LAS EXPLICACIONES DISCURSIVAS DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS, AL ABORDAR EL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA

Luz Janet Tagle Emigdio, Santiago R. Velázquez Bustamante

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

tagle_emigdio@yahoo.com.mx, sramiro@prodigy.net.mx

Resumen. *El presente artículo se orienta en explorar las explicaciones discursivas que los profesores de matemáticas realizan a la hora de abordar el concepto de función cuadrática. Tomando como marco teórico la aproximación socioepistemológica. Ya que consideramos que al discurso matemático escolar se le mira desvinculado de aspectos culturales y sociales desde los cuales los alumnos resignifican los conocimientos matemáticos. Se considera un modelo de investigación cualitativa basada en el método etnográfico que toma a la observación como técnica de registro, lo cual ayuda a analizar las clases que se videograbaron, aclarando que dicha investigación se encuentra en proceso. Para esto se toman en cuenta profesores en servicio del nivel medio superior.*

Palabras clave: Discurso matemático escolar, Función cuadrática, construcción social de saberes.

Introducción

Recientes evaluaciones[5] reportan que la educación matemática en nuestro país no ha alcanzado las expectativas requeridas, por lo cual consideramos que es sumamente necesario que la investigación en matemática educativa se oriente en buscar qué factores están influyendo en el bajo rendimiento matemático. Se considera uno de los diversos factores, a la mala imagen que la sociedad tiene de las matemáticas, ya que piensa que trata

[5] PISA (por sus siglas en ingles): Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes.

INNE: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

con objetos abstractos los cuales no pueden relacionarse con la práctica social y por lo tanto su comprensión es muy complicada, otro factor es, que la sociedad toma en cuenta al profesor como el portador del saber y el responsable de transmitir el conocimiento, mientras que al estudiante solo lo miran como un receptor, sin considerar que la interacción entre profesores y alumnos es base del proceso de aprendizaje. Debido a esto se han realizado diversas investigaciones enfocadas a estudiar la práctica del profesor desde diferentes perspectivas, por tal motivo nuestra investigación se centra en conocer qué explicaciones discursivas emplean los profesores cuando intentan introducir el concepto de función cuadrática al aula. Ya que dicho concepto está asociado a situaciones de otras ciencias, además tiene potencialidades para representarlo en diferentes registros, de tal manera que profesores y alumnos cuentan con una vasta colección de prácticas en la construcción y resignificación de estos saberes.

En este sentido se desarrollan corrientes teóricas que evidencian que los objetos matemáticos están relacionados con la vida cotidiana y con la cultura. Como la socioepistemología en la cual se inscribe esta investigación, que es una aproximación teórica que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología, la dimensión social del saber, los procesos cognitivos y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán 2004). Esta posición busca revelar fenómenos didácticos producidos en el campo de las matemáticas por medio del análisis del papel que juega la construcción social del conocimiento desde una perspectiva múltiple y sistémica, en nuestro caso queremos conocer cómo se mira la función cuadrática desde esta perspectiva.

Considerando la comunicación y principalmente las interacciones entre profesores y alumnos, podemos decir que construir socialmente el significado de un objeto matemático particularmente función cuadrática, arroja una mejor comprensión por parte del alumno. En este sentido y a la luz de tal orientación teórica se pretende observar qué tipo de explicaciones discursivas utilizan los profesores al momento de introducir el concepto de función cuadrática. Puesto que el tema de función (cuadrática) en la mayoría de los profesores es vista sólo como el hecho de graficar puntos en el plano cartesiano y observar que curva se forma, sin tomar en cuenta los diversos tratamientos que pueden realizarse, por ejemplo los diferentes registros de representación (Duval, 1998) en la cual esté siendo estudiado, dicho problema puede deberse a que el profesor no establece una relación del concepto con sus diferentes representaciones así como también con la realidad.

Por otra parte podemos decir que al discurso matemático escolar (dme) se le mira desvinculado de aspectos culturales y sociales desde los cuales los alumnos resignifican los conocimientos matemáticos, tomando en cuenta que al hablar del dme nos referimos a las explicaciones discursivas, ya que (Resendiz, 2006; Nolasco & Velázquez 2007; Aparicio & Cantoral, 2006) en algunas de sus investigaciones sostienen que el discurso puede ser entendido, como el lenguaje oral, escrito, mímico, corporal. Por tanto asumimos que el discurso matemático escolar es el medio para que alumnos, profesores, padres, investigadores, etc. comuniquen, externen sus ideas y/o saberes. Por ende es un medio para la construcción social de saberes. Desde nuestro punto de vista construir un conocimiento matemático tomando en cuenta aspectos que van más allá de sólo la organización teórica del contenido, es más fructífero, es decir proporciona mayores satisfacciones para su comprensión.

