HACIA UNA RESIGNIFICACIÓN DE LAS DESIGUALDADES E INECUACIONES A PARTIR DE LAS PRÁCTICAS DEL PROFESOR. ESTUDIO DE CASOS

Mariangela Borello, Javier Lezama Andalón

CICATA del Instituto Politécnico Nacional, México

mborello@gmail.com, jlezamaipn@gmail.com

Resumen

Este trabajo forma parte de una investigación orientada a estudiar el estatus actual de las desigualdades y de las inecuaciones en la escuela y se coloca en el marco de la socioepistemología. En este trabajo vamos a reportar el análisis de una secuencia didáctica que, dentro del proceso de su validación, se ha puesto a funcionar en forma de entrevista a una docente y a un estudiante. De este análisis se han podido obtener datos que permiten verificar nuestras hipótesis de investigación.

Palabras clave

resignificación , desigualdad, inecuación.

Introducción

Este trabajo forma parte de una investigación orientada a estudiar el estatus actual de las desigualdades y de las inecuaciones en la escuela. Después de haber examinado varios rubros entre los cuales: los currícula y los libros de texto junto con las prácticas de aula (Borello, 2007), así como algunos lineamentos históricos y el papel de la desigualdad en las matemáticas de los matemáticos, nos ha hecho preguntarnos por qué en nuestros currícula la desigualdad ha quedado tan arrinconada y por qué en las prácticas escolares se ha reducido a pura técnica operacional.

Para intentar contestar estas preguntas hemos elaborado una secuencia didáctica cuyos objetivos son: comprobar nuestras hipótesis acerca de la epistemología de los maestros sobre los objetos igualdad y ecuación y los objetos desigualdad e inecuación; investigar el origen de dicha postura epistemológica (el escenario escolar, contexto social, etc.); detectar los elementos

que obstaculizan el cambio del quehacer didáctico; obtener elementos para el planteamiento de una propuesta de resignificación.
Dentro del proceso de validación de dicha secuencia hemos llevado a cabo un estudio de casos que examinamos en este trabajo.

Marco Teórico

El enfoque teórico de nuestra investigación se sitúa en aquella parte de la matemática educativa que se conoce como *socioepistemología*. Se trata de una aproximación múltiple que considera necesario "el dotar a la investigación de una aproximación sistémica y situada, que permita incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento; su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza" (Cantoral y Farfán, 2003).

Dicha visión centra su atención en todo lo que permite la construcción del conocimiento matemático y "propone entender por qué y cómo los grupos humanos tuvieron o tienen que hacer ciertas cosas para construir ese sistema complejo de conceptos. Esas ciertas cosas son las prácticas sociales que realizan los grupos humanos para construir conocimiento." (Cordero, 2005)

Por lo tanto, en el ámbito de la socioepistemología, hablamos de resignificación no en el sentido de darle un nuevo significado al objeto matemático en cuestión, sino de volverle a dar su justo lugar, considerando las prácticas asociadas y la forma en que el conocimiento ha llegado al saber institucionalizado. (Buendía, 2006) Se trata por lo tanto de mirar al conocimiento en relación a su uso en una determinada situación la que lleva, dentro de la organización del grupo humano, a la determinación de su forma y de su función. (Domínguez, 2003) En este contexto, el individuo resulta ser "un ente activo modificando su entorno y modificándose a sí mismo en el contexto mismo de las prácticas en las que se involucra y éstas son la fuente de resignificación del conocimiento matemático". (Buendía, 2004)

Aplicación de la secuencia

En el proceso de validación de nuestra secuencia, decidimos ponerla en funcionamiento con una profesora de matemáticas de nivel secundaria y un estudiante de escuela medio superior. La profesora (P) estudió en una escuela Normal Superior y, cuenta con una sólida formación en el campo de la Matemática Educativa. El estudiante (E) es un alumno del último año de bachillerado, señalado por su profesor de matemáticas como sobresaliente. En esta fase, la secuencia se aplicó por medio de entrevistas que se grabaron a fin de poderlas revisar a profundidad y observar si las preguntas planteadas lograban proporcionar la información que la secuencia pretendía proveer.

Para el análisis de las dos grabaciones hemos seleccionado algunas preguntas con sus respuestas, mismas que nos permiten construir conclusiones a partir de nuestro análisis.

