

DISPONIBILIDAD INMEDIATA DE EDUCACIÓN UNIVERSAL DE CALIDAD: MODELO TEÓRICO Y EVIDENCIA EMPÍRICA

World-class Education for All: Theoretical Model and Empirical Evidence

Hojman, Roberto

Tecnologías Educativas Colaborativas rhojman@galyleo.net

Resumen

Se muestra que la falta de dominio – incluso leve – de las Habilidades Elementales en una materia escolar, puede tener un efecto devastador (y aparentemente paradójico) en el desempeño académico de un estudiante sometido a un examen estandarizado. En contraste, el modelo revela que es posible lograr mejoras significativas del rendimiento académico cuando algunos de esos vacíos de conocimiento se resuelven adecuadamente. Se despliega una metodología para diseñar instrumentos de evaluación adaptativa, precisos y confiables que permiten identificar, cuantificar su magnitud y remediar oportunamente esas lagunas de aprendizaje. Se define itinerarios de aprendizaje personalizado para cada estudiante, optimizando su tiempo de recuperación.

Palabras clave: *modelo matemático, vacíos de conocimiento, Habilidades Elementales, diagnóstico*

Abstract

It is shown that -even a slight- lack of mastery of elementary skills in a school subject, can have a devastating (and seemingly paradoxical) effect on the academic achievement of a student subjected to a standardized test. In contrast, the model reveals that it is possible to achieve significant improvements in academic performance when some of those learning gaps are appropriately addressed. A methodology to design adaptive, accurate and reliable assessment tools to identify, quantify its magnitude and timely remedy these learning gaps is deployed. Using a micro managed repository of digital learning objects personalized learning paths are defined for each student, optimizing their recovery time.

Keywords: *mathematical model, learning gaps, elementary skills, assessment*

PREDICCIÓN DEL DESEMPEÑO ACADÉMICO

Consideraciones Generales del Modelo

Exhibimos un modelo que permite cuantificar la dependencia del desempeño académico de un estudiante, en términos de su nivel de conocimiento y de la complejidad de los problemas que constituyen el instrumento de evaluación. Ello posibilita demostrar que presentar un examen dominando la mayoría de (pero no todas) las Habilidades Elementales, puede tener un efecto inesperadamente devastador en el desempeño académico.

Adicionalmente, para fijar ideas, el enfoque se especializa al caso de una materia genérica de corte matemático, aunque como se verá, los conceptos, las definiciones y las conclusiones aquí descritas pueden ser generalizados a otras áreas del conocimiento.

Habilidades Elementales.

El concepto de Habilidad Elemental^{xi} (HE) es amplio y ha sido introducido previamente (Hojman, D. y Hojman, R., 2015). Para alumnos de Educación Básica podrían ser cosas como saber sumar números de un dígito, sin reserva. O, saber sumar números de dos dígitos con reserva. Para un estudiante de Educación Media podría ser: saber desarrollar el cuadrado de un binomio. O saber resolver ecuaciones lineales con coeficientes fraccionarios. De ese modo, para resolver una ecuación de 2° grado específica se podría requerir dominar varias Habilidades Elementales, como por ejemplo: (1) conocer la fórmula general de resolución de ecuaciones de 2° grado; (2) saber interpretar los parámetros que aparecen en ella; (3) saber sumar fracciones; (4) saber extraer la raíz cuadrada de un cuadrado perfecto; (5) conocer el criterio por el cual solo una de las raíces es elegible.

Al resolver un examen (real) de selección para ingresar a la Educación Superior (SAT, Saber, EXANI, PSU), es posible comprobar que - típicamente - los problemas propuestos pueden requerir del dominio de entre una y seis Habilidades Elementales para resolverlos correctamente (en el ejemplo del párrafo anterior se requiere el dominio de cinco Habilidades Elementales).

El número de Habilidades Elementales requeridas para resolver un problema (que llamamos genéricamente h) va aumentando a medida que se avanza en los niveles escolares, y en cursos avanzados (en Educación Media, por ejemplo) aparecerán problemas que requieren del dominio de 1, 2, 3 o más Habilidades Elementales para su correcta resolución. La variable h se puede entender como una medida de la complejidad de resolución de un problema.