Aparicio & Cantoral (2006) reportan que: *En las clases de matemáticas todavía no son suficientemente consideradas las prácticas sociales ligadas a la generación de aprendizajes y a la construcción de conceptos mismos: se tiene así que la práctica del discurso académico desconoce bondades del discurso cotidiano*. Por tal motivo nuestro objetivo en esta investigación se pretende explorar las explicaciones discursivas que utiliza el profesor cuando lleva al aula un conocimiento matemático, en este caso el concepto de función cuadrática.

Por su parte Reséndiz (2006) sostiene que las matemáticas generalmente se consideran como un cuerpo de conocimiento individual y como un lenguaje especializado, y considera que para obtener un mejor aprendizaje se requiere de la interacción, utilizando un lenguaje social que aquí se concibe como discurso.

De esta manera Buendía (2006) muestra que los objetos matemáticos deben ser abordados desde situaciones que contengan características y propiedades que ayuden a la reconstrucción del significado, ya que de esta forma los alumnos podrán reconocer su naturaleza, así como también usarlo significativamente.

Ruiz (2001) señala que la educación matemática enfatiza su separación del entorno sociocultural, y subestima su relación simbiótica con el mundo, que sin duda, esto ha sido una condición para obstaculizar el aprendizaje de las matemáticas.

De la misma forma Ramos & Font (2003) reportan que la enseñanza actual de los objetos matemáticos en las instituciones educativas es formalista y descontextualizada. Es decir utilizan un lenguaje científico, así como también no utilizan prácticas de referencia para transmitir el conocimiento.

Puesto que las matemáticas se han desarrollado por las necesidades de supervivencia del ser humano, ejemplo de ello es la necesidad de utilizar la ecuación cuadrática que es la expresión algebraica de la función cuadrática, para la solución de áreas como las lúnulas de Hipócrates de Quíos. Los primeros antecedentes indican que los egipcios, los babilonios, los chinos y los hindúes, trabajaron con la ecuación cuadrática pero de forma elemental (Ribnikov, 1987).

Sin embargo, a la pérdida de poder de las culturas mencionadas anteriormente comenzaron a sobresalir nuevos pueblos como los griegos que son los primeros en utilizar las matemáticas en forma más completa, ya que desarrollaron la teoría de las secciones cónicas, para obtener la solución de problemas que no podían ser resueltos con regla y compás. Las secciones cónicas son muy estudiadas por Apolonio de Perga (262-190 A.C.), perteneciente a la escuela de Alejandría, utilizando un procedimiento mucho más próximo a los métodos de la geometría analítica actual que a los puramente geométricos. Ya que él demuestra que de un cono se pueden observar tres tipos de curvas o secciones, variando la inclinación del plano, entre ellas la parábola. Alrededor del siglo III de nuestra, Pappus de

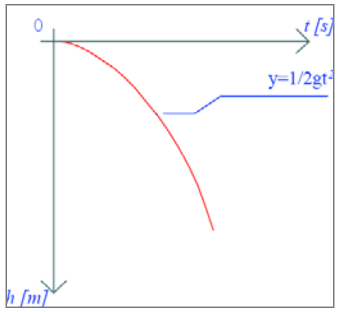
Alejandría realizó una importante contribución a las cónicas pues determinó elementos como el foco, directriz y el teorema de excentricidad, mediante argumentos geométricos (Ribnikov, 1987).

El concepto de función se consolidó hasta el siglo XVII, y su origen proviene de argumentos geométricos, ya que las ecuaciones de curvas se encontraban mediante propiedades geométricas, representando lugares geométricos (Youschkevitch, 1976). Por tanto la curva (parábola) tuvo origen en cuestiones geométricas con Apolonio.

Tiempo después surge la geometría analítica y con ello las expresiones analíticas de las funciones al contener dos variables x y y, tomando en cuenta la existencia de un lugar geométrico, por lo que Descartes dice que es posible relacionar una curva algebraica plana con una ecuación entre las coordenadas de los puntos. Por su parte Fermat presenta la curva parábola utilizando el método de coordenadas en donde sólo se trabaja con un eje (abscisa) y los valores de la otra variable también representados por segmentos, según un ángulo recto, de esta manera Fermat deduce que las ecuaciones de segundo grado corresponden a las secciones cónicas (Campos, 2003).

