

## ERRORES Y DIFICULTADES AL INTRODUCIR LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE LOS DECIMALES CON LA CALCULADORA

Claudia Marlene Noguez Velázquez, Eugenio Filloy

CINVESTAV-IPN

cnoguez@cinvestav.mx

**Resumen.** Esta investigación forma parte del proyecto “Procesos de Abstracción y Patrones de comunicación en Aulas de Matemáticas y Ciencias con Entornos Tecnológicos de Aprendizaje” que pretende observar los errores y dificultades que se presentan en el aula cuando se trabajan los contenidos relacionados con las fracciones y los decimales, incorporados a un ambiente tecnológico. Aunque en un primer momento se diseñaron las lecciones para que se utilizaran conjuntamente con la calculadora TI-15, herramienta que por sí misma involucraba un cambio de actitud en el trabajo por parte de los profesores (ya sea en la dinámica de trabajo grupal o bien con respecto a su posición con respecto a la calculadora), posteriormente éstas (lecciones) fueron adaptadas para utilizarse como diapositivas y así utilizarse con el pizarrón electrónico y como lecciones que se trabajaron directamente en la computadora.

**Palabras Clave:** Fracciones, decimales, calculadoras.

### Introducción

En la actualidad el uso de las herramientas tecnológicas ha ocupado un espacio en todos los niveles educativos y en diferentes países, resultado del desarrollo tecnológico. En México existen diversos investigadores que han dirigido sus esfuerzos sobre la enseñanza y aprendizaje con las calculadoras, algunos de ellos son los siguientes:

- Moreno (1998, 1999a, 1999b, 1999c) nos proporciona un marco sobre las herramientas computacionales como medios (instrumentos de mediación) para la construcción de conceptos matemáticos.
- Santos (1999) pone en evidencia que la tecnología proporciona un espacio para explorar diferentes aproximaciones de un problema (resolución de problemas).
- Moreno, Rojano et al (1999) reportan una investigación realizada a alumnos de secundaria, sobre el impacto de las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, donde los resultados muestran que los alumnos encuentran un medio para expresar sus ideas matemáticas.

El propósito ha sido el proporcionar argumentos para que reconozcamos a las nuevas tecnologías como un instrumento de mediación, que no la veamos como una herramienta ajena a la educación.

Así es que se pretende compartir la afinidad sobre la calculadora, la computadora y al pizarrón electrónico como tecnologías mediadoras, así como lo son el papel, el lápiz, el bolígrafo, etcétera. Toda tecnología modifica nuestra estructura cognitiva y nuestra reorganización social, de manera que: “Las herramientas de mediación transforman la naturaleza del conocimiento que se logra construir con ellas” (Moreno, 1999a, p.1). Es decir, la calculadora la computadora y al pizarrón electrónico son medios donde se pueden expresar nociones matemáticas con el fin de adquirir un aprendizaje significativo para el estudiante.

En México, la Secretaría de Educación Pública incluyó en el Plan y Programas de 1993 una recomendación para que se incorporara el uso de la calculadora en el nivel de educación básica. Las innovaciones tecnológicas en la educación podrían llegar a modificar algunas de las funciones que desempeña el profesor en el salón de clases pero, al mismo tiempo, se abre un espacio a fin de reforzar ciertas tendencias educativas: mayor tiempo para la reflexión personal, mayor interacción con grupos,

mejores y mayores soportes audiovisuales para apoyar el discurso del profesor, más tiempo para la actualización, más comunicación con otros sistemas educativos e informáticos interiores y exteriores a través de redes de transmisión, etcétera (Pantoja, G. 2002, p.15).

La introducción de la calculadora en el aula tiene como meta despertar el interés en los estudiantes y la curiosidad por los diversos temas de la currícula de matemáticas, que refuercen sus conocimientos y pongan en práctica los conceptos aprendidos. Sin embargo, la calculadora se encuentra en la fase de aceptación, tanto por profesores como padres de familia y autoridades, ya que por creer que resuelven los problemas matemáticos del individuo se tiene poca credibilidad sobre su uso.

El hecho de que el estudiante haga uso de la calculadora no significa que todas las operaciones que realice o los procedimientos que plantee para resolver problemas sean los correctos; pues para usar la calculadora también se requiere hacer un planteamiento y pensar. Lo que se pretende es que con el uso de la calculadora como herramienta de enseñanza, favorezca la comprensión de las nociones matemáticas, a partir del diseño de problemas donde se permita el desarrollo de destrezas, cálculo mental, etcétera.

