo que al realizar la actividad de visualización se requiera de usar nociones y representaciones matemáticas, pero también se necesite del uso de un lenguaje compartido para explicar situaciones problema y describir experiencias vivenciales.

Manejo simbólico-algebraico

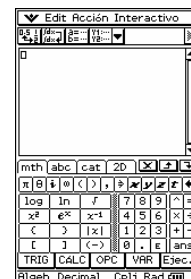
Los *sistemas de cómputo algebraico*⁴⁸ revolucionaron las técnicas simbólicas, principalmente en el álgebra, tradicionales de la escuela cuando se incorporaban tecnologías con este tipo de manejo. A partir de lo reportado en (Lagrange, 2005; Trouche, 2005a; Trouche, 2005b y Artigue, 2005) se puede percibir cómo algunas técnicas tradicionales quedan obsoletas cuando una herramienta simbólica entra en juego en la resolución de ciertas *tareas* o *situaciones*. De aquí que la idea de construir nuevos espacios se ve no sólo reforzada, sino apoyada por la evidencia que la herramienta simbólica tiene un *valor epistémico* y permite la creación de nuevas *técnicas*⁴⁹.

Sin embargo, se debe considerar que el buen manejo de los comandos predefinidos por la herramienta tecnológica y el entendimiento de la sintaxis son variables a considerar en el diseño de secuencias de aprendizaje.

Por otro lado, se debe considerar que el uso de un lenguaje simbólico mediado por la computadora pasa necesariamente por el uso de un teclado (físico o digital) o de editores de ecuaciones, que en su mayoría tienen una gama amplia de símbolos. Distinguir entre el signo negativo o el operador resta, entre las literales y las variables, entre el valor del signo igual en diferentes Menús (para el caso de los programas o herramientas matemáticas), etc., son variables de control que condicionan la construcción de un lenguaje simbólico.

⁴⁸ Conocidos como CAS, por las siglas de Computer Algebra Systems

⁴⁹ Se resaltan los términos *tareas* y *técnicas*, porque no se asumen en un sentido tradicional, sino en el de la Teoría Antropológica de lo Didáctico



Simulación e Interactividad

El modelo de trabajo en línea al que nos hemos referido se apoya en las tecnologías informáticas y en la conectividad que logran las computadoras unas con otras a través de Internet. Un rasgo distintivo en este escenario es el intercambio de información a través de las redes de comunicación, a través de protocolos de comunicación unificados lo que permite compartir datos no importando el tipo de soporte o plataforma de trabajo.

Escencialmente la comunicación entre estos equipos permite la comunicación entre las personas, sin embargo, los sistemas lógicos y redes neuronales han abierto la posibilidad de interacción con las personas hasta un nivel complejo.

Una característica de estos modelos es la capacidad de respuesta ante conductas o manifestaciones humanas, así por ejemplo, un programa graficador ofrece un interfaz que conecta a la persona con la arquitectura del programa, no propiamente con la fisonomía o apariencia del programa (color, forma, etc.) sino con la experimentación que tiene la persona; en cómo se relaciona con el objeto.

Así, podemos explicar la interactividad que se logra entre una persona y una aplicación java, en realidad los “botones” o iconos que activan una función de la animación son el medio para *interactuar* con la arquitectura del programa, la experimentación que tiene una persona se fortalece porque el objeto está diseñado para responderle a la

persona. Este vínculo es una forma de interacción que genera conocimiento y es propio del aprendizaje en un escenario en-línea.

En García-Zatti (2007) se reportó el trabajo con un laboratorio virtual, que permitía la experimentación y la obtención de datos, como el centro de la interactividad entre el estudiante y las nociones en juego, afirmando que las actividades que hagan uso de este tipo de simulaciones serán el centro del aprendizaje en línea.