Parte I

<table>
<tr><td>3) Ahora intenta representar por medio de un dibujo o de una gráfica la expresión $x+1=0$ sin resolverla previamente (en el caso de que la estés viendo como ecuación).</td></tr>
<tr><td>M (entrevistadora): Puede ser un dibujo o lo que quieras. Es decir: representa esta expresión en la forma que tú quieras, …en una forma visual, podemos decir
E: [Representa el plano cartesiano]
: para todos los valores de y, siempre x va a ser igual a . [Representa la recta y escribe debajo de ella]. En otra representación sería que un niño [empieza a dibujar] dice un número aleatorio pero casualmente va a decir el número , otro niño dice también otro número aleatorio pero también es el mismo, de . Y así un montón de niños van a decir cualquier número aleatorio pero casualmente siempre va a ser el mismo número, , que sería la solución de porque por cualquier valor siempre vamos a llegar al , una expresión.
M: ¿Puedes expresar todo esto sintéticamente por escrito?
E: [Escribe:] Un conjunto de niños dicen números aleatoriamente pero da la casualidad que siempre es (menos uno).</td></tr>
<tr><td>4) Cuando encuentras la expresión :
a) ¿En qué piensas? ¿Es una ecuación o una igualdad? ¿Por qué?
b) ¿Qué haces? ¿Resuelves una ecuación o describes lo que lees?</td></tr>
</table>

P: Bueno, se que por definición la ecuación es una igualdad. Por lo último que averigüé me encontré con que la igualdad tiene varios significados en contextos diferentes, entonces…la expresión … M: Acuérdate que nunca hay respuestas correctas y equivocadas. Son propuestas… P: Bueno, cuando veo este tipo de expresión, siempre las ligo con una representación gráfica Entonces esta (señala) no es una función, esta es…una ecuación, según yo. Entonces aquí no nos pide resuélvela, sino vela y di qué es. M: La idea es: tú, frente de una cosa así, ¿cuál es la cosa que te viene espontaneo hacer? P: Que esto () surgió de algún problema: se me ocurre, este se generó por alguna situación que terminó siendo expresada así y como sabemos para resolverla hay que despejar a ese (señala la), encontrar su valor y para encontrar su valor hay pasos que se nos han enseñado M: Sólo me escribes la respuesta sintéticamente P: a) Es una ecuación. ¿Por qué es una ecuación? Porque hay un valor que se desconoce. b) Cuando la veo pues, de hecho pienso en resolverla.
E: a) ¿En qué piensas? En una ecuación. En una ecuación o en una igualdad. Bueno: en una ecuación. ¿Por qué? Estoy acostumbrado siempre a encontrar el valor de una incógnita. b) ¿Qué haces? Resuelvo la ecuación paso a paso, siguiendo los métodos tradicionales [escribe: “que ya conozco”]
9) ¿Cómo piensas que se pueda construir una ecuación que tenga como solución $x = -1$? ¿Puedes hacerlo? En caso de respuesta afirmativa, hazlo y justifica cuidadosamente todos los pasos.

P: Ya me dan la solución ¿no? M: Aquí la idea es: inventa una ecuación que tenga esa solución P: Hay que generar una ecuación cuya solución sea. Entonces… ¿puede ser sencilla o compleja, no? M: Lo ideal es no exagerar ni en un sentido ni en el otro… P: … Esperemos no sea tan complicado… ; ….creo que me equivoqué…No ; Bueno, apliqué las propiedades muy rápido… . Creo que sí me dio, sería esta [subraya]. Aquí [indica la anterior] los signos: me iba a dar 13. Entonces, sí pude hacerlo. Aquí pongo: sí pude [lo escribe].
E: A partir de la ecuación original que sería y empezar a jugar con ella, es decir, aplicando las reglas que sirven para resolverla pero inversamente. Aplicar las propiedades para que se complique, así que como a un cierto punto se complique: multiplícala por 5, en ambos lados sumarle otra constante, dividirla entre algo una parte y que la otra también sea dividida pero que parezca que no se está dividiendo, o de cierta manera. M: A ver: me haces ver cómo? Sin que sea demasiado complejo. E: Tenemos esta ecuación x=-1, entonces aplicamos las propiedades al revés. En lugar que intentar de resolverla sería anti-resolverla. Entonces una de las expresiones sería , sin alterar. Y luego a esto lo podemos elevar al cuadrado, así tendremos , y aún así sigue teniendo la misma solución. Ahora también se puede dividir y también se puede multiplicar:, y aún así sigue sin alterarse nada. Y así podemos seguir. [Se le hace observar que elevar al cuadrado puede generar más soluciones].