La introducción de la tecnología en la escuela aporta características diferentes en cuanto a la enseñanza tradicional, por ello es importante que estudiantes y profesores estén dispuestos a estas innovaciones, pues el éxito de la utilización de estos dispositivos tecnológicos depende de la forma en que el profesor utilice, promueva y negocie con el estudiante, de tal manera que la tecnología aporte un nuevo aprendizaje. Para esto se requiere del diseño de actividades de aprendizaje para esta nueva herramienta, así como nuevas formas de enseñanza y aprendizaje

Por otro lado, la enseñanza de la matemática, en específico las Fracciones y los Decimales, se han caracterizado por ser contenidos complejos que suelen ser difíciles de entender, dado que se relacionan a diversas situaciones y contextos, es así que al momento que el profesor pretender explicar cómo es que se relacionan estas dos

representaciones, irrumpen una serie de conflictos que dificultan su comprensión y se termina por establecer reglas que muchas veces carecen de significado para los alumnos.

Freudenthal, en su obra *Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas*, a lo largo de su obra resalta que las fracciones deben acercarse al alumno mediante un lenguaje que entienda (1994). Dadas las diversas dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse al tema de fracciones; es necesario poner en funcionamiento nuevos métodos y técnicas de aprendizaje, que den un significado a lo que se está enseñando.

Linares (1984) señala que en el año de 1937, Wilson y Dalrympe (citados en Fey, 1980) llevaron a cabo una investigación sobre los usos sociales y comerciales de las fracciones. Concluyeron que: “La necesidad de manejar con solvencia las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos y doceavos, la resta de fracciones se presenta raramente y que la división casi nunca aparece...”. Dando evidencia de la aplicación de las fracciones a la vida cotidiana (la mitad del árbol, un tercio de plátanos, tres cuartos de kilo, etc.), pero limitada a hablar de una “parte-todo”, sin tener la necesidad de usar las operaciones con fracciones.

Freudenthal (1994) comenta que: “Las fracciones complicadas y las operaciones con ellas son invenciones del maestro que sólo pueden entenderse a nivel superior...”. Por otra parte, autores como Joy y Cable (1981) “...defienden la permanencia de las fracciones apoyándose en que las operaciones como la multiplicación y división de decimales sólo podrán entenderse correctamente si se saben las correspondientes operaciones con fracciones...” (Linares, 1984, p.28), dando importancia a la relación que los decimales, tienen con los números fraccionarios y como las operaciones realizadas con las fracciones serían de utilidad para entender las operaciones con números decimales. Dienes (1972) en la aplicación de sus principios de variabilidad matemática afirma que “...si queremos mantener la enseñanza de las fracciones decimales en la introducción del número decimal, para que sean bien entendidas por

nuestros alumnos, es necesario que tomen conciencia de la existencia de otras fracciones, de las que el número decimal es un caso particular...”.

Por su parte, Kieren (1975) “...ve en las fracciones un fundamento para las relaciones algebraicas posteriores, y considera que la comprensión de los números racionales es básica para el desarrollo y control de las ideas matemáticas”. Así, podemos notar en las opiniones de diversos investigadores, la importancia que tienen las fracciones y su relación con los números decimales, siendo estos conceptos un tema a seguir investigando.

También, es importante señalar las diferentes interpretaciones que se le han dado a las fracciones, pues esto nos dará una idea de cómo se ha desarrollado este concepto en nuestro tiempo. Comúnmente, la interpretación que damos a las fracciones, es de acuerdo a la definición proporcionada por un libro de texto, definida de la siguiente manera: “una fracción es el cociente indicado de dos cantidades  $\frac{a}{b}$ , con  $b$  diferente de 0, pareciendo que esta forma de definir las fracciones en contextos y situaciones, no tiene nada en común, por ejemplo:

- a) Para establecer la relación entre la parte sombreada y el “todo”.
- b) Un litro de leche cuesta \$6.00, ¿cuánto valen  $\frac{3}{5}$  de litro de leche?
- c) En un grupo hay 24 niñas y 21 niños, en un día de clases faltó “una sexta” parte de niñas y una “tercera” parte de niños. ¿Cuántos niños faltaron?, ¿Cuántas niñas no asistieron a clase?, ¿Qué cantidad de alumnos faltaron ese día?

Dadas esas interpretaciones se espera, que los estudiantes estén en posibilidad de identificar los diferentes contextos de la idea de fracción, pero además es cuestionable; si se puede esperar que los estudiantes sean capaces de comprender y, conseguir la destreza para interpretar los diferentes contextos de las fracciones, tal parece que esa comprensión a situaciones distintas del concepto de fracción, no son del todo claras para los estudiantes.

