

LA VARIACIÓN Y EL CAMBIO EN LOS PROGRAMAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL DE LAS CARRERAS DE INGENIERÍA DE LA DGEST-MÉXICO



Alberto Camacho Ríos

Instituto Tecnológico de Chihuahua II

camachoalberto@hotmail.com

Resumen

El escrito muestra cómo en el objetivo del programa de Cálculo Diferencial, Matemáticas I, del nivel de ingeniería del Sistema Tecnológico Federal, en México, se han dejado de lado argumentos de la variación y el cambio, privilegiando en su lugar conceptos como el de función. Esta afectación ha causado que en el contenido del programa no se encuentren definiciones fundamentales del pensamiento y lenguaje variacional, toda vez que son importantes para introducir las de diferencia, derivada, diferencial, las cuales ayudan a organizar expresiones analíticas que sirven para modelar y optimizar problemas de aplicación como los que se sugieren en el programa. Desde este punto de vista, se sugiere una propuesta de reforma para el objetivo y temas fundamentales de algunas unidades del programa.

Palabras Clave

Cálculo Diferencial, variación, cambio, lenguaje variacional.

Introducción

El reporte refiere una investigación realizada a lo largo de los dos semestres del año 2009 en el Instituto Tecnológico de Chihuahua II (ITCh II), México, en el marco de una serie de reuniones inter tecnológicos que tuvieron por objeto la revisión, reestructuración y cambios temáticos de los planes de estudio de las diferentes carreras de ingeniería, a partir de la propia definición de nuevas carreras de la DGEST (Dirección General de Educación Superior Tecnológica). Particularmente se hace referencia al programa de cálculo diferencial, comúnmente conocido como Matemáticas I (Matemáticas I, 2007) del Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos (SNIT). El propósito de la investigación fue el de incorporar argumentos de carácter variacional a dicho programa, a través de mostrar que el contenido de este último, si bien cuenta con ese tipo

de argumentos, los mismos no son suficientes para la resolución de problemas relacionados con las asignaturas de matemáticas.

La investigación se fundamenta desde la perspectiva del *pensamiento y lenguaje variacional* expuesto originalmente en (Cantoral, 1991) y un marco de trabajos como el de Alanís, Alonso y Ojilvie (2009) en relación con la premisa que establece que los cursos tradicionales de cálculo diferencial no favorecen el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes.

El Sistema Tecnológico

Actualmente, el SNIT está constituido por 218 Institutos Tecnológicos federales, que por su vocación institucional son: 185 tecnológicos industriales, 20 agropecuarios, 6 de ciencia y tecnología del mar y uno forestal. Son cerca de 11700 profesores los que atienden a una población escolar que llega a los 340, 000 estudiantes en todo el territorio nacional. A pesar de la falta de ingenieros de calidad en el país, al menos 4 de 10 egresados de las carreras de ingeniería en México son del SNIT.

El Sistema Tecnológico tiene 30 carreras: 25 de ingeniería (Industrial, Sistemas Computacionales, Mecánica, Eléctrica, Electrónica, Nanotecnología, Mecatrónica, Civil, etc.), una de arquitectura y 4 de licenciatura. Las carreras de ingeniería tienen en común un tronco de materias básicas, dentro de las que se concentran asignaturas de matemáticas (por su nominación: matemáticas I, II, III, IV y V).

Realizar cambios temáticos a los programas solamente es posible a partir de las propuestas que en esa dirección surgen de los profesores al seno de las academias. Con suerte, tales propuestas se llevan a las mesas correspondientes durante las Reuniones Nacionales de Evaluación Curricular (RNEC) que se suceden cada año, las cuales son sujetas a las Reformas Educativas y modelos de enseñanza que prevalecen. Esto último habla de las dificultades que se presentan para efectuar cambios temáticos a los programas. No obstante, cualquier cambio que

se logre en las RNEC tiene las implicaciones académicas en las carreras relacionadas al programa correspondiente.

Justificación

El curso de matemáticas I contribuye a desarrollar el perfil del egresado, según reza en el programa: « (...) un pensamiento lógico matemático y creativo que le permita analizar, modelar y optimizar fenómenos asociados a funciones reales de una sola variable». No se puede negar la importancia de ese punto de vista, sobre todo en los dominios de la industria, tecnologías de la información, medio ambiente, etc., en su relación con la propia enseñanza del cálculo diferencial. Tampoco se puede negar la breve explotación que de los argumentos del cálculo hacen los egresados en su vida profesional: por ejemplo, la utilidad de la noción de *inferencia* en la programación, por parte de los ingenieros en sistemas computacionales; el concepto de *optimización*, ampliamente utilizado por los ingenieros industriales, o bien los conceptos de curvatura máxima, en los diseños geométricos de carreteras, de lado de los ingenieros civiles, entre otros. Sin embargo, argumentos más dinámicos se hacen necesarios en esta disciplina y en el propio ambiente escolar, por las razones que enseguida se exponen.