Parte II

2): ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son a y b? Intenta representar por medio de un dibujo.

P: es mayor que . ¿Quiénes son y ? Aquí estoy comparando… en el caso anterior personas, puedo comparar cosas.

M: Sería interesante ver en qué sentido puedes comparar cosas. Por ejemplo: antes comparaste personas pero: ¿qué comparaste de las personas?

P: Comparamos….a ver [busca la hoja anterior]. Juan es más alto que David: comparamos estaturas. Si comparo números 5 es mayor que 3….

M: Tú, por ejemplo: de una persona, ¿qué cosas puedes comparar por esta forma: mayor de menor de, y qué cosas no puedes comparar?

P: …Qué cosas puedo comparar en una persona…

M: Por ejemplo de una persona, siendo que lo hicimos antes con personas…

P: Su estatura, su edad, uno es más grande que otro… quién tiene el pelo más largo, el tamaño de los ojos, no podemos comparar el color de ojos por ejemplo. Sí: hay cosas que se pueden comparar y cosas que no se pueden comparar.

M: Sí. Y sabrías decir qué es lo que las hace comparables o no.

Justamente: ¿por qué no se puede comparar el color de los ojos? O bien, se puede comparar pero no así: sabemos que verde es distinto de café. Pero no podemos decir que verde es mayor o menor de café…

P: No son como cuantificables,

M: Donde, cuando decimos que son cuantificables entendemos decir que podemos expresarlos…

P: Con números, con cantidades

M: Exactamente. De hecho no podemos decir Juan es más bueno que David, en el sentido que no se puede representar por medio de una desigualdad.

P: Aquí hablaríamos de tamaño, forma,…

M: Como dijimos antes lo que se puede cuantificar.

P: Luego: “intenta representar por medio de un dibujo”. [Dibuja una recta pone el cero y a su derecha a y a su izquierda b]. es mayor que .

E: Que un número, un número cualquiera -le vamos a asignar a- tiene que ser mayor del siguiente número que vamos a decir, que es b. ¿Quiénes serían a y b? Dos números cualesquiera. Que podrían representar edades, fichas, cualquier cosa. Representar por medio de un dibujo que a es mayor que b. Pues: haríamos una a grandota y una b chiquita [las dibuja]. Entonces: el tamaño de a es más grande del tamaño de b.
3) ¿Qué quiere decir? ¿Quiénes son *x* y *y*? Intenta representar por medio de un dibujo.
P: Es *x* menor que *y*. M: Aquí, si quieres, puedes hacer referencia a lo anterior P: Sí, aquí lo que cambia son nada más las letras pero supongo que refiere a lo mismo. M: Es lo que tú debes de interpretar P: También cambia que ya no es mayor sino que es menor. "¿Quiénes son *x* y *y*?" También puede asignársele un valor o algo que pueda compararse. "Intenta de representar por medio de un dibujo"…. Como son *x* y *y* me viene … me hace pensar en el plano ya no así [indica la respuesta anterior]. Porque son *x* y *y*. A lo mejor si hubieran sido c y d no pienso en el plano pero como son *x* y *y*… Entonces [dibuja el plano cartesiano] son todas las *x* menores que *y*. Todas las *x* menores que *y*. [Pinta el tercer y cuarto cuadrante].
5) Expresa por medio de un enunciado la siguiente expresión: . ¿Cuál es el papel de la literal x?

P: Que 3*x* está entre 6 y 12. Sin tocar al 6 y sin tocar al 12 porque no tiene el símbolo igual. "¿Cuál es el papel de la literal *x*?"…la literal *x*…Bueno, aquí está preguntando por la literal. [dibuja el plano cartesiano] Yo necesito como, así como ….bueno: la voy a pintar para explicar esto.

Si yo la separo de esto [indica la expresión] y veo como se representa, esto [el término] es una recta, que pasa por el origen cuya pendiente es 3, o sea, un poquito levantada de la de 45° [dibuja la recta]. Dice que está entre 6 y 12. Entonces tendré aquí 6 y 12 [los pone sobre el eje]. Sería como esta zona [pinta la parte de la recta correspondiente al intervalo de 6 a 12 sobre el eje . Escribe entre 6 y 12].