Los resultados relativos al proceso enseñanza-aprendizaje de la ideas de fracción, como lo señala Linares (1984, pág.35) “han indicado que, para que el niño pueda conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, se deben plantear las secuencias de enseñanza de tal forma que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones” (Kieren, 1976; Dienes, 1972).

Pero, desarrollar el concepto de fracción con todas sus relaciones e interpretaciones en el ámbito escolar conlleva un proceso a largo plazo. Esto es, cuando se tenga en mente desarrollar en los alumnos secuencias de enseñanza-aprendizaje de las nociones de fracciones y sus interpretaciones, hay que tener presente que: las muchas interpretaciones, y el proceso de aprendizaje requiere tiempo y esfuerzo para llevarlos a cabo, pero esto quizá nos proporcione un conocimiento a largo plazo en los estudiantes. Por lo que, es fundamental tener en cuenta que las habilidades que se pretenden desarrollar en los estudiantes para el manejo de los símbolos y las operaciones referentes a las fracciones, no serán de fácil retención.

Por otro lado es reconocida una ajenación entre los distintos significados de fracción y su relación con los decimales; según Haseman (1987) lo caracteriza como una desconexión que “se aprecia tanto en intervenciones individuales como en trabajos colectivos. El significado depende de la clase de problema y de la forma de presentación del mismo”.

Pitkethli y Hunting (1996) afirman que entre los escolares no hay un significado predominante de fracción, así, “para un grupo de investigadores, el sentido prioritario de la fracción es el de la relación parte-todo, en contextos discretos y continuos; mientras que otros investigadores identifican ideas de razón y proporción como constructos de fracción prioritarios en los jóvenes” (1996).

Con respecto a las fracciones decimales, Wearne, Hiebert y Taber (1991), señalan que tienen aspecto discreto al considerar numerador y denominador como entes numéricos diferenciados, pero tienen aspecto continuo al considerar la fracción como

un solo ente numérico; y es este aspecto continuo de los decimales el que resulta de difícil comprensión para los escolares. Las notaciones fraccionarias y decimal son sistemas simbólicos paralelos que representan los mismos conceptos; para el alumno es difícil de asimilar que cualquier concepto, especialmente un número, pueda tener más de un símbolo (Owens y Super, 1993).

conceptual que tienen de los números racionales y los procedimientos que utilizan en la manipulación de símbolos, sobre todo con las expresiones decimales (Hierbert y Wearne, 1986). Los alumnos generalizan el significado de las representaciones simbólicas para los números naturales a fracciones, y viceversa (Marck, 1995, p.424).

El orden de los números naturales interfiere el orden de las fracciones decimales (Resnick et al, 1989). Los errores en el orden de las expresiones decimales están asociados a la aparente simetría alrededor de la coma decimal y a las dificultades de distinción de los nombres de los números naturales y decimales; estas dificultades provocan la alta tendencia de los niños a aplicar reglas de los números naturales para comparar las fracciones decimales, dando lugar a técnicas de comparación como la regla del número entero, la regla de la fracción o la regla del cero, (Owens y Super, 1993).

Asimismo, también es conocido que esta relación entre el sistema fraccionario y decimal, en el ambiente docente, está más inclinado hacia una enseñanza tradicional, priorizando uno de los distintos significados de la fracción o de las expresiones decimales. Así, para el caso de la fracción, la propuesta de Streeflend (1991) otorga más importancia al significado de la fracción como cociente y en los trabajos de Dienes (1972) se prioriza el significado de fracción como operador.

En el caso de las expresiones decimales Muarin y Joshua (1993) introducen a los decimales, como medidas de una misma cantidad expresadas respecto a diferentes unidades.

En la propuesta de Brousseau y Brousseau (1987), se enfatiza el número decimal a partir de la estructura polisémica en el sistema de numeración. Es así que

encontramos diversas propuestas de enseñanza, que buscan establecer conexiones entre el lenguaje oral, escrito, pictórico, y simbólico utilizando modelos de bloques o utilizando la recta numérica para conectar los conceptos decimales y fraccionarios (Thompson y Walker, 1996). En estos estudios se indica que la falta de una estrategia para enseñar los números decimales y su relación que tienen con los números fraccionarios influye en la construcción del significado de los números decimales con respecto a una noción conceptual. En algunas ocasiones sólo se hace uso de algoritmos y no hay un razonamiento de por qué se establece ese procedimiento.

