

# UNA VISIÓN DOCENTE SOBRE EL REDISEÑO ESCOLAR: EL CASO DE LA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA EN SECUNDARIA



Luz María Aviña Escamilla, Gisela Montiel Espinosa

luzmarae@gmail.com, gmontiel@ipn.mx

CICATA – IPN

## Resumen

Nuestra investigación propone el estudio de algunos procesos del rediseño del discurso trigonométrico escolar, en relación a una secuencia escolar basada en la construcción social del conocimiento matemático (Montiel, 2005). En particular se estudian estos procesos situados en la práctica docente. En este documento sentamos las bases teóricas y metodológicas que nos permitirán analizar dichos procesos.

## Palabras Clave

razón trigonométrica, rediseño, discurso escolar

## Introducción

La Reforma de Educación Secundaria que se hiciera oficial en el año 2006 en México se le acompañó de programas piloto, recursos didácticos de apoyo, programas de formación docente y libros de texto evaluados por expertos, para su implementación en aula. Nuestro interés está puesto en el proceso de rediseño del discurso escolar que se espera a partir del uso de los libros de texto aprobados por la Secretaría de Educación Pública. Muy en particular analizaremos el funcionamiento de una secuencia didáctica relacionada con la construcción de la noción escolar de *razón trigonométrica* incluida en el texto (Cantoral, Farfán, Montiel, Lezama, Cabañas, Castañeda, Martínez y Ferrari, 2008) Esta secuencia (Lección 23 del libro) se fundamenta en el reconocimiento de la naturaleza proporcional de las relaciones trigonométricas en el contexto geométrico y busca darles *significación* a través de actividades de medición, cálculo y modelación, perspectiva que nace del modelo propuesto por Montiel (2005) sobre la construcción social de conocimiento trigonométrico.

Sin embargo, reconocemos que los resultados de investigación en matemática educativa, ya sean teóricos o prácticos, no son inmediatamente transferibles al aula, ni adoptados por el profesor de manera transparente. Implementar un diseño innovador, producto de la investigación, debe considerar a la *escuela*, como un escenario que impone ciertas condiciones en su funcionamiento, y al *profesor*, como la figura en quien se deposita la mayor responsabilidad de la *actividad didáctica escolarizada*. A partir de aquí nos preguntamos cómo es que llegan estas propuestas didácticas a la realidad educativa, principalmente qué uso les da el profesor. Por un lado, nos interesa saber si el profesor hace adaptaciones a la secuencia o la trabaja tal como se plantea en el libro, y qué justificaciones tiene para tales decisiones. Por otro lado, analizaremos la dinámica de trabajo que provoca el profesor al llevar la secuencia al aula y la interpretación que hace de la experiencia con estudiantes. Con base en los resultados y nuestro análisis pretendemos identificar algunos de los elementos que entran en juego en el rediseño del discurso matemático escolar asociado con la *razón trigonométrica*.

## Trigonometría Educativa

La investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las nociones trigonométricas escolares se ha orientado significativamente hacia las razones, las funciones y el tránsito de razón a la función. Investigaciones como la de De Kee, Mura y Dione (1996) quienes han reportado algunas concepciones del estudiante respecto a las razones trigonométricas y cómo estas dominan sobre la noción de función trigonométrica. Las autoras abren una discusión sobre el papel que juega el círculo trigonométrico en el paso de las concepciones geométricas a las concepciones funcionales relacionadas con el seno y el coseno (y que constituye uno de los lazos más importantes entre la relación y la función trigonométrica). Por su parte, Kendal y Stacey (1998) compararon el *método* del triángulo rectángulo con el *método* del círculo unitario para introducir a la trigonometría, encontrando mejores resultados en los estudiantes al utilizar el primero. Sin embargo, las autoras reconocen que con el paso a las funciones se vuelven necesarios los elementos que aporta el círculo unitario.

