

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES

Mathematical modelling in initial training of mathematics teachers

Huincahue, J.^a y, Mena-Lorca, J.^b

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
jaime.huincahue.a@mail.pucv.cl^a, jaime.mena@pucv.cl^b

Resumen

Presentamos una propuesta de introducción de la modelación matemática en la formación inicial de profesores de matemáticas en un curso de tercer semestre y en un curso terminal. Se plantea bajo la misma mirada teórica que el ministerio de educación chileno propone. Ésta tiene tres componentes: dos presenciales y uno virtual, las actividades presenciales corresponden a una clase regular de funciones y a un taller de modelación matemática; en cambio, el virtual es principalmente un espacio de reflexión para el estudiante. Los resultados parciales muestran que la ubicación de esta actividad en el curriculum de formación inicial es clave para lograr la necesaria reflexión sobre la modelación matemática como una forma de gestionar conocimientos y desarrollar competencias en los futuros estudiantes.

Palabras clave: *modelación matemática, competencias de modelación, formación de profesores.*

Abstract

We present a proposal for introducing mathematical modelling in the initial training of mathematics teachers both in a third semester course and in a terminal course. This proposal follows the theoretical view that the Chilean Ministry of Education proposes. It contains three components: two presentials and a virtual space, being a regular class on functions, a workshop on mathematical modelling, however, the virtual space is mainly for reflection of the student. Partial results already obtained show that placing this activity in the initial training curriculum is key to achieving the necessary reflection on mathematical modelling as a way to manage knowledge and to develop competences in prospective students.

Keywords: *mathematical modelling, modelling competences, teachers training.*

ANTECEDENTES

Evaluaciones nacionales como SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación) y PSU (Prueba de Selección Universitarias) e internacionales como PISA y TIMSS, ofrecen permanente información de que los procesos de formación inicial de profesores y los de perfeccionamiento no están teniendo los resultados que se esperan. Sabemos que cada prueba tiene sus objetivos específicos como instrumento de medición, por ejemplo, OECD (2014) afirma que:

La prueba PISA usa (y evalúa) el concepto de cultura matemática para referirse a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar efectivamente la formulación, solución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o matemáticos. (p. 37)

Tanto la modelación como la resolución de problemas, consideran características como las mencionadas por OCDE, por lo que es indispensable incluir en toda la enseñanza obligatoria chilena.

La “cultura matemática” se pone a prueba –por ejemplo- en un proceso de modelación matemática, en donde se establece una conexión con la matemática para resolver o dar respuesta a una situación real (Morales, Mena, Vera y Rivera, 2012). El problema para un profesor o investigador es cómo crear problemas o situaciones que no se reduzcan a los problemas típicos que se presentan en los textos. Más aún, cómo inducir -en los estudiantes de pedagogía- procesos de modelación matemática para construir contenidos matemáticos y cómo desarrollar otras competencias adicionales, como la de modelación (Huincahue, Morales y Mena, 2015; Morales y Cordero, 2014). El objetivo es introducir la modelación matemática -en un proceso reflexivo, en espiral- no como una simple aplicación de conocimientos matemáticos previamente presentados, sino como un proceso de matematización e interpretación. Bajo esta perspectiva, se procura que el estudiante “descubra” la fortaleza de la matemática para abordar y resolver problemas que sean “reales” y que sea capaz de concluir, desde resultados matemáticos, inferencias en la “realidad”. En el uso de funciones se ve claramente esta conexión. Por ejemplo, en funciones cuadráticas, lineales y exponenciales (y sus inversas), hay variadas sugerencias en este sentido. En la formación inicial universitaria, también se hacen estas conexiones, lamentablemente, en estos procesos de modelación, el centro es la matemática, es decir, este proceso está fuertemente asociado a un contenido.