Sería el eje x pero…[escribe a lado de la recta]. La pregunta dice "¿cuál es el papel de la literal *x*?" … *x* es … ¿cuál es el papel? Su papel aquí es importante porque … es la que está condicionada. es la expresión que está condicionada o que me hace referencia que está entre 6 y 12….

M: Se me ocurre preguntarte: si está entre 6 y 12, ¿*x* está entre…?

P:….ya… [escribe $6<3x<12$, divide todo entre 3] *x* está entre 2 y 4 [pinta el intervalo sobre el eje x y la parte correspondiente sobre la recta]. Más o menos es esta zona.

M: Y ¿por qué aquí [indica lo que R hizo anteriormente] te salió esto?

P: Bueno aquí porque no dejé solita la *x*.

M: Te hago observar una cosa. Dijiste que era y, , entonces ¿estás midiendo sobre qué eje? ¿*y* está entre….? …. a le damos el nombre de *y*, entonces ¿quién está entre 6 y 12, *x* o *y*?

P: …..*y*, *y* está entre 6 y 12.

M: [pone el intervalo entre 6 y 12 sobre el eje *y*]. Este te corresponde sobre *x* al intervalo entre 2 y 4, si quieres verlo así.

P: Sí.

E: Para algún número cualquiera que agarremos y tome el valor , tiene que estar en este intervalo, tiene que estar pasando del 6 y no tiene que estar llegando al 12.

[Escribe:] Para algún número que tomemos y lo coloquemos en lugar de la variable   tiene que pasarse de 6 pero no llegar al 12.

Una variable que puede tomar cualquier valor siempre y cuando cumpla con los parámetros dichos en el inciso anterior.

Análisis

Iniciamos definiendo cuatro concepciones que consideramos articulan una manera de pensar o proceder matemáticamente. A saber:

- Concepción aritmética: se caracteriza por la capacidad de manejo de cantidades numéricas definidas.
- Concepción algebraica: se caracteriza por la capacidad de representar y operar con cantidades numéricas que se representan en forma abstracta. Es una herramienta que permite manejar el aspecto operacional y llevar a cabo la práctica del modelar.
- Concepción operacional: es una concepción en la que la concepción algebraica queda reducida al sólo aspecto operacional (una expresión que contiene símbolos y letras, sólo se ve como un objeto por resolver).
- Concepción variacional: se caracteriza por saber reconocer fenómenos de co-variación (variación reciproca entre dos variables), y saberlos representar gráficamente.

Procedemos entonces examinando algunos elementos particularmente importantes que fueron fortaleciendo nuestra hipótesis según la cual la dificultad que se presenta en el aprendizaje de las inecuaciones, radica en la pérdida del nexo entre los dos objetos matemáticos inecuación y desigualdad. Lo mismo que acontece con las ecuaciones ya que pudimos ver que se logra obtener un aprendizaje que no sea solamente operacional, sólo cuando queda claramente establecida la relación de la ecuación con la igualdad.

Los elementos observados son los siguientes:

La presencia de la escuela con su discurso.

Pudimos ver que la escuela, además de brindar a los alumnos aprendizajes curriculares dirigidos a proveer una educación matemática, propicia el fortalecimiento de ciertas “costumbres”. Por ejemplo: en los casos estudiados siempre que aparece una expresión que contiene un símbolo de igualdad (=) y la literal x, se piensa en una ecuación. Y cada vez que se encuentra una ecuación se piensa en resolverla. (Preguntas 3 y 4 – Parte I – P) O bien: cada vez que una expresión contiene ambas literales x y y, se piensa en una relación que se puede representar en el plano cartesiano. (Pregunta 3 – Parte II – P) Frente a estas costumbres pudimos ver que lo que hace la diferencia es si el sujeto está consciente de ellas o no.