La limitación de argumentos del lenguaje variacional, en el programa del curso de matemáticas I, como son los de *variable*, *variación*, *acumulación*, *diferencia*, entre otros, ha llevado a que profesores y alumnos del SEIT estén influenciados por la enseñanza, los primeros, y aprendizaje, los segundos, del concepto de *función*, vista desde la perspectiva de la *dependencia entre variables*. Desde esa orientación, se puede afirmar que el producto de lo que se enseña a través de la asignatura, es resultado de un *curso tradicional* de cálculo, es decir, un curso en el cual se ha descontextualizado en un buen porcentaje al conocimiento de todo significado, privilegiándose así los objetos matemáticos como tales. Aunado a lo anterior, los conceptos de derivada, función y límite, no son los únicos asociados a la variación que deban enseñarse, puesto que, al menos la derivada, surge conjuntamente con otros como argumentos integradores de la enseñanza matemática de las carreras de ingeniería, como veremos más adelante.

Esta incongruencia ha dado como resultado que conceptos fundamentales que debieran estar estrechamente relacionados en su definición y aplicación escolar en la resolución de problemas, como son la derivada y diferencial, hayan sido colocados en los programas desvinculados entre sí. La separación hizo que con la Reforma Educativa del año 2004, la definición del concepto de derivada se colocara en la IV unidad, mientras que para el diferencial, éste quedara fuera del programa, incluyéndose hasta el año 2007, en la VI unidad.

Por las dificultades de enseñanza y aprendizaje que dicha afectación causa, se hizo necesaria una revisión del contenido del programa a partir de las siguientes prioridades:

1. Una redefinición del objetivo general del curso tomando como eje central a la variación y los significados asociados de variabilidad, diferencia y diferencial.
2. Una reestructuración de los temas de cada unidad, a partir de tomar en consideración que la VI unidad de *diferenciales*, no se llega a concluir en los tiempos que se programan, organizan y administran las actividades del curso.
3. Dejar en claro cuáles son los *problemas reales de ingeniería* o bien *problemas de aplicación* que con la derivada, como herramienta, los estudiantes deberán resolver.

Los planteamientos anteriores sirvieron de sustento para hacer una propuesta de reforma al programa de matemáticas I, tal como se expone en los siguientes rubros.

Pensamiento y Lenguaje Variacional

La *variación* se refiere a los cambios de estado que sufre una variable al incrementarla como $x \rightarrow x + \Delta x$, de suerte que la función $f(x)$ correspondiente cambie como $f(x + \Delta x)$. Dicho *cambio de posición* de x explica el *movimiento* que sufre la propia función a través de ese proceso. El movimiento de la función generalmente se expresa como:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + A\Delta x + B(\Delta x)^2 + C(\Delta x)^3 + \text{etc.}$$

Fórmula en la que en el miembro derecho se reconocen las diferentes *variaciones* que resultan del desarrollo. En Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez (2006), se menciona que la expresión arriba citada formó parte desde principios del siglo XVII de «Un amplio programa de *matematización* de los fenómenos susceptibles de modelar con una fructífera metáfora del flujo del agua (...)» (Ibid, p. 89). Como programa alternativo del campo de la ciencia, con esa herramienta analítica «se buscaba modelar, anticipar y predecir fenómenos naturales». No obstante, la idea básica que asumen los autores, radica en considerar la *predicción* a través de un sistema en evolución del cual se conocen ciertos valores iniciales, que permiten reconocer la forma en la cual el propio sistema progresa. En el desarrollo ya citado, la predicción toma la forma de la serie de MacLaurin siguiente:

$$f(x) = f(a) + f'(a)\Delta x + \frac{f''(a)}{2}(\Delta x)^2 + \frac{f'''(a)}{2 \times 3}(\Delta x)^3 + etc.$$

para la condición inicial $f(a)$ igual a una constante. A partir de estas ideas, se ha definido a la predicción como una *práctica social* sujeta a lo que ha dado en conocer como socioepistemología. Para esta aproximación teórica, el enfoque es puesto no en la herramienta de MacLaurin, sino en «la búsqueda de la predicción como práctica social» (Ibid, p. 90).

En la dirección de la variación, Marcolini y Perales (2005) experimentaron aplicando algunos problemas a estudiantes del nivel de secundaria español, relacionados con la enseñanza de argumentos variacionales, particularmente de flujo, en la que se incorporó la serie de Taylor como regla fundamental para la predicción. Los problemas que los investigadores convinieron enfrentar se centraron en la forma en que los estudiantes debieran determinar las «variaciones» de las funciones, así como dotarles de significado.

Por su lado, Alanís et al (2009) reportaron evidencias de cómo a través de los cursos tradicionales de cálculo los sujetos no desarrollan esquemas para resolver problemas en los que se incorporan explicaciones de tipo variacional. Los autores aplicaron un examen, en cuyos problemas convinieron en la predicción, a 15 profesores de la disciplina de Matemática

Educativa formados a través de cursos tradicionales de cálculo. De los quince participantes sólo 6 de ellos respondieron correctamente al primer problema planteado (predecir un valor futuro de una magnitud que está cambiando cuando se conoce la razón con la cual cambia y su valor inicial), « (