Algunos fundamentos e hipótesis que formulamos es que el estudiante, al abordar una situación de modelación, ve en forma natural que la matemática le permite enfrentar problemas concretos que tiene sentido para él, que puede discutir con su par, defender sus ideas inicialmente en un lenguaje y una lógica no necesariamente formal (como se exige en la matemática); pero que deberá desarrollar, precisar y convencer a sus compañeros, construyendo saber matemático. Así mismo, se logrará una dimensión de la matemática que la formación actual no necesariamente está alcanzando. Nuestra hipótesis es que existen elementos en el proceso de modelación que pueden ser realizados para lograr la necesaria conexión entre la matemática (símbolos matemáticos y su operatoria) y los modelos matemáticos. Por ejemplo, para lograr así que el estudiante pueda recurrir a toda la formación matemática y otras que ha logrado cuando le sea requerida en cursos superiores o en su desempeño profesional, es decir, lograr conocimiento matemático a un nivel funcional (Morales et al, 2012).

Se espera que la o el participante quiera aprender desde una postura mucha veces desconocida, lo que se entiende por Modelación Matemática, sus diferentes enfoques según los objetivos de aprendizaje que se pretendan fortalecer y sus distintos usos en la enseñanza. Así mismo, se espera que el estudiante de pedagogía se conciba como una persona capaz de reflexionar continuamente sobre sus propias prácticas pedagógicas y didácticas, estableciendo un carácter autocrítico en sus labores docentes y que permanezca en la constante búsqueda de elementos de innovación.

Marco conceptual

En Chile, los Objetivos de Aprendizaje desde el año 2012 consideran transversalmente cuatro habilidades para Matemáticas: resolver problemas, argumentar y comunicar, modelar y representar; quedando como un constante desafío para la comunidad académica considerar, en la formación inicial y continua de profesores, la inclusión del desarrollo de las habilidades y destrezas, y la integración de los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios (MINEDUC, 2012).

En los últimos 30 años, la Modelación Matemática ha adquirido un rol cada vez más protagónico y esto se ha evidenciado en las investigaciones que han enriquecido las metodologías de enseñanza, líneas de investigación y desarrollo de múltiples programas de estudio en todos los niveles educativos. En 1979, Henry Pollak considera a la Modelación Matemática como una manera de enlazar a la matemática con “el resto del mundo” (Borromeo-Ferri, 2006), estableciendo un primer significado del devenir de progresivas posturas asociadas a la modelación matemática, entendimientos diferenciados dependientes del uso y contexto disciplinar que se le pueda asignar a una tarea de modelación (Barbosa, 2003); a partir de esto es que investigadores en el área han

definido distintos ciclos que describen sus procesos. En el trabajo de Borromeo-Ferri (2006) se reportan algunos ciclos de modelación, destacando sus diferencias y similitudes epistemológicas.

Generalmente, los procesos son descritos a partir de ciclos de modelación, que implican la existencia de varios direccionamientos según el ciclo que eventualmente pueda utilizar y en algunos casos, si las tareas usadas son o no complejas para el estudiante (Borromeo-Ferri, 2006).

Considerar la modelación como una actividad de la persona que resuelve problemas de su realidad utilizando matemática, implica ampliar la postura de modelación, ya que muchas veces dependerá de los objetivos que se tengan en mente como profesor. Estos objetivos pueden tener como foco de importancia el desarrollo, el resultado, la interpretación, la validación, la asignación de hipótesis, las barreras cognitivas, entre otros.

Kaiser y Sriraman (2006) y Blomhøj (2008) definen las perspectivas de modelación: 1) Realista, 2) Contextual, 3) Educacional, 4) Epistemológica, 5) Cognitiva, y 6) Socio-crítica, clarificando que el parcelamiento fáctico es complicado, ya que no es fácil establecer ciertos rasgos de cada perspectiva en una sola tarea y a la vez, una tarea no tiene características de una única perspectiva. En nuestro caso, creemos que las perspectivas son preocupaciones más cercanas al investigador; ya que al adquirir este conocimiento, el docente es capaz de crear tareas según los objetivos de aprendizaje trazados. Un motivo similar generará interés para el docente.

Para Maaß (2006), las competencias de modelación incluyen destrezas y habilidades para realizar procesos de modelación apropiadamente y orientado a objetivos, así como la voluntad de poner éstos en acción. De esta forma, es posible considerar las competencias y subcompetencias de modelación que definen Blum y Kaiser (1997). Éstas son detalladas en profundidad en Maaß (2006), que son el fiel reflejo de las competencias existentes al transitar por el ciclo de modelación de Blum-Borromeo (Borromeo-Ferri, 2006, 2010).