Pudimos ver que E declara moverse de una cierta manera porque la escuela así se lo ha enseñado. (Pregunta 4 – Parte I – E) Esto es un signo evidente del hecho que para él es claro que aquello a que la escuela lo ha acostumbrado, sólo responde a una visión particular y que, por consecuencia, el objeto matemático se coloca en un contexto más amplio. Así E puede operar rápidamente despejando o –frente a una expresión como la que se le propuso ()– decir que la ve como una ecuación y por lo tanto resolverla. Sin embargo, su forma de ver una ecuación no queda encerrada al aspecto operacional ya que sabe relacionarla correctamente con el concepto de igualdad lo que E demuestra al momento de trabajar situaciones no convencionales como la de la pregunta 9-Parte 1 de la secuencia. Por lo contrario P, no parece darse cuenta de la influencia que la escuela ejerce sobre su manera de enfrentar los problemas. En ella vemos que están presentes al mismo tiempo diferentes formas de interpretar un mismo objeto matemático, pero cada una de ellas no logra relacionarse adecuadamente con las demás; es decir: el objeto matemático queda anclado a una visión dominante (las preguntas de la secuencia nos indican la concepción operacional) y las otras visiones que se aprendieron en la escuela –como por ejemplo la gráfico-visual– nunca se relacionaron significativamente con ella. (Pregunta 3 – Parte I – P)

El dominio de una concepción operacional.

Como acabamos de ver, en P la concepción operacional resulta dominante ya que todas las preguntas que se le proponen siempre terminan por enfrentarse bajo este marco. Sin embargo, también E sabe moverse en un ambiente operacional. Pero ¿qué es lo que le permite no quedarse ahí? Desde lo que pudimos observar en las respuestas a las preguntas planteadas, E tiene una concepción algebraica como recurso, que le permite generalizar y ver las variables como elementos numéricos cualesquiera. (Pregunta 3 – Parte I y Pregunta 2 – Parte II – E) Por lo contrario, en P sigue dominando una concepción de naturaleza aritmética en la que los símbolos sólo tienen un valor operacional. Por ejemplo, podemos ver que el símbolo de igualdad para ella ha mantenido el significado que tiene en el ámbito de la aritmética, donde decir que A = 2 sólo quiere decir que el resultado de A es dos. (Pregunta 9 – Parte I y Pregunta 5 Parte II – P) Esta interpretación reducida del símbolo de igualdad propicia que, a pesar de conocer y repetir las propiedades de la igualdad, estas no entren realmente en juego al momento de resolver una ecuación. Así la ecuación se considera como un objeto sobre el cual se aplican reglas para llegar a la solución y, por consecuencia, las propiedades quedan reducidas a reglas operacionales. También es interesante observar como una visión aritmética impida leer la expresión $x = 2$ como una ecuación, ya que es solución. Es decir: la solución es el resultado de un proceso operacional cuyo resultado, por el hecho de ser resultado, no puede tener la misma naturaleza del objeto sobre que se opera para obtenerlo. (Pregunta 9 – Parte I)

La importancia de una concepción variacional

En E pudimos observar la presencia de una concepción variacional que se hace manifiesta aún si el entrevistado nunca siente la necesidad de cambiar el registro semiótico. Como ya pudimos ver en la Pregunta 3 de la Parte I, E logra leer la ecuación no sólo como un objeto que indica un número discreto y finito de valores (las soluciones), sino también como una expresión que puede describir una relación mutua donde se pasa a un conjunto continuo de valores. Esto también lo pudimos observar en la Pregunta 5 de la Parte II (E). Por otro lado, P en muchas ocasiones siente la exigencia de operar un cambio en el registro semiótico, pero su concepción prevalentemente aritmética no le permite llevar a cabo todos los pasos lógicos que dicho cambio de registro pide y, por lo tanto, nunca logra aprovecharlo para ir construyendo una visión variacional. (Pregunta 5 – Parte II – P) La concepción variacional resulta muy importante al momento de trabajar con inecuaciones ya que el papel de la inecuación es el de establecer un intervalo o conjunto de valores en los que puede cambiar una variable (la incógnita) para cumplir una determinada desigualdad. De esta manera, quienes no tengan esta concepción suficientemente desarrollada, difícilmente pueden lograr establecer relaciones de co-variación como la que aparece en la pregunta 5 – Parte 2. Aquí de hecho P, a pesar de apoyarse en una representación gráfica, no logra ver la relación entre las dos variables y y, después de unas interacciones con la entrevistadora (M) que intentan propiciar una reflexión en dicho sentido, llega a trabajar reconduciéndose a las técnicas operacionales que conoce en el contexto de las ecuaciones. (Pregunta 5 – Parte II – P) Por otro lado, en E se ve con claridad la presencia de una concepción variacional que le permite describir lo que se le propone como una relación de co-variación ya que logra establecer la relación mutua entre las dos variables. (Pregunta 5 – Parte II – E) Con base en esto, pudimos observar que sólo si se ha establecido una relación adecuada entre igualdad y ecuación será posible que se establezca la relación correcta entre desigualdad e inecuación.