En el terreno de las funciones trigonométricas, dejando de lado las razones, Blackett y Tall (1991) y Weber, (2005) orientaron sus investigaciones hacia el estudio de las concepciones logradas en el estudiante gracias a diseños fundamentados en teorías del aprendizaje en matemáticas. Sin embargo, ninguna de las anteriores problematiza el saber escolar en sí mismo, es decir, se parte del principio que el conocimiento a lograr por el estudiante es la trigonometría escolar.

Desde una perspectiva más amplia de la construcción del conocimiento matemático, es posible ver a *lo trigonométrico* como un conjunto de saberes cuya construcción obedece a contextos, problemas y circunstancias particulares, y no solo a estructuras matemáticas que dan coherencia a su presentación como objeto formal. Se asume, del modelo de Montiel (2005), la necesidad de un *discurso matemático escolar* que reconcilie el estudio de la trigonometría con el estudio de la proporcionalidad, donde objetos como el triángulo, el círculo, el ángulo y las relaciones entre ellos sean herramientas en la construcción de modelos geométricos (estáticos), donde surja la *cantidad trascendente trigonométrica*. Es en esta perspectiva que está fundamentada la secuencia didáctica cuyo funcionamiento analizaremos a propósito de su incorporación en el aula.

### ***Estudios sobre el profesor***

El papel que juega el profesor es trascendental en lo que sucede en el salón de clases y sus relaciones con los conocimientos dados y adquiridos en la dinámica escolar. Una investigación que reporta lo que pasa con los profesores y con los formadores de profesores es la de Cavey y Berenson (2005) realizan un estudio de corte didáctico cognitivo. Donde se busca observar que concepciones tienen los profesores durante la planeación, y ejecución de una clase.

El análisis se realiza desde una perspectiva constructivista que les permite analizar el dominio que tiene el profesor de los conceptos matemáticos y las estrategias que tiene para su enseñanza, en términos de “incremento del entendimiento” y su discurso y acciones en el salón

de clases, respectivamente. En particular esta investigación reporta los resultados del método *Estudio de Planeación de Clase* (Lesson Plan Study, en inglés) llevado a cabo con un profesor, que planeaba trabajar con trigonometría.

Un estudio de carácter interpretativo que toma como antecedentes el constructivismo para analizar la naturaleza del discurso en el aula y su papel en la práctica de un docente en formación, mediante el análisis de vínculos entre ellos, es el propuesto por Blanton, Berenson y Norwood (2001). Donde se menciona que el análisis del discurso del aula no sólo dará información acerca de la comprensión del pensamiento de los estudiantes en lo que a matemáticas se refiere, sino también dará una amplia visión del pensamiento que tienen los profesores sobre su enseñanza.

### **Marco para el análisis del discurso**

La investigación antes mencionada, nos provee de un marco de análisis del discurso del profesor, donde Potter and Wetherell (1987, citado en Blanton, Berenson y Norwood 2001) mencionan dos fases para realizar el análisis del discurso del 1) identificar los patrones de la variabilidad y coherencia en los datos; 2) establecer la función y el efecto de las palabras de las personas; sin embargo en dicho estudio se busca ir más allá de la interacción verbal en el salón de clases, y toman como enfoque para dar sentido a los *patrones de discurso*, dicha perspectiva de análisis, se basan en las ideas de lo que los profesores y los estudiantes sienten que deben hacer de acuerdo a los roles que estén jugando y la interacción de los mismos en el salón de clases para establecer *rutinas* que al estar involucradas con el lenguaje conforman los patrones de interacción en el aula. Debido a esto es que ellas definen que *“la identificación de un patrón supone la construcción de sus elementos constitutivos, a nombrar, las rutinas establecidas por el profesor y los estudiantes”* (Blanton, Berenson y Norwood 2001).