Otros autores ya han experimentado con seminarios similares (Borromeo-Ferri y Blum, 2009) en donde la reflexión individual es considerada fundamental para el estudio de los tópicos tratados en el seminario, ya que podrán fundar y/o reformular ideas previas a cada sesión, esperando como un primer impacto a las creencias con respecto a la enseñanza y uso de la Matemática y Didáctica de la Matemática.

El carácter que adquiere la reflexión en el seminario, es fundamental para lograr impacto tanto en las creencias como en los elementos conceptuales y prácticos de la enseñanza de la Modelación Matemática. Por este motivo, se considera un pilar del proceso de evaluación y de conducción hacia el objetivo del seminario, que sería generar profesores más competentes al sistema educacional.

Se pretende abordar transversalmente todos los elementos teóricos, para así, determinar una correlación teórica y práctica de los diseños propuestos y los que serán creados en esta propuesta.

Metodología

La propuesta fue puesta en práctica en dos universidades de la región de Valparaíso, en las carreras de formación inicial de profesores de matemáticas, en diferentes niveles. Llamaremos el caso A, a la puesta en práctica con estudiantes del tercer semestre y el caso B a los de séptimo semestre.

La propuesta es considerada desde ámbitos presenciales (dos veces cada semana durante 14 semanas) y no presenciales (virtual). El primer componente presencial para el caso A, consistió en la construcción de modelos desde el estudio de las funciones lineales, cuadráticas y exponenciales (con sus inversas) en ambientes matemáticos y cotidianos, aproximándose a través del descubrimiento de resultados (apartando inicialmente el formalismo) y dando prioridad a la construcción de resultados. En el caso B, se consideraron elementos de la Didáctica de la Matemática: Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), Transposición Didáctica (Chevallard, 1980) y Teoría de Representaciones Semióticas (Duval, 1999).

El segundo componente presencial

El segundo componente presencial, en adelante seminario, consiste en un recorrido del estado del arte de la modelación matemática desde: concepciones sobre “realidad” y tipos de ésta, definiciones de modelación matemática, ciclos, perspectivas y competencias de modelación (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo, 2009; Borromeo-Ferri, 2006, 2010; Blomhøj y Jensen, 2006; Barbosa, 2003; Stillman, Kaiser, Blum y Brown, 2013; Blum, 2002; Kaiser y Sriraman, 2006; Blomhøj, 2008; Maaß 2006; Blum y Kaiser, 1997; Lesh, Galbraith, Haines, Hurford, 2010; Huincahue et al, 2015).

La discusión entre pares y el investigador fue una permanente característica que se mantuvo durante todo el seminario, profundizando en tópicos de interés para los integrantes y para la programación misma. Las estrategias metodológicas para fomentar la reflexión consistieron en mesas redondas, foros, sesiones expositivas, trabajo grupal e individual, con características indagatorias, de exploración, discusión y conclusión, complementado con el estudio personal del estudiante tanto en clase como fuera de ella.

El trabajo colaborativo realizado en cada institución escolar en Chile, define que mesas multidisciplinares deben abordar las problemáticas naturales de un profesor, conformadas idealmente por el director de la institución educacional, encargados de la Unidad Técnica Pedagógica, grupos de profesores por área y nivel y profesionales encargados del apoyo a estudiantes con necesidades educativas especiales (autismo, dislalia, hiperactividad, etc.). Por lo tanto, el ambiente en donde el futuro docente compartirá no será necesariamente con las personas que quisiera trabajar, debiendo adquirir suficiente plasticidad (aludiendo a la metáfora neuroeducacional del uso neuronal del ser humano) para establecer una óptima comunicación en el desarrollo de su quehacer. Desde esta postura, el profesor debe lograr la mayor plasticidad posible tanto para el fecundo trabajo multidisciplinar como con sus estudiantes en el aula. A partir de tal escenario, es que se considera que la elaboración de los grupos de trabajo durante el seminario sea al azar, en no más de 5 estudiantes.

Para el caso A, las diversas situaciones de aprendizaje en ambos componentes presenciales, se ha planteado desde la resolución y/o construcción de tareas de modelación. Lo anterior cobra relevancia, ya que se asume como hipótesis que para la enseñanza de la modelación, es necesario que los estudiantes sepan resolver tareas de modelación. Lo anterior, es considerado suficientemente complejo y por ello se reforzó a través de toda la propuesta; especialmente el proceso de construcción y matematización desde ciertos objetos matemáticos, como fue el caso de los tipos de funciones mencionados anteriormente y componentes matemáticos específicos tratados en el seminario, como por ejemplo los conceptos de proporcionalidad o distancia.