Elementos instruccionales para la organización de un ambiente en línea

Los ambientes de aprendizaje en línea⁵⁰ para matemáticas, elaborados en los últimos años, muestran una fuerte carga hacia el uso de programas computacionales matemáticos (Maple, Mathematica, Derive) o didácticos (Cabri, Classpad Manager, Geogebra), hacia la construcción de Applets, simulaciones, espacios multimedia y aplicaciones interactivas. Incluso algunos proyectos han construido *sistemas integrados* con cursos completos de matemáticas como LeActiveMath⁵¹ o Descartes⁵², considerados, técnicamente, bases de datos de *objetos de aprendizaje* (Moormann y Groß, 2006).

Una categorización de los diseños que utilizan Internet en los cursos de matemáticas la elaboraron Engelbrecht y Harding (2005a), considerando el uso que hacen de Internet (informativo, como suplemento, para visitas frecuentes, para cursos semi-presenciales, para cursos 100% en-línea) y para qué lo usan (por los recursos matemáticos, como tablero de noticias, para visitar sitios con contenidos matemáticos, para exploración y demostración, para consultar ejercicios o exámenes, para usar espacios de comunicación, para incluir cursos completos). Aunque los casos que reporta no pertenecen estrictamente a programas educativos a distancia, dan un

⁵⁰ No necesariamente a distancia

⁵¹ <http://leam-calculus.activemath.org/ActiveMath2/main/menu.cmd>

⁵² <http://descartes.cnice.mecd.es>

panorama significativo de los elementos que consideran importantes para enseñar-aprender matemáticas usando la computadora e Internet como escenario de instrucción.

Justo en el diseño instruccional intervienen elementos nuevos para quienes hasta ahora hemos diseñado secuencias didácticas para el aula presencial. Algunas *Aulas Virtuales, Ambientes Virtuales de Aprendizaje o Sistemas de Administración de Aprendizaje*, cuentan ya con una cierta organización y distribución para adaptar los contenidos de cualquier asignatura, es decir, no hacen distinción entre lo que se desea enseñar. Regularmente cuentan con espacios de *Información, Documentos, Actividades, Foros, Herramientas de Comunicación, Evaluación*, entre otras.

Sin embargo, en la construcción de interfaces independientes de estos espacios predefinidos se deben considerar elementos de diseño gráfico (uso de color, tamaño de letra para el texto, uso de imágenes), de organización y distribución de la información, así como el desempeño que tiene un alumno en estos escenarios ante cierto tipo de materiales. Por ejemplo, largas lecturas frente a la pantalla de una computadora (sobre todo en archivos a blanco y negro, de extensión PDF) pueden ser poco efectivas e incómodas físicamente.

En lo que respecta a lineamientos de diseño instruccional para textos interactivos matemáticos el trabajo de Yerushalmy (2005) es bastante ilustrativo e importante porque su propuesta es específica del tratamiento escolar de conceptos matemáticos. Se tendría que considerar la variable *a distancia* para la elaboración de un texto en línea.

Líneas y preguntas de investigación

La educación de las matemáticas a distancia y en línea es un campo lleno de preguntas de investigación. No obstante, tenemos muchos resultados teóricos, prácticos y de innovación (incluso una gama amplia que involucran escenarios tecnológicos) que nos proporcionan un punto de partida significativo para el diseño de ambientes virtuales

de aprendizaje. Aun son pertinentes las preguntas generales como el qué se enseña, cómo se enseña o cómo se aprende. Sin embargo, hay preguntas más específicas que nos darán información sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje en estos nuevos escenarios.

Es importante entender cómo se da una discusión matemática en diferentes formatos de comunicación (mensajería instantánea, Blog, foro), cómo se desarrolla el lenguaje algebraico en un ambiente donde se deben seleccionar, y no solo escribir, símbolos predefinidos (por los editores de ecuaciones o los programas que cuentan con CAS), qué estatus tienen ahora los registros de representación gráfica o geométrica en la evaluación del aprendizaje (dado el ambiente gráfico dominante), entre otras.