En un segundo momento se busca la identificación del tipo de discurso del profesor al llevar la secuencia didáctica al salón de clases y trabajarla con los alumnos, con respecto a esto, las

autoras mencionan que: Para identificar la función del discurso toman como referencia que el discurso tiene una estructura dual. Una de ellas es tomar al discurso en una primera instancia como un enlace pasivo entre el remitente y el receptor, esto es a lo que ellas llaman “*discurso unívoco*” ya que la información solamente se recibe, se codifica y se almacena y así cualquier discrepancia entre lo que se transmite o se recibe se refiere solamente a un problema de comunicación. Por otro lado el discurso también puede servir como “*un pensamiento receptivo*” ya que lo dicho por el emisor puede servir como generador de nuevos significados, ya que dicho discurso se convierte en un punto de partida para darle sentido a nuevos significados. A esto le llaman “*discurso dialógico*” ya que el participante activo interpreta el discurso mediante preguntas con las que puede validarlo e inclusive rechazarlo.

El proceso que siguen para determinar los patrones y la función a partir de datos del discurso son:

- a) Transcripción de cintas de vídeo de observaciones en el aula
- b) Inserción de comentarios y preguntas que se planteaban en la transcripción
- c) Uso de la conversación como la unidad básica de análisis
- d) Identificar un esquema de codificación preliminar para describir el propósito de sus declaraciones

Para codificar las transcripciones, cada observación de clase se dividió en secciones manejables, las divisiones se producen en la secuencia de los acontecimientos de la clase.

Las secciones fueron codificadas por turno de conversación, y la esencia de las interacciones fueron obtenidas para tener una idea de las rutinas y patrones en el discurso.

- e) Adicionalmente las secciones se compararon con el fin de determinar similitudes y diferencias que sugieren cambios en la práctica

- f) Las secciones de las transcripciones de las cuatro observaciones en el aula fueron posteriormente seleccionadas como representantes de las rutinas y patrones manifestados en el discurso.
- g) Luego se analizaron más profundamente para caracterizar la función discurso como unívoca o dialógica

Nuestra investigación busca en un primer momento la observación e identificación de dichas rutinas en la puesta en escena de la secuencia mencionada, así como determinar qué tipo de discurso se utiliza a partir de los papeles que el docente esté jugando (ya sea como profesor frente a grupo o como alumno al resolver la secuencia) y las dinámicas de interacción en el salón de clases. Esto se llevará a cabo mediante el levantamiento de registros video grabados de los diferentes momentos de la clase siguiendo un modelo similar al propuesto por los autores.

Con esto lo que se busca es caracterizar el tipo de discurso con el que el profesor está interactuando al exponer, dar explicaciones, resolver dudas con sus alumnos en una clase determinada; así como la planeación y organización que realizará con una secuencia didáctica definida abordando un contenido en específico, en este caso la razón trigonométrica.

### **Un acercamiento al discurso trigonométrico escolar**

Dentro de las actividades e interacciones que se realizan en el salón de clases Cantoral (1995) menciona que normalmente se asume que el aprendizaje de la matemática tiene su propia psicología y que los estudiantes y los profesores llevan sus propias ideas de la matemática a cualquier situación y que los profesores son los mejores equipados para enseñar matemáticas si pueden entenderlo desde la mirada de los estudiantes y que se busca que los discursos didácticos no sean solo lógicamente coherentes sino que sean cognitivamente coherentes.

Se menciona también que la investigación en Matemática Educativa se propone afectar el sistema educativo en un sentido benéfico a saber, mejorar los métodos y contenidos de enseñanza y proponer condiciones para un funcionamiento estable de los sistemas didácticos

asegurando entre los alumnos la construcción de un saber viviente, susceptible de evolución y funcional, que permita resolver problemas.

Como ya se mencionó en este trabajo se busca posar la mirada en el profesor y sus interacciones con los alumnos dentro del salón de clases utilizando un tipo de *discurso* que le permita lograr un objetivo previamente vislumbrado. Para ello determinamos las siguientes fases que nos permitan caracterizar nuestras observaciones

*Primera entrevista.* Con la intención de obtener la mayor cantidad posible de evidencia de los pensamientos, ideas y formas del cómo abordar el contenido; así como su experiencia al trabajar con los alumnos en el salón de clases al mismo tiempo que nos comparta las dificultades a las que se ha enfrentado y la forma en que les ha dado solución. Una parte medular de esta entrevista se basa en cómo el profesor planea una clase en la que se aborde la razón trigonométrica, además de todas las evidencias que nos pueda compartir para enriquecerla.