Evaluación

La evaluación del seminario fue significativa para el establecimiento de sus resultados, ya que evidencia los aspectos relevantes para la programación y esquematizó el trabajo esperado durante la experimentación. El proceso evaluativo es mostrado en la Tabla 1.

El proceso de evaluación del Diario de Reflexión se entiende desde una rúbrica dinámica, en donde se solicita a los estudiantes de forma inicial que realicen reflexiones sobre algún tema -no guiado por el investigador- tratado en las clases, ya sea por el profesor o por sus pares, que haya sido discutido en clases y que sea del interés personal del estudiante.

Tabla 3. Proceso evaluativo de la propuesta.

<i>Instrumento</i>	<i>Ponderación</i>	<i>Descripción</i>
Diario de Reflexión	45%	Documento virtual, en donde solo el estudiante y el profesor tienen acceso. En él, debe poner en evidencia su posicionamiento conceptual de los tópicos tratados en clases. No se espera que sea un resumen de las clases, sino de elementos significativos para el estudiante que han surgido en las clases. Tiene 6 revisiones durante todo el seminario.
Portafolio	20%	Cada grupo de trabajo deberá crear un portafolio, el que evidenciará la reflexión, evolución y logros adquiridos de manera grupal. El portafolio tuvo 2 calificaciones durante el semestre.
Actividades	10%	Existirán actividades individuales y grupales a través del seminario del tipo: resolución de tareas de modelación, ensayos, confección de tareas desde ciertos elementos conceptuales, uso de la microingeniería didáctica en propuesta de tareas, etc.
Trabajo de Investigación	10%	Cada grupo de estudiante debe crear una tarea de modelación desde un objetivo determinado por ellos. Esta tarea debe ser presentada primero en el seminario para ser retroalimentada por sus pares y el profesor guía. La actividad será puesta en práctica en un colegio en donde alguno de los estudiantes esté realizando su práctica profesional. Finalmente, cada grupo realizará un reporte (anexo 2) asociado a su investigación, cuyos resultados serán expuestos frente al seminario.
Prueba Global	15%	Todos los contenidos.

En los procesos de revisión existe un constante lineamiento hacia lo que es la rúbrica final del seminario, la cual demanda reflexiones complementadas y sustentadas con documentos científicos, siendo la innovación una característica en sus escritos, tanto sobre diseños de aprendizaje, opiniones teóricas, prácticas docentes, entre otros. Esta actividad intenta promover la generación de autonomía conceptual, coherencia didáctica y pedagógica y propuestas de innovación de sus ideas, permitiendo una suficiente libertad para profundizar en los temas de interés de cada uno de ellos. Además, se asumió un dinamismo en la rúbrica por la inexperiencia de los estudiantes al reflexionar, ya que son muy pocas las instancias que se les solicita hacerlo en las asignaturas que conforman su formación inicial.

El Portafolio contiene la resolución de todas las actividades que son solicitadas en el transcurso del seminario, junto con las reflexiones que se han podido consensuar en el grupo de trabajo. Un fin del portafolio es la recopilación de información para su futura labor docente para destacar logros y errores que tengan los estudiantes. En éste, existen procesos coevaluativos y autoevaluativos, esperando reflejar el trabajo colaborativo existente al construirlo.

Las Actividades son dadas en las clases, consistiendo en tareas o ensayos a realizar dentro o fuera del horario de seminario, dependiendo de la importancia de la tarea según la planificación realizada. Una tarea que los estudiantes debieron realizar mas de una vez fue la resolución de tareas de modelación, considerando una mejor evaluación la riqueza en las múltiples maneras de resolver las tareas (lo que es explicitado en las instrucciones de las tareas), fomentando las competencias de modelación propias del futuro profesor desde sus capacidades, para posteriormente generar mayor cantidad de visualizaciones de desarrollo de cada una de las tareas que ellos deberán dirigir en sus futuras prácticas (análisis a priori). En total, existieron 8 actividades ponderadas igualmente, siendo 4 de ellas, resolución de tareas de modelación.