Es posible demostrar que conviene tratar al número de Habilidades Elementales requeridas como una variable continua (aunque estrictamente h es una variable discreta), porque de esa forma es posible modelar la variabilidad de la dificultad de resolución que tienen los problemas de un determinado nivel escolar, como un promedio.

Logro

Supongamos que para cursar una materia (o para rendir un examen) del tipo descrito, es necesario resolver cierta cantidad de problemas, sea en diferentes exámenes parciales durante el período lectivo o en un examen final. Para la resolución de los problemas propuestos es necesario (o conveniente) poseer y dominar varias habilidades, competencias o contenidos previos, que hemos llamado, genéricamente, Habilidades Elementales.

Consideremos el conjunto de las N Habilidades Elementales que debiera dominar un estudiante adscrito a un determinado nivel. Consideremos por otro lado el conjunto de las K HabilidadesElementales que el estudiante efectivamente domina.

Hagamos una estimación del número de problemas diferentes que se pueden formular combinando esos N HabilidadesElementales en grupos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. y llamemos Q a ese número. Enseguida analicemos cuántos de esos problemas podrían ser resueltos por un estudiante que sólo domina una parte $K (< N)$ de las HabilidadesElementales utilizados en la construcción de dichos problemas. Llamaremos Q_K al número de problemas que ese estudiante puede resolver correctamente.

^{xi} Elemental se usa aquí en el sentido de básico; no de simple.

Definimos el logro R de un estudiante como la razón entre el número de problemas Q_K que es capaz de resolver y el número de problemas Q que es posible construir a partir del conjunto de

Habilidades Elementales de ese nivel de la manera descrita. Es decir,
$$R = \frac{Q_K}{Q}$$

Esto una generalización de la forma usual en que calificamos *ex post* a un estudiante cuando presenta un examen. En ese caso decimos que su porcentaje de logro es el número de preguntas que resuelve correctamente dividido en el número total de preguntas del examen. Aquí estamos proponiendo calificarlo *ex ante*, o dicho de otra manera, estamos intentando predecir su logro suponiendo el dominio de una cartera de Habilidades Elementales.

El Logro como función del Conocimiento y de la Complejidad

Es posible demostrar que si:

N es el número de Habilidades Elementales que se evalúan en un examen;

$h (\ll N)$ es el número de Habilidades Elementales requeridas para resolver un problema (por el momento supondremos que es el mismo número para todos los problemas) y

K es el número de Habilidades Elementales que domina un estudiante cualquiera,

entonces el Logro R de ese estudiante definido anteriormente está dado por,

$$R_K = \frac{Q_K}{Q} = \frac{K! \cdot (N - h)!}{N! \cdot (K - h)!}$$

Y en el caso en que la variable h es continua,

$$R_K = \frac{\Gamma(K + 1)}{\Gamma(N + 1)} \cdot \frac{\Gamma(N + 1 - h)}{\Gamma(K + 1 - h)}$$

donde Γ es la función Gamma, por lo que $\Gamma(t + 1) = t\Gamma(t)$.

En las expresiones encontradas, cuando $K = N$, (es decir, cuando el estudiante domina todas las Habilidades Elementales requeridas para resolver correctamente todos los problemas), entonces

$R_N = 1$, es decir el Logro resultaría ser 100%, como era de esperar.

Para tener una visión más patente del comportamiento de R_K , veamos cómo varía en función de K para varios valores del parámetro h .

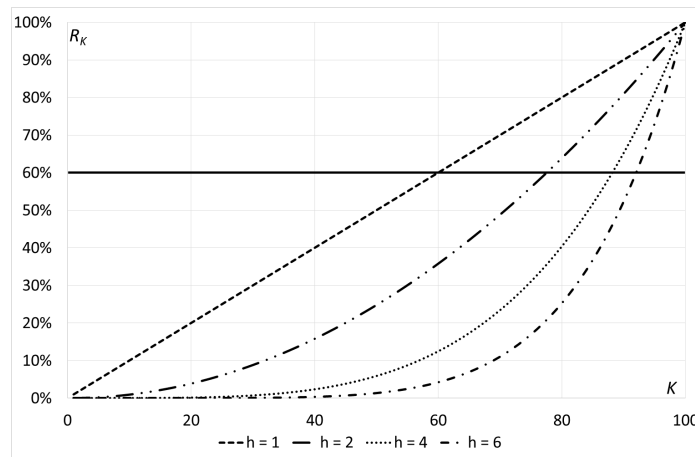


Figura 1. Logro (R_K) en términos de K , para diferentes niveles de complejidad (h)