Más tarde Descartes establece que los puntos de las curvas algebraicas (curvas geométricas) guardan una relación con todos los puntos de una línea recta, y es posible representar esta relación mediante una ecuación, es así que se introdujeron las funciones como una ecuación, para nuestro caso, la parábola corresponde a una función de segundo grado (Campos, 2003).

Galileo Galilei en 1589 trabajó como profesor de matemáticas en Pisa, donde se dice que demostró ante sus alumnos el error de Aristóteles, que afirmaba que la velocidad de caída de los cuerpos era proporcional a su peso, dejando caer desde la torre inclinada de esta ciudad dos objetos de pesos diferentes. De aquí que la ecuación $y = \frac{1}{2}gt^2$, donde g= aceleración gravitacional, s= distancia y t= tiempo nos proporciona una función cuadrática (Tippens, 2001).



Optamos por observar como abordan el concepto de función cuadrática los profesores ya que tiene diversas prácticas en otras áreas del conocimiento, como en la física que es posible obtener volúmenes de cuerpos que son utilizados en la vida cotidiana (foco de los carros), así como mirar la trayectoria de una pelota lanzada al aire; en la ingeniería civil, para resolver problemas específicos como la construcción de puentes colgantes que se encuentran suspendidos en uno de los cables amarrados a dos torres; en biología que utilizan las funciones cuadráticas para estudiar los efectos nutricionales de los organismos, entre otros. Por tanto desde nuestro punto de vista asumimos que sí el profesor realiza dichas prácticas de referencia al abordar el concepto de función cuadrática el estudiante encontrará sentido e interés por comprenderlo.

Algunas investigaciones orientadas en la enseñanza de dicho concepto reportan que en la enseñanza del concepto de función cuadrática se deben tomar en cuenta las teorías de Duval, ya que la coordinación de varios registros de representación resulta fundamental para tener mejor asimilación del significado del objeto, y de esta forma los estudiantes reconozcan la parábola como la gráfica de la función cuadrática, que construyan la gráfica a partir de la identificación de algunos puntos, tomando en cuenta concavidad y simetría de la parábola y trazo de puntos en el plano, y por último que sean capases de construir la expresión algebraica de la función cuadrática (Ibarra & Fernández 2007).

Por su parte Montiel (2003) considera la visualización para entender las funciones, en particular funciones lineales, cuadráticas y cúbicas, apoyándose en los giros, desplazamientos, contracciones, traslaciones a partir de gráficas conocidas por los estudiantes. Para después darles una función y=(x-a)(x-b) y puedan visualizar por medio de calculadoras graficadoras como se comporta la gráfica al variar sus parámetros, lo que ayudará a que por si mismos y en conjunto construyan inductivamente el concepto.

Otro punto de vista para enseñar dicho concepto es plantear un problema con el objetivo de construir la función cuadrática, para después ver las diferentes transformaciones de la parábola y por último relacionar con la resolución de la ecuación de segundo grado. (Rey Genicio, Lazarte, Forcinito & Hernández, 2004).

Valdez (2003) reporta el diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la función cuadrática, toma en cuenta el software de cabri-géomètre II, expresando que para la enseñanza de las matemáticas es un buen apoyo utilizar la tecnología, ya que con ello es posible realizar actividades con las cuales se puede crear la propia definición, utilizando conceptos ya antes adquiridos (simetría, directriz, mediatriz), así como también es posible construir socialmente el significado del concepto.

Por tanto, dado que el origen de los conceptos matemáticos es consecuencia de problemas que aquejan a la sociedad, consideramos que estos deben ser abordados haciendo referencia a practicas sociales, utilizando un lenguaje cotidiano con la finalidad de lograr una construcción social, lo cual enriquece el significado de los conceptos, por medio de la interacción, el intercambio de ideas y la confrontación de los conocimientos de los alumnos y el profesor.

Metodología

Para cumplir con el objetivo planteado, y tomando en cuenta la epistemología realizada del concepto de función cuadrática, es posible realizar un diseño de observación, tomando en cuenta que nuestra investigación está enmarcada en el paradigma cualitativo, basada en el método etnográfico, que toma a la observación como técnica de registro, de aquí que está perspectiva consiste en explicar y reedificar analíticamente los contextos y grupos que participan en las prácticas educativas, en diversas formas, poniéndolas en un registro lingüístico, con lo cual el investigador pueda representarlo tal cual apareció a los lectores (Nolasco & Velázquez, 2007).

Por tanto los participantes en la investigación son tres profesores que imparten matemáticas en el nivel medio superior, de la U.A.G. Se platicó con cada uno de ellos y se les dijo que deseábamos observar la manera de cómo enseñaban el concepto de función cuadrática, a lo cual accedieron sin ningún problema.