El Trabajo de Investigación, consiste en la elaboración de una tarea de modelación, usando gran parte de los fundamentos teóricos tratados en el seminario, buscando evidenciar: 1) una actitud crítica con respecto a la práctica docente presente en las aulas chilenas; 2) La manipulación de herramientas teóricas que abordan problemáticas educacionales en Modelación Matemática; refiriéndose a la capacidad de fomentar competencias de Modelación Matemática en su propuesta de innovación y reconocer elementos basales en la realización de tareas; y 3) innovación en las tareas de modelación creadas.

La Prueba Global considera elementos teóricos y prácticos en similar proporción.

El tercer componente fue mediante una plataforma virtual, en donde se presentaron múltiples materiales de apoyo: presentaciones utilizadas en clases, material complementario, foros de discusión y el “Diario de Reflexión”. Este último fue individual y pudo ser leído y editado por los investigadores y el estudiante. Su uso tuvo como objetivo que el estudiante reflexione –al menos- semanalmente sobre tópicos que se han discutido en los dos componentes presenciales y que evidencie un avance del aprendizaje individual.

La recolección de datos consideró todos los tipos de evaluación que se consideraron e instrumentos anexos: elaboración y construcción de tareas de modelación, ensayos, portafolio, diario de reflexión, prueba y entrevistas grupales al final del seminario en el carácter de un focus group.

Experimentación

Las experimentaciones A y B fueron realizadas en el transcurso de los meses de marzo y julio de 2015. La contingencia nacional impactó de diferente manera en cada uno de los casos, ya que existieron paralización de actividades académicas en el caso A, dejando en el carácter de incompleta la experimentación; no así en el caso B, ya que ésta fue realizada de forma completa antes de que comenzaran las paralizaciones en la institución.

Caso A

Fueron 14 sesiones programadas de 90 minutos una vez a la semana para ambos componentes presenciales. Asistieron 52 estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemáticas, en donde la gran mayoría cursaba su tercer semestre de la carrera. Paralelamente, realizaban su primera práctica docente en colegios cercanos a la ciudad de Valparaíso, región de Valparaíso.

Alrededor del 30% de los estudiantes dejó de asistir a las clases desde la semana 4, y posteriormente se plasmó en una deserción del orden del 20%. Los que siguieron el seminario se adaptaron al sistema.

La nula posibilidad de establecer la última sesión, hizo que no se pudieran realizar el Trabajo de Investigación y el focus group.

Caso B

Fueron 14 sesiones programadas de 75 minutos una vez a la semana para ambos componentes presenciales. Asistieron 13 estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemáticas y Computación, en donde la totalidad de estudiantes cursaban al menos su séptimo semestre de la carrera. Paralelamente, realizaban su tercera práctica docente en colegios principalmente en el Valle de Aconcagua, región de Valparaíso.

No hubo disminución de asistencia a clase de manera anormal ni deserción en la finalización del seminario.

En ambos casos, los estudiantes que continuaron con el seminario, fueron progresivamente apoderándose del Diario de Reflexión, generando un uso habitual del instrumento, sirviendo de un espacio de reflexión que tuvo trascendencia por sobre los tópicos de la propuesta, ya que fue

utilizado como un instrumento de reflexión general relacionado con la profesionalización docente, el saber matemático y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

CONCLUSIONES

Los estudiantes del caso A, mostraron reticencia a la modalidad de trabajo, esperaban una clase frontal en donde se presentan los resultados matemáticos y se explican. Esperaban preguntas matemáticas claras y tradicionales, en donde el contenido matemático está explícito. La incomodidad del tipo de preguntas desaparecía cuando se obtenía algún modelo real que les permitiera matematizar y así iniciar el ciclo de modelación (en términos del ciclo de Blum-Borromeo, Borromeo-Ferri, 2006, 2010). En el caso B, existió un proceso de adaptación a la propuesta, en donde los estudiantes se sintieron incómodos. Sin embargo, desde la semana 3 o 4 se lograron adaptar al proceso de la propuesta y su evaluación.

La inseguridad que se generó en la forma de ser evaluado y la modalidad de trabajo planteada, provocó la reducción del número de estudiantes asistentes a clase en el caso A. Los que siguieron se adaptaron al sistema. En el caso B no hubo disminución de asistencia a clase ni deserción.