## **Metodología**

El trabajo se realizó en la Escuela Primaria “Hermanos Revueltas”, con alumnos 5° y 6° grado. Las actividades que se propusieron estuvieron vinculadas a los números decimales y fraccionarios, con la ayuda de la calculadora TI-15. Las lecciones estuvieron diseñadas, principalmente para el tercer ciclo de educación primaria, ya que de acuerdo con el Plan y Programas 1993, poseen los antecedentes necesarios para abordar estos contenidos.

Para un diseño tal, se consideraron algunas de las dificultades que se presentan:

- La utilización de las reglas de los números naturales para comparar las fracciones decimales (Owens y Super, 1993).
- Cualquier concepto especialmente el número puede tener más de un símbolo (Owens y Super, 1993).
- El orden de los naturales interfiere en el orden de las fracciones decimales (Resnick, 1989).
- El no aparejar un número decimal con su respectiva representación fraccionaria. (Hierbert y Wearne, 1996).

Se requirió de los siguientes aspectos a valorar:

1. En la investigación, la preocupación principal se centró primeramente en identificar con claridad y coherencia el problema de investigación para lo cual se realizó una revisión de bibliografía que permitió esclarecer nuestro problema de investigación.
2. Se diseñó un examen diagnóstico que facilitó el observar las deficiencias que poseen los niños de 5º y 6º grado de educación primaria, cuyas edades oscilan entre los 10 y 12 años respectivamente, respecto a los contenidos que anteceden para, posteriormente, hacer una clasificación de sus competencias.
3. Una vez obtenidos los datos, se solicitó al profesor titular que estuvo a cargo de los niños, efectuar un repaso de los contenidos en los que se identificó más debilidad por parte de los alumnos, con el fin de que los grupos comenzaran, si bien no con un mismo nivel, sí con un nivel más homogéneo.
4. Se diseñaron lecciones sobre las fracciones y decimales con calculadora apoyando al libro de texto; estas lecciones estuvieron enfocadas a un aprendizaje significativo (Gimeno, 1996), por lo que iniciaron cada actividad con una parte motivacional, preguntas integradoras, una parte integradoras de conocimiento formal, ejercicios y una evaluación.
5. Con el fin de que se pudiera establecer una interacción comunicativa y para obtener evidencia de la lógica de los alumnos, así como de sus dificultades, se organizó al grupo en equipos, cada sesión se videograbó.

Se trató de apegar al esquema (ver Figura 1) de investigación de acuerdo con Filloy (1991)

## Resultados

Actualmente nos encontramos en el análisis de los resultados obtenidos y en la clasificación y elección de los subgrupos de la población estudiada, en la que estén presentes las distintas clases o perfiles para posteriormente llegar a una clasificación de la población, en estratos o perfiles según el desempeño en el diagnóstico y los datos proporcionados en las lecciones que se estructuraron.