Notemos que para alcanzar un 60% de Logro (línea horizontal en el diagrama), salvo para $h = 1$, no basta con dominar el 60% de las Habilidades Elementales, como se podría equivocadamente suponer, sino que hay que dominar el 77%, el 88% o el 92% de los Habilidades Elementales según si h (el número de Habilidades Elementales requeridas para resolver correctamente un problema) es 2, 4 o 6.

Dado que el Logro cuando se desconoce una habilidad elemental (es decir cuando $K = N - 1$) está dado por $R_{N-1} = \left(1 - \frac{h}{N}\right)$, es posible observar que al carecer sólo de una habilidad elemental del total de las N requeridas, es decir cuando la proporción de vacíos de conocimiento es apenas $1/N$, el Logro disminuye en h/N ; es decir, la disminución del Logro es h veces mayor que la proporción de vacíos de aprendizaje, donde $h (\geq 1)$ es el número de Habilidades Elementales requeridas por problema y N es el número total de Habilidades Elementales. A modo de ejemplo, si $N = 100$ y $h = 5$, desconocer sólo una de las Habilidades Elementales de las cien requeridas, es decir un 1% de desconocimiento, castiga el Logro en un 5%.

Contrariamente a lo que se podría pensar, esto es más bien una constatación optimista, dado que un diagnóstico preciso y confiable de los referidos vacíos de conocimiento, seguido de un proceso personalizado de aprendizaje coherente con el diagnóstico, puede revertir la situación detectada en lapsos de tiempo inesperadamente breves.

Simulación computacional

Para verificar la validez del modelo teórico se montó un modelo computacional (Miller, J. & Page, S., 2007) que simula un examen de diagnóstico presentado por un grupo de estudiantes de los cuales se conoce de antemano su portafolio de Habilidades Elementales dominadas. La simulación considera un grupo de 10.000 estudiantes dotados del dominio de un número variable de Habilidades Elementales (entre 0 y 100). La asignación de Habilidades Elementales es aleatoria, pero ateniéndose a varias formas de distribución de frecuencia para verificar la robustez de los resultados. De esa manera puede haber en el grupo varios estudiantes que dominan –por ejemplo– 18 Habilidades Elementales, pero ninguno de ellos tiene las mismas 18 Habilidades Elementales que otro.

El examen de diagnóstico simulado cuenta con 75 problemas tales que cada uno de ellos exige el dominio de exactamente 5 Habilidades Elementales para su resolución, del total de 100 Habilidades

Elementales requeridas para presentar el examen diagnóstico y de modo tal que no hay dos problemas que requieran de la misma quina de Habilidades Elementales para su resolución.

En esta versión de la simulación entendemos que cuando un estudiante debe resolver un problema que sólo contiene Habilidades Elementales que domina, entonces *siempre* lo resuelve correctamente, y por el contrario, cuando intenta desarrollar un problema que requiere de al menos un habilidad elemental que desconoce, entonces *nunca* lo resuelve correctamente. Este supuesto es frecuentemente correcto cuando los problemas formulados son con respuestas de selección múltiple, pero es aún más fuerte cuando las respuestas son del tipo rellenar una casilla (*fill in the blanks*).

Es dable incorporar al modelo la posibilidad que el problema lo resuelva sin tener todas las Habilidades Elementales requeridas para ese problema o por el contrario, que encuentre una respuesta incorrecta aún dominando todas las Habilidades Elementales requeridas.

El acuerdo entre el modelo teórico y el modelo computacional es muy alto: la diferencia absoluta entre las predicciones teóricas y la simulación para el promedio de los porcentajes de logro no supera un punto y medio porcentual.