Los procesos de reflexión exigidos en la propuesta, adquirieron una importancia fundamental para definir la participación activa de los estudiantes. En el caso A, los niveles de deserción son relacionados con la falta de conocimiento del rol profesional docente, ya que éstos no tienen y no ven –en general- la necesidad de crear y diseñar propuestas de enseñanza. Los estudiantes del caso A no son conscientes de las competencias logradas en modelación. En el caso B, existió una valoración positiva frente a la propuesta, incluso estudiantes declaran lo positivo de esta instancia dentro de su formación.

Considerando la totalidad de estudiantes que terminaron de forma activa ambas experimentaciones, alrededor de un 20% de ellos evidenciaron un empoderamiento progresivo del Diario de Reflexión, incluyendo a sus comentarios elementos que trascienden de los tópicos abordados en la planificación de la propuesta y siempre relacionados con las prácticas docentes, el rol de las matemáticas para un profesor, la importancia del contexto para la enseñanza y en general, el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El desarrollo y evolución de la creación de tareas de modelación, fue evidenciado en la gran mayoría de los estudiantes que finalizaron el seminario para el caso B. Al inicio del seminario, la creación de tareas eran remitidas a la aplicación de objetos matemáticos ya construidos. Sin embargo, las tareas propuestas en el Trabajo de Investigación destacaban por ser propuestas de construcción del saber matemático, logrando problematizar el saber matemático y desafiando el uso de los conocimientos que se van construyendo, posicionando a la modelación en un estatus capaz de construir conocimiento matemático en el estudiante.

Referencias

- Barbosa, J. C. (2003). *What is mathematical modelling?* In S. J. Lamon, W. A. Parder & K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life*, pp. 227-234. Chichester: Ellis Horwood.
- Blomhøj y Jensen, (2006) *Teaching mathematical modeling through project work*. ZDM 38 (2), pp. 163-177.
- Blomhøj M. (2008). *Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers*. *Proceedings of ICME 11*, pp. 1-13.
- Blum, W. y Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Blum, W. (2002). *ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education–Discussion document*. *Educational studies in mathematics*, 51(1-2), pp. 149-171.

- Borromeo-Ferri, R. (2006). *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process*. ZDM, Vol. 38, 2, pp. 86-95.
- Borromeo-Ferri, R. y Blum, W. (2009). *Mathematical modelling in teacher education – experiences from a modelling seminar*. Proceedings of CERME 6.
- Borromeo-Ferri, R. (2010). *On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behavior*. Journal für Mathematik-Didaktik. 31(1), pp. 99-118.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chevallard, Y. (1980). *La Transposition Didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano - registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Huincahue, J., Morales, A. y Mena-Lorca, J. (2015). *Postura científica de la modelación matemática y su impacto en la enseñanza y el aprendizaje*. En Memoria de la XVIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Oaxaca: CIMATES.
- Kaiser G. y Sriraman B. (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. ZDM 38(3), pp. 302-310.
- Lesh R., Galbraith P. L., Haines C. R., Hurford A. (2010). *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13*. New York: Springer.
- Maaß K. (2006). *What are modeling competences?* ZDM 38(2), pp. 113-142.
- MINEDUC. (2012). *Curriculum en línea*. Recuperado el 5 de mayo de 2015, de <http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-49395.html>
- Morales, A., Mena, J., Vera, F., Rivera, R. (2012). *El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos*. Enseñanza de las Ciencias. 30(3), pp. 237-25.
- Morales, A. y Cordero, F. (2014). *La graficación-modelación y la Serie de Taylor. Una Socioepistemología del Cálculo*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17(3), pp. 319-345.
- OECD (2014), *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014)*, PISA. OECD Publishing. Doi: 10.1787/9789264201118-en.
- Pollak, H. (1979). *The interaction between mathematics and other school subject*. New Trends in Mathematics Teaching IV, Paris, pp. 232-248.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W. y Brown, J. P. (2013). *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice*. New York: Springer Science & Business Media.
- Villa-Ochoa, A., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, J. y Ocampo, D. (2009). *Sentido de realidad y modelación matemática: el caso de Alberto*. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), pp.159-180.