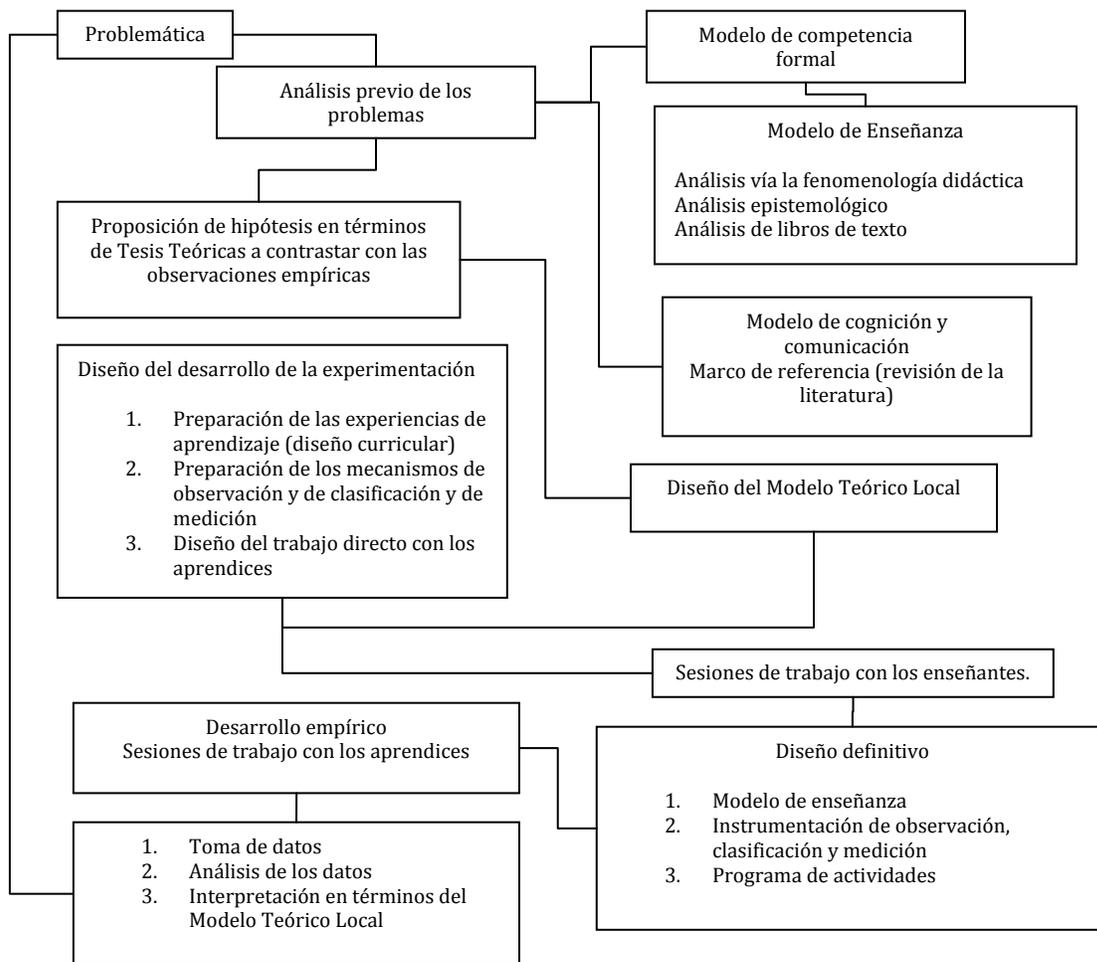


Figura 1. Esquema del desarrollo de la experimentación (Filloy,1991)

## Bibliografía

- Brousseau, G. (1981). Problemes de didactique des decimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*. Francia.
- Brousseau, G. & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatory*. I.R.E.M. De Bordeaux I.
- Centeno, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Síntesis. España.
- Dienes, P. (1972). *Fracciones*. Teide, España.
- Figueras, O. (1998). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales*. Matemática Educativa, Cinvestav, México.
- Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México. Grupo Editorial Iberoamericana. México.
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Traducción Luis Puig. Cinvestav, México.
- Gimeno, J.: 1996. *Comprender y transformar la enseñanza*. Morata, España
- Hasemann, K. (1987). *Pupils' individual concepts of fractions and the role of the conceptual conflict in conceptual change*. *Articules on Mathematics Education* pp. 24-39.
- Hierbert, J. & Wearne, D. (1986). *Procedures Over Concepts: The Acquisition Of Decimals Numbers Knowledge: The Case Of Mathematics*. Earlbau, Hisdalle.
- Linares C. S. (1984). *Las Fracciones, La Relación Parte-Todo*. Síntesis. España.
- Lupiañez, J. (2000). *Nuevos acercamientos a la historia de la matemática a través de la calculadora TI-92*. Matemática Educativa, Cinvestav, México.
- Muarin y Joshua. (1993). *Les structures numériques á l'école primaire*. Ellipses, Francia.
- Owens, D. & Super, D. (1993). *Teaching and learning decimal fractions. Research ideas for the classroom. Middle grades mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, USA.
- Pantoja, G. (2002). *Aritmética fácil con el uso de la calculadora*. UPN, México.
- Pitkethly, A. & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational studies in mathematics*. (30)1, pp. 5-38
- Ramírez, J. (2001). *Formación de cuadros para la integración de las Tecnologías de la información y las comunicaciones en la Educación Básica en México* Matemática Educativa, Cinvestav, México.
- Resnick, L. & Ford, W.W. (1991). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Piadós -M.E.C. España.

Streefland, L. (1991). *Fractions in realist mathematics education. A paradigm of developmental research*. Klumer Academic Publishers, Holanda.

Thompson & Walker. (1996). *Connecting Decimals and Other Mathematical Context*. Teaching Children Mathematics, (2), 8, pp.496-502

Wearne, D., Hiebert, J & Taber, S. (1991). *Four grades' gradual construction of decimal fractions during instruction using different physical representations*. Elementary School Journal. 91 (4), Pág. 321-341