ACUMULACIÓN DE VACÍOS DE CONOCIMIENTO

El currículo escolar establece que al terminar cada grado, idealmente un estudiante debería dominar cierta cantidad de Habilidades Elementales. Sin embargo, por diferentes razones, los estudiantes – en general– no llegan a dominar todas las Habilidades Elementales de ese nivel, de manera que en todos los niveles escolares se van generando vacíos (lagunas) de conocimiento.

Clasificaremos el origen de los vacíos de conocimiento en tres tipos: (1) administrativo o de gestión: tales como ausencia del docente, inasistencia del estudiante (por enfermedad u otro motivo), distracción momentánea, suspensión de clases, desconocimiento del contenido por parte del profesor, etc.; (2) limitación de la capacidad propia de cada alumno; (3) causal: cuando hay Habilidades Elementales con prerrequisitos del período académico anterior que no llegaron a ser dominados.

Si μ es el porcentaje de Habilidades Elementales no dominadas por razones puramente administrativas; ρ es el porcentaje de Habilidades Elementales no dominadas por razones imputables a la limitación de capacidad; y β es el porcentaje de las Habilidades Elementales de cada nivel que están fuertemente contruidos sobre Habilidades Elementales del año anterior, entonces es posible demostrar –suponiendo que μ y β no varían de un año al siguiente– que el porcentaje de Habilidades Elementales no dominadas crece año a año de modo que su valor durante el año l es:

$$\Delta K_l = (\mu + \rho) \frac{1 - \beta^l}{1 - \beta}.$$

Es decir, a menos que se introduzcan elementos que reviertan el proceso, año a año la fracción de aprendizajes que cada estudiante no logra dominar, aumenta de acuerdo a la expresión de ΔK_l encontrada.

EXAMEN DE DIAGNÓSTICO Y DETECCIÓN DE VACÍOS DE APRENDIZAJE

La inexistencia de una métrica adecuada para determinar con detalle y precisión el bagaje cognitivo de un estudiante, en conjunción con la ulterior pérdida de visibilidad de la riqueza de la información

capturada como consecuencia de la agregación de los resultados individuales, son los principales causantes de la alarma con que se analizan y difunden los resultados nacionales e internacionales de los test estandarizados. Los mismos hechos inducen a que tanto directivos de los propios establecimientos educacionales que participan en la medición como autoridades locales y nacionales de educación, emitan declaraciones o adopten medidas supuestamente paliativas, que no tranquilizan a la opinión pública ni resuelven el problema de fondo.

Diseñamos un examen de diagnóstico a la usanza de los utilizados en diseño experimental (Brown, A.L. 1992; Cobb, P. *et al*, 2003; Collins, A. *et al*, 2004). Para efectos de modelar el proceso de evaluación de un estudiante, diremos que el estado de dicho estudiante al momento de presentar el examen está definido como una pauta de cotejo de las N Habilidades Elementales que se van a evaluar y que las ordenamos arbitrariamente de 1 a N . Sólo hay dos alternativas posibles para cada habilidad elemental: la domina (en cuyo caso le asignamos el valor 1) o la ignora (le asignamos el valor 0). De esa manera, el estado del estudiante (aún desconocido) quedaría matemáticamente definido por una cadena ordenada de ceros y unos. En lenguaje matemático se trata de un vector \vec{X} , que antes de presentar el examen desconocemos y es justamente lo que queremos determinar una vez que conozcamos el resultado de su examen.

Por su parte, los problemas que conforman el instrumento de diagnóstico también se pueden codificar como una cadena de ceros y unos; estos últimos señalan cuáles son las Habilidades Elementales que se requiere dominar para su correcta resolución. Los problemas en conjunto definen un arreglo bidimensional de números. Matemáticamente se trata de una matriz H conocida, cuya construcción ilustramos a continuación.

En este ejemplo el examen diagnóstico consta de 75 problemas y está diseñado para evaluar 100 Habilidades Elementales (HE varía entre 1 y 100).

De esa forma, en el ejemplo señalado, para su correcta resolución, el problema 2 requiere del dominio de las Habilidades Elementales 1, 3, 4...y 100. Y no requiere del dominio de las Habilidades Elementales 2, 5,...y 99.