Algunos planteamientos de Engelbrecht y Harding (2005b), aunque no estén pensados con la variable “a distancia” como parte del proceso educativo, son igualmente pertinentes:

- entender los estilos de enseñanza,
- identificar elementos pedagógicos que se pueden preservar en un contexto en línea,
- identificar los elementos de interacción humana en un escenario en línea,
- cómo una comunidad virtual puede funcionar exitosamente dentro de un ambiente en línea,
- la efectividad de las herramientas visuales de Internet en el aprendizaje de los estudiantes,
- perfil de los estudiantes y los profesores de un ambiente educativo en línea,
- cómo determinar qué contenidos son aptos para desarrollarse en un ambiente educativo en línea.

Es claro que la especificidad de nuestra disciplina nos exige hacernos estas preguntas en relación a las nociones matemáticas escolares, es decir, considerando la naturaleza de los saberes que hemos designado como “saber a enseñar en estos nuevos escenarios”.

La educación a distancia en línea es la respuesta,... ¿cuál era la pregunta?

La intervención de la tecnología en la vida diaria es inevitable. En algún momento dejamos de utilizar cotidianamente el VHS, los discos de acetato o las cintas de audio (casete), los disquetes de 5 ¼ y 3 ½, para sustituirlos por el DVD, los discos compactos o los reproductores de MP3 y las memorias USB; y ello no provocó que dejáramos de ver películas, escuchar música o guardar información. Cambiamos los medios, mejoramos la imagen y el audio, aumentamos la capacidad de almacenamiento y la movilidad de los dispositivos, entre otras cosas. El ritmo al que avanzan la ciencia y la tecnología permite el cambio en los mecanismos de interacción, comunicación, desarrollo y entretenimiento.

Si la escuela es el espacio donde formamos a los ciudadanos como profesionales productivos de nuestra sociedad, se esperaría que la tecnología se incorpore no sólo como herramienta, sino como parte integral de dicha formación. Sin embargo, su incorporación en el aula de matemáticas, en México, ha sido un proceso lento por causas económicas, sociales, ideológicas, de capacitación del docente, entre otras.

Un escenario educativo en línea parte del principio que es posible el aprendizaje mediado por la tecnología, es decir, todos aquellos obstáculos que encontró la tecnología en escenarios presenciales desaparecen por carecer de sentido. Esto refuerza la idea central de este documento, *la educación a distancia en línea es un nuevo escenario que debemos construir*, no desde cero porque ya tenemos fundamentos teóricos y evidencia empírica sobre los procesos didácticos referentes a las matemáticas, pero si con una nueva visión de lo que es enseñar y aprender

matemáticas en un ambiente, donde la tecnología es *la interfaz, el medio de comunicación y la herramienta para actuar*. Estamos en el momento crucial de decidir cómo será la educación de las matemáticas en esta nueva modalidad educativa, por eso es importante reconocer todas las variables asociadas a la construcción de ambientes virtuales de aprendizaje, tanto técnicas como didácticas. El propósito de exponer las ideas y propuestas de este documento en un Grupo de Discusión es el construir con la comunidad las estrategias bajo las cuáles hemos de construir proyectos educativos en este dominio.

En este momento podemos asegurar un punto de partida: *evitar el traslado de las prácticas educativas del escenario presencial al escenario en línea*, lo que incluye materiales, instrucción y evaluación. Cuanto más se parezcan los escenarios más rápido se reproducirán las costumbres tradicionales, entonces para qué construir un nuevo escenario.