Con este primer momento se busca también dar una idea general de lo que se va a realizar en la práctica.

*Resolución de la secuencia* (Lección 23 de (Cantoral, et al, 2008)). Retomando la estrategia de homología desarrollada por Kuzniak (1994, citado en Artigue, 2005) se propone al profesor, en el papel de estudiante, la resolución de la secuencia y la discusión posterior de los propósitos de enseñanza-aprendizaje involucrados.

Aquí se pretende hacer explícita la naturaleza proporcional de la noción trigonométrica en juego, con el propósito de convertirla en el eje rector de la actividad con los estudiantes.

*Segunda entrevista.* La intención de esta es obtener en un primer acercamiento las opiniones generadas por la secuencia y la discusión mencionada en la fase anterior, así como su sentir acerca del papel que estaba jugando al enfrentarse a una situación de ese estilo. Un segundo momento lo conforma la parte las modificaciones que haría el profesor a la secuencia o en su defecto de las razones del porque se continuaría con la propuesta originalmente dada. Un tercer momento lo conforma la planeación de la puesta en escena con los estudiantes y los aspectos que el profesor tomará en cuenta como medulares al llevarla al salón de clases, así como los objetivos a perseguir en el proceso.

En esta parte se intenta observar un posible rediseño a la secuencia dada de acuerdo a las necesidades propias del profesor y su grupo de alumnos en particular, así como las características de infraestructura y dinámica grupal que afectan a un proceso de enseñanza aprendizaje de esta índole, la cual nos permita posteriormente interpretar algunas cuestiones que se observen en la puesta en escena.

*Puesta en escena con estudiantes.* Retomando lo propuesto por (Blanton, Berenson y Norwood 2001) se busca obtener observaciones y registros de episodios de clase, que en este caso será la puesta en escena de la secuencia de acuerdo a las adecuaciones que el profesor ha realizado con anterioridad. Para ello se le brinda total libertad al profesor para abordarla y se levantarán los registros mediante videograbaciones de los momentos en los que el profesor interactúe con los alumnos en clase.

Se podrá especial atención en todo lo que el profesor diga o responda a los alumnos debido a que este momento es una de las fases medulares de la investigación ya que es aquí donde se recogerán las evidencias para caracterizar los patrones de discurso, así como los tipos de discurso ya mencionados que tienen que ver con las rutinas establecidas entre el profesor y los alumnos en el salón de clases.



*Tercera entrevista.* Como parte final del proceso realizado con el profesor se busca obtener sus pensamientos y puntos de vista acerca de lo ocurrido en clase, así como el logro de los objetivos planteados y las posibles dificultades y cuestionamientos que se hicieron, tanto por los alumnos como por el profesor.

Esta fase nos dará argumentos interpretativos de algunas cuestiones que se observen en clase, así como las rutinas de interacción establecidas para caracterizar los patrones y los tipos de discurso empleados por el profesor.

## Reflexiones finales

Como parte de una necesidad de generar competencias y habilidades para poder acceder a un conocimiento es que surge una reforma a la educación secundaria, en donde su base metodológica esta cimentada en la Teoría de situaciones didácticas, y la ingeniería didáctica. En la Fundamentación de la Reforma a Educación Secundaria 2006 se menciona *que una de las expectativas consiste en: generar en el profesorado una nueva cultura de la planificación, haciendo énfasis en la importancia de buscar y analizar actividades de estudio que respondan a intenciones didácticas claras; plantearlas a los alumnos de manera abierta, ayudarlos a analizar y a socializar los procedimientos encontrados; finalmente, emitir un juicio sobre la pertinencia de cada una de las actividades, para poder mejorarlas.*

Una de esas formas de búsqueda de actividades de estudio es recurrir a los materiales de apoyo, como lo son los libros de texto que son avalados y revisados por una autoridad educativa, en este caso la Secretaría de Educación Pública, que es la encargada de proveer a las escuelas de los mismos. Es en ellos donde nos encontramos con la secuencia didáctica en cuestión que nos permite observar que es lo que ocurre con los libros que llegan a las manos de los profesores, quienes sirven de intermediarios ante los alumnos en el salón de clases.