HE →	1	2	3	4	5	100
Problema ↓									
1	0	0	1	0	0	1	1
2	1	0	1	1	0	0	1
.
j	0	0	0	0	0	1	0
.
75	1	1	0	0	1	0
Total	20	20	18	15	12	5	3

Figura 2. Representación matricial del Examen de Diagnóstico en el que cada problema se ha representado como una secuencia de 1's y 0's dependiendo de si para su correcta resolución se requiere o no, dominar una Habilidad Elemental.

Contando el número de 1's en cada columna es posible saber en cuántas oportunidades se requiere el dominio de la Habilidad Elemental correspondiente a esa columna. En el ejemplo, el dominio de la Habilidad Elemental 1 se requiere para la resolución de 20 problemas, mientras que el dominio de la Habilidad Elemental 100 se requiere para la resolución de solo 3 problemas.

El resultado obtenido por el estudiante al rendir el examen también se puede representar como una cadena ordenada de números, que matemáticamente corresponden a un vector que denotaremos por \vec{r} .

Diagnosticar con precisión las Habilidades Elementales que domina un estudiante (y complementariamente sus vacíos de conocimiento) se reduce a resolver un conjunto de ecuaciones. Hay tantas ecuaciones como problemas tenga el examen de diagnóstico; las incógnitas son la condición cognitiva del estudiante al momento de presentar el examen. Matemáticamente ello se expresa como una ecuación del tipo $H\vec{X} = \vec{r}$, donde H es la representación matricial del examen de diagnóstico; \vec{X} es el vector que queremos determinar y representa la condición de las Habilidades Elementales del estudiante al rendir el examen y \vec{r} es un vector conocido que se construye a partir del resultado del examen.

Haciendo uso de un algoritmo definido para tal propósito, es posible automatizar la construcción de una evaluación de diagnóstico precisa, (DCSF, 2009) en la medida que se hayan definido con claridad sus objetivos y se disponga de un repositorio suficientemente robusto de ítems, digitalizados y apropiadamente mapeados con las Habilidades Elementales. Del mismo modo es posible determinar con mucha precisión el conjunto de Habilidades Elementales que un estudiante no domina.

Los itinerarios personalizados de aprendizaje se construyen sobre un repositorio gestionado de objetos digitales personalizados de aprendizaje en diferentes formatos y modalidades, que complementan el trabajo del docente, nivelando continuamente y en tiempo real a los alumnos que presentan rezagos de aprendizaje.

CONCLUSIONES

Desarrollando un modelo teórico que toma en consideración las Habilidades Elementales que domina un estudiante y los compara con las Habilidades Elementales necesarias para presentar un examen, se muestra que los vacíos de aprendizaje tienen un efecto altamente no lineal en los niveles de logro.

El rendimiento preciso del estudiante depende del nivel de complejidad de la materia que está cursando, en el sentido que a mayor complejidad mayor es el número de Habilidades Elementales que se requiere para resolver correctamente un problema.

A modo de referencia, el nivel de desempeño de un estudiante que posee un 80% de las Habilidades Elementales requeridas para presentar un examen, podría llegar a ser tan bajo como 50% o aún menor. Si su dominio alcanza el 60% de las Habilidades Elementales, su resultado seguramente será inferior al 20%.

El efecto, aparentemente paradójico, se produce porque una Habilidad Elemental que no se domina, puede malograrse varias preguntas para las cuales es necesaria su utilización. La buena noticia es que un diagnóstico preciso, es decir la identificación detallada de los vacíos de conocimiento, permite definir un itinerario personalizado de aprendizaje que remedie rápida y efectivamente dichos vacíos, con el consiguiente impacto en el desempeño.

Los resultados usualmente difundidos en las evaluaciones estándar, sean estas domésticas o internacionales, son extremadamente limitados, en el sentido que entregan el resultado individual de quienes presentan la evaluación o resultados agregados por institución educativa, distrito, estado, región o país. Los estudiantes, los maestros, los directivos institucionales y los organismos encargados de definir las políticas educativas y de asignar recursos, se quedan con una visión incompleta y en ocasiones distorsionada de la realidad.