Resultados

Puesto que en esta investigación nos interesa explorar qué explicaciones discursivas emplean los profesores cuando intentan introducir el concepto de función cuadrática al aula, los resultados de las observaciones realizadas a tres profesores de la Universidad Autónoma de Guerrero, de los cuales a) no egreso de una escuela formadora de profesores de matemáticas y cuenta con varios años de experiencia en docencia; b) también cuenta con varios años frente a grupo y egresó de una escuela formadora de matemáticas; c) Recién egresó de una escuela formadora de profesores de matemáticas, además cuenta con maestría en Matemática Educativa, para distinguir las transcripciones se usan códigos como P: cuando habla el profesor y A: cuando hablan los alumnos, entonces los resultados son:

a) **P:** Vamos a tratar el concepto de función cuadrática, encuentren los puntos de $y=x^2$ por tabulación y los graficamos en el plano. Ahora que ¿pasaría si le sumamos 2? **A:** su vértice parte del 2, **P:** ¿que pasaría si a esta misma función le restamos 2? **A:** su vértice está en -2, **P:** ¿si van viendo lo que pasa?, pero también ¿que pasaría si a esa la multiplicamos por 2? **A:** su vértice esta en el origen pero esta más cerrada, **P:** y ¿cuando dividimos entre 2? **A:** parte del origen pero es más abierta, **P:** ¿que pasaría si le cambio el signo? **A:** podemos ver que salió hacia abajo, **P:** como si fuera un espejo, entonces sí nos damos cuenta lo que esta pasando con la función. **P:** Ahora podríamos resolver una sin necesidad de darle tabulación podríamos imaginarnos como saldría una función, supongamos, que pasaría si $f(x)= -3x^2- 4$ ¿Cómo saldría? **A:** Como es negativa sale hacia abajo, el vértice estaría en -4 y el 3 significa que es más cerrada.

b) **P:** Formamos equipos y vamos a resolver las actividades que tienen en las hojas. El tema es la función cuadrática, que comúnmente se le conoce como parábola. Empezamos con su hoja que dice graficar la parábola por medio de la tabulación, esto es sustituyan los valores de *x* en y=x^2, entre todos obtengan los puntos para que conozcan lo que se esta llevando acabo. Ahora digan los puntos que encontraron, **A:** podemos ver que los puntos después del cero son los mismos, **P:** y eso es por que la gráfica es simétrica respecto al eje *y*. Ahora vamos a bosquejar la gráfica, para seguir con la siguiente actividad que consiste en graficar diferentes funciones de la forma ax+b, ahora lean el ejercicio 1 de la actividad 3 ¿cual es el efecto de *a* en la grafica y=x^2, que pasa si a<0? **A:** Que la grafica abre hacia abajo del eje de las *x* y cuando es a>0 abren hacia arriba del eje de las *x*. **P:** ¿como afecta la magnitud de *a* la forma de la gráfica? **A:** Que las graficas son cada vez mas angostas o anchas, P: por tanto la función cuadrática es una de las funciones mas elementales.

c) **P:** Una función es la relación que existe entre dos conjuntos, con la condición de que a cada elemento del dominio, le corresponde uno y sólo uno del contradominio. Para analizar la función cuadrática lo podemos hacer de varios puntos de vista, uno de ellos es a través de la visualización, también por el método de tabulación, donde se sustituyen los valores de *x* en la función y=f(x), para graficar en el plano cartesiano, obteniendo una parábola que es cóncava hacia arriba y es decreciente de $(-\infty,0]$ y de $[0,+\infty)$ la función está creciendo, también la grafica tiene punto máximo o mínimo, aquí la gráfica tiene punto mínimo, pero si graficamos f(x)=-x^2 se dice que es cóncava hacia abajo y tiene punto máximo. Para el método de visualización utilizamos Derive 7.0 y graficamos $y=x^2$ luego $y=2x^2$, ¿será igual? **A:** Al multiplicarle por 2, es mas cerrada y si aumentamos la gráfica se pega al eje *y*. **P:** Ahora que pasa con $y=x^2+5$, **A:** el vértice cambia del origen pasa en 5, **P:** y si ahora le restamos 5, **A:** la parábola sigue siendo cóncava hacia arriba, **P:** pero su vértice pasa en -5. Ahora ¿como será $y = 2x^2 - \frac{1}{2}$? **A:** El vértice estará en ½ y es cóncava hacia arriba. **P:** Entonces estos son los comportamientos que efectúan los parámetros en la gráfica y este software nos facilita la visualización.