Si la razón por la cual las Instituciones buscan implementar educación en línea es *reducir los gastos y llegar a más estudiantes*, conviene que previo a su proyecto revisen los estudios que se han realizado sobre esta *ilusión*⁵³. La modalidad en línea ofrece una gama amplia de oportunidades de instrucción, comunicación, interacción e interactividad, pero para hacerlas efectivas se debe romper con el modelo industrial de las primeras dos generaciones de la educación a distancia, es decir, con la transmisión unidireccional dirigida a poblaciones numerosas. La comunicación en múltiples direcciones, la interacción y retroalimentación requiere de atención personalizada a los participantes de una experiencia en línea, ello implica recursos humanos suficientes, habituados al ambiente y especialistas en la didáctica de los contenidos. En consecuencia debe repensarse la idea de *masificación* a través de las modalidades educativas mediadas por las TIC si no se cuenta con el respaldo docente,

⁵³ Algunos resultados pueden consultarse en Guri-Rosenblith (2005)

administrativo y técnico que demanda la atención del estudiante en estos nuevos escenarios.

Bibliografía

Albano, G., Gaeta, M. y Salerno, S. (2006). E-Learning: a model and process proposal. *International Journal of Knowledge and Learning* 2(1/2), 73-88.

Aleksandrov, A., Kolmogorov, A. y Laurentiev, A. (1973). *La matemática: su contenido, método y significado*. Madrid: Alianza Editorial.

Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En Mancera, E. y Pérez, C. *Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM*, pp. 9-21.

Artigue, M. (2005). The integration of symbolic calculator into secondary education: some lessons from didactical engineering. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 231-294). New York, U. S. A.: Springer

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3): 245-274.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Pearson-Educación.

Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique.

Engelbrecht, J. y Harding, A. (2005a). Teaching undergraduate mathematics on the Internet. Part 1: Technologies and Taxonomy. *Educational Studies in Mathematics* 58, 253-276.

Engelbrecht, J. y Harding, A. (2005b). Teaching undergraduate mathematics on the Internet. Part 2: Attributes and Possibilities. *Educational Studies in Mathematics* 58, 253-276.

García-Zatti, M. (2007). *Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia de educación a distancia*. Tesis de Maestría no publicada. CICATA-IPN, Legaria. México

Guri-Rosenblith, S. (2005). 'Distance Education' and 'e-learning': Not the same thing. *Higher Education* 49(4), 467-493.

- Haspekian, M. (2005). An "Instrumental Approach" to study the integration of a computer tool in to mathematics teaching: the case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 10, 109-141.
- Herman, E. y D. Pepe, M. (2007). Writing an Interactive Mathematics Text. *The Journal of Online Mathematics and its Applications*, Vol. 7. Disponible al 7 de octubre de 2007 en <http://www.maa.org/joma/Volume7/Herman/Interactive.html>
- Hopper, K. (2001). Is the Internet a classroom? *TechTrends* 45(5), 35-43.
- Lagrange, J. (2005). Using symbolic calculators to study Mathematics. The case of tasks and techniques. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 113-135). New York, U. S. A.: Springer
- Mclsaac, M. y Gunawardena, C. (1996). Distance Education. In D.H. Jonassen, ed. *Handbook of research for educational communications and technology: a project of the Association for Educational Communications and Technology*. 403-437. New York: Simon & Schuster Macmillan. Documento disponible en <http://seamonkey.ed.asu.edu/~mcisaac/dechapter/>
- Montiel, G. (2002). *Una caracterización del contrato didáctico en un escenario virtual*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México. Documento disponible en http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/montiel_2002.pdf
- Moormann, M. y Groß, C. (2006). "LeActiveMath"- a new innovative European eLearning system for calculus content. *ZDM* 38(6), 472-481.
- Niper, S. (1989). Third generation distance learning and computer conferencing. In Mason, R. y Kaye, A. (Eds.) *Mindweave: communication, computers and distance education*. Oxford: Pergamon Press, pp. 63-73.
- Trouche, L. (2005a). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculators environments. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 137-162). New York, U. S. A.: Springer
- Trouche, L. (2005b). Instrumental genesis, individual and social aspects. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument* (pp. 197-230). New York, U. S. A.: Springer
- Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 10(), 217-249.