Pueden existir razones muy diversas para que dos estudiantes tengan un nivel de desempeño pobre en un tópico, por específico que este sea. Un estudiante puede que no sepa amplificar números quebrados (fracciones) y el otro que no sepa sumarlos. Más compleja es la situación cuando se trata de cursos completos, o de evaluaciones regionales o nacionales.

Sin embargo, gracias a tecnología ya disponible, es posible obtener información muy refinada, oportuna y automática de los niveles de aprendizaje de los exámenes aludidos. Mucho más precisa puede ser la información recabada de un examen de diagnóstico si ha sido apropiadamente diseñado para ello. El monitoreo frecuente permite tener no sólo una, sino múltiples fotografías del desempeño de cada estudiante a lo largo del tiempo y atender sus necesidades individuales en cada momento, respetando su ritmo y su estilo de aprendizaje.

El procesamiento de la información, tanto a nivel individual como agregado, usando herramientas automáticas similares a las de inteligencia de negocios (BI), posibilita adoptar medidas muy eficientes para remediar los vacíos individuales y colectivos.

Por el contrario, si no se detectan oportunamente los vacíos de aprendizaje, ellos se van acumulando en el tiempo en un efecto cascada, dado que sobre ciertas Habilidades Elementales se construyen otras nuevas: la ausencia de las primeras inhabilita la adquisición y el dominio de las siguientes.

La situación es más fácil de salvar de lo que parece a primera vista. Ello porque la detección en tiempo real y precisa de los vacíos de conocimiento posibilita una intervención oportuna y eficaz.

Educación Universal de Calidad

De acuerdo a la definición de UNICEF, las condiciones básicas para la educación de calidad, incluyen estudiantes sanos, bien alimentados apoyados en el aprendizaje por su familia y la comunidad, en ambientes sanos, seguros y protectores; con los recursos e instalaciones adecuadas, con profesores debidamente capacitados que usan metodologías centradas en el alumno y cuyos resultados son conocimientos, habilidades y competencias apropiadas para los propósitos nacionales y una participación positiva en la sociedad (UNICEF, 2000).

En este artículo se muestran los elementos para que grupos masivos de estudiantes (e idealmente la totalidad), en la medida que se satisfagan las condiciones descritas por UNICEF, tengan la oportunidad de alcanzar los conocimientos, habilidades y competencias requeridas para los aludidos propósitos nacionales y participación positiva en la sociedad.

Dada la eficiencia del sistema expuesto para alcanzar los aprendizajes esperados curriculares, el tiempo de estudiantes y docentes se torna más holgado y es posible incorporar otros elementos constitutivos de la educación de excelencia, como el espíritu crítico, la capacidad de expresarse y exponer con claridad las ideas propias y el trabajo colaborativo, entre otras. En otro artículo mostraremos cómo es posible también ocuparse eficientemente de algunos de los aspectos aludidos (Hojman & Hojman, 2015).

Referencias

Brown, A.L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141–178.

- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, Vol. 32, No. 1, pp. 9-13
- Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*: 13(1), 15–42.
- DCSF, Department for Children, Schools and Families UK (2008). *The assessment for Learning Strategy*.
- Hojman, D. y Hojman, R. (2015, en preparación). *Faraway, so close: A quantum theory of knowledge and complexity*.
- ICFES, Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (extraído el 24 de abril de 2014) *Presentación de Exámenes* <http://www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/objetivo>
- JUNAEB, Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (extraído el 24 de abril de 2014) *Atlas de Vulnerabilidad* http://www.edinetwork.net/w8/z/017/index.asp?seccion1=contenido&id_web=256&sec=3&id_articulo=
- Miller, J. & Page, S. (2007) *Complex Adaptive Systems: An Introduction to Computational Models of Social Life*, Princeton University Press.
- Myung, Jay I., Cavagnaro, Daniel R. & Pitt, Mark A. (2013) A tutorial on adaptive design optimization, *Journal of Mathematical Psychology*, 57(3–4), pp 53-67.
- UNICEF, United Nations Children’s Fund (2000) *Defining Quality in Education*.