Discusión

Se logra identificar que las explicaciones de los profesores para abordar en concepto de función cuadrática, consisten en realizar la gráfica de la función por medio del método de tabulación, tomando en cuenta la variación de los parámetros con la finalidad de que los alumnos reconozcan el efecto de cada uno de ellos en la gráfica de la función, es decir, si la gráfica sube, se traslada, rota o si se amplia o se acerca al eje de las *x*.

Consideramos que la estrategia de identificar la ubicación del vértice fue importante para que los profesores construyeran sus explicaciones en torno al movimiento de la gráfica, a su concavidad, su simetría, su punto mínimo o máximo y si es creciente o decreciente. Todo con la finalidad de los alumnos a la hora de encontrarse con cualquier ecuación de una función cuadrática sean capaces de bosquejarla rápidamente.

Sin embargo, el discurso que podemos mirar es rígido y acabado, esto es un discurso formal centrándose en lo operativo y en el reconocimiento del efecto de los parámetros, utilizando un lenguaje especializado, ya que no existe una relación con las prácticas donde esta inmersa la función cuadrática, como la vinculación con la caída de los cuerpos, o para estudiar los efectos nutricionales de los organismos, entre otras cosas. Puesto que la graficación toma la idea de formación del concepto de función, cuando la graficación debería tener interpretaciones y usos distintos por parte de los alumnos, que les ayude a reconocer la presencia del concepto en otros escenarios.

Por tanto no existe un planteamiento de actividades en donde se abra un debate para enriquecer el significado que esta en proceso de construcción.

Conclusiones

Con lo que hasta en este momento se ha observado podemos decir que los profesores que egresan de una escuela formadora de profesores de matemáticas, en sus explicaciones introducen propiedades como concavidad, simetría, que si es creciente o decreciente, etc. mientras que los que cuentan con otro perfil sólo se basan en variar los parámetros de la función para conocer sus efectos. Pero todos enfatizando en la graficación sin contemplar los diferentes registros de representación.

De tal manera que todos utilizan un discurso formal y un lenguaje especializado y no toman en cuenta las diferentes prácticas de referencia en las que está inmersa la función cuadrática, las cuales ayudan a que los alumnos reconozcan y encuentren sentido al conocimiento que están adquiriendo.

Bibliografía

Aparicio, E. & Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 7-29.

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (2), 227-251.

Campos, C. (2003). La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica. CINVESTAV-IPN, D.F., México.

Cantoral, R. y Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México: Thomson.

Duval, R. (1998). Registros de representación geométrica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201.

Farfán, R. (1996) El Concepto de Función hasta la primera mitad del siglo XIX. Traducción de Youschkevitch, A.P., (1976). The concept of function up to the Middle of the 19th century. En C. Truesdell (Ed.). *Archive for history of exact sciences* (p.p. 37-83). Berlin. Heidelberg. New York. Editorial: Springer Verlag.

Ibarra, S. & Fernandez, L. (2007). La enseñanza de la función cuadrática en el bachillerato. Resultados de un proyecto de desarrollo docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 26-30.

Montiel, G. (2003). Construcción visual de las funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. *Mosaicos matemáticos*, 11, 103-108.

Nolasco, H. & Velázquez S. (2007). Las explicaciones de los profesores del nivel medio superior. Un estudio de la semejanza como objeto de enseñanza aprendizaje. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 388-393.

Ramos, A. & Font, V. (2003). Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. *Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica,* 16. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/

Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (3), 435-458.

Rey Genicio, M., Lazarte, G., Forcinito, S. & Hernández, C. (2004). Estrategias de enseñanza para la función cuadrática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, 740-745.

Ríbnikov, R. (1987). *Historia de las matemáticas*. Moscú: Editorial Mir, Versión Española de Concepción Valdéz C.

Ruiz, A. (2001). Asuntos de método en la educación matemática. Recuperado octubre 18, 2007, de http://www.cimm.ucr.ac.cr/articulos/Asuntos%20de%20metodo%20en%20la%20Educacion%20Matematica.pdf

Tippens, P. (2001). Movimiento uniformemente acelerado. En P. Tippens (Ed.) Física conceptos y aplicaciones, (pp. 131-136). México. Editorial: McGraw-Hill.

Valdez, E. (2003). Las aplicaciones del cabri-géomètre II en la enseñanza de la función cuadrática: Una estrategia constructivista del aprendizaje. *Mosaicos Matemáticos*, 11, 135-142.