Posando nuestra mirada en dicha secuencia vemos que la intencionalidad (en su versión original) es que la noción de razón surja de manera natural, a partir de una necesidad de su utilización, esto es enfrentándolos a una situación que implique la medida de una realidad no accesible y que a partir de nociones geométricas conocidas lleguen a la noción de la razón

trigonométrica como el cociente de las longitudes de los lados de un triángulo, más allá de construir el concepto. Para ello es necesario movilizar a los estudiantes a un espacio físico que imponga el cálculo de distancias a partir de modelos y no de herramientas como la regla o el metro. Esto se establece como principio fundamental para construir un significado *proporcional* a la razón trigonométrica, siendo éste la base del conocimiento trigonométrico que se desarrollará hasta la educación universitaria.

## Bibliografía

Artigue, M. (2005). The integration of symbolic calculator into secondary education: some lessons from didactical engineering. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument* p. 231-294. New York, U. S. A.: Springer

Blackett, N., y Tall, D. O. (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. En F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.1, pp. 144–151. Assisi, Italy: PME.

Blackett, N. y Tall, D. (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. En H. Chick y J. Vincent (Eds.). *Proceedings of the international group of psychology of mathematics education XV*. Vol. 1, p. 144-152. University of Melbourne, Australia.

Blanton, M., Berenson, S., & Norwood, K. (2001). Using classroom discourse to understand a prospective mathematics teacher's developing practice. *Teaching and Teacher Education*, 17, p. 227-242

Cantoral, R. (2001). Sobre la Articulación del Discurso Matemático Escolar y sus Efectos Didácticos. En G. Beitia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 14 (1), p. 64 – 75 México: Grupo Editorial Iberoamérica

Cantoral, R. (1995). *Matemática, Matemática Escolar y Matemática Educativa*. En R. Farfán (Ed.), Memorias de la novena reunión centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa, volumen I. La Habana Cuba: Ministerio de Educación de Cuba.

Cantoral, R., Cabañas, G., Castañeda, A., Farfán, R., Lezama, J., Martínez, G., Montiel, G. y Ferrari, M. (2008). *Matemáticas 3*. Serie para la educación secundaria: Desarrollo del Pensamiento Matemático. México: McGraw Hill

Cavey, L. y Berenson, S. (2005). *Learning to teach high school mathematics: Patterns of growth understanding right triangle trigonometry during lesson plan study*. Journal of mathematical behavior 24, p. 171 – 190

De Kee, S., Mura, R. y Dione J. (1996). La comprensión des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics* 16 (2), p. 19 – 22.

De Moura, L. (2000). *Construindo os conceitos basicos da trigonometria no triângulo rectângulo: uma proposta a partir da manipulacao de modelos*. Tesis de Maestría no publicada. PUC – SP, Brasil.

Kendal, M. y Stacey, K. (1996). Trigonometry: comparing ratio and unit circle methods. En P. Clarkson (Ed), *Technology in Mathematics Education .Proceedings of the Nineteenth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, p. 322 – 329. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Kuzniak A. (1994). *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. Tesis doctoral. Université Paris VII, Francia

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de Doctorado no publicada. CICATA – IPN, México

Nacarato, A., Bredariol, y Passos, M. (2001). Trigonometria: uma análise da sua evolução histórica e da transposição didática desse conhecimento presente nos manuais didáticos e propostas curriculares. En *VII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Rio de Janeiro, Brasil.

Secretaría de Educación Pública. (2006). *Educación básica. Secundaria. Programas de estudio 2006*. México, DF: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos

Secretaría de Educación Pública (2006). *Reforma de la educación Secundaria. Fundamentación Curricular. Matemáticas*. México, DF: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos

Weber, K. (2005). Student's understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal* 7(3), p. 91-112.