Resulta interesante observar como la debilidad de aquella concepción algebraica que favorece la interpretación de la ecuación como de una igualdad con características particulares (Pregunta 9 – Parte I) es la misma que hace difícil que se forme la idea de relación de orden y que, por lo tanto, se tenga clara la idea de comparación de cantidades que no sean números asignados. (Pregunta 2 – Parte II – P) Faltando entonces lo que podría darle significado a aquella desigualdad particular que es la inecuación, esta última se reconduce a lo que más se le pueda parecer en su aspecto exterior y –acordándonos que estamos frente de una forma de pensar en que el símbolo de igualdad (=) no trae consigo toda la potencialidad de su significado (se reduce a "resultado de", símbolo de implicación)– se trabaja como una ecuación ya que finalmente no se le da un significado propio ni al símbolo de igualdad ni al símbolo de desigualdad (aquí entendido como > o <) que por lo tanto se consideran en la práctica de resolución, como símbolos equivalentes. (Gallo y Battù, 1997). Es decir, la presencia de lo que Bazzini, Boero y Garuti (2001) definen "fantasma de la ecuación", no se debe únicamente al hecho de tener como referencia la ecuación que ya se ha estudiado, sino al hecho de haber alejado ambas, ecuación e inecuación, de su ligamen original con los objetos matemáticos igualdad y desigualdad.

También resulta importante que el objeto matemático desigualdad se introduzca asociándolo a aquellas prácticas que le otorgan un significado. Por ejemplo, pudimos ver la presencia de las prácticas del comparar y del acotar. (Pregunta 2 – Parte II – P; Preguntas 2 y 5 – Parte II – E). Ambos entrevistados tienen como referencia la práctica del comparar (Pregunta 2 – Parte II – P; Preguntas 2 – Parte II – E), pero en P ésta no ha evolucionado desde la práctica propia de la aritmética en la que se comparan entre ellos números o cantidades bien definidas (Pregunta 2 – Parte II – P). Por otro lado E, quien ha podido desarrollar su concepción algebraica, sabe comparar cantidades arbitrarias, que él define como "números cualesquiera" (Pregunta 2 – Parte II – E). Además E demuestra asociarle a la desigualdad también la práctica del acotar, lo que se puede ver muy bien en la respuesta a la pregunta 5 - Parte 2 (E).

Conclusiones

A partir del análisis de estos dos casos pudimos:

- Obtener elementos para reforzar la hipótesis según la cual está presente un proceso dialéctico entre la desigualdad y la inecuación lo que propicia la falta de un nivel de significación adecuado en el contexto escolar actual;
- Darnos cuenta de algunas posturas epistemológicas en las que se hace evidente una dificultad en: distinguir entre los objetos matemáticos ecuación e inecuación; determinar el papel de la desigualdad y de la inecuación sea en el contexto curricular, sea en las matemáticas en general;
- Constatar que las prácticas escolares asociadas al objeto inecuación lo han ido reduciendo a una herramienta de uso desligada de las prácticas que han determinado su desarrollo.

Todo esto nos permitió comprobar lo apropiado de nuestra secuencia y precisar su protocolo de análisis.

Bibliografía

Bazzini, L., Boero, P., Garuti, R. (2001). Algebraic expressions and the activation of senses. En Jarmila Novotná Ed. *Proceedings of European Research in Mathematics Education II*. Prague, República Checa.

Borello, M. (2007). *Relación entre las concepciones del maestro y el aprendizaje de los alumnos en el caso de las desigualdades. Un estado del arte.* Tesis de maestría no publicada, CICATA-IPN, México, D.F., México.

Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales. (Un estudio socioepistemológico).* Tesis doctoral no publicada. Cinvestav. México.

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *. Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 9 (2), 227-251.

Cantoral, R., Farfán, R.M. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 6 (1), 27-40.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 8 (3), 265-286.

Cordero, F. (2006). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un* *reporte Iberoamericano*. Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C. 265-286.

Domínguez, I. (2003). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica.* Tesis de maestría no publicada. Cinvestav. México.

Gallo, E.; Battú, M. (1997). Quali modelli e controlli intervengono lavorando su disequazioni?. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X. Vol. III*, (pp. 25-37). Nice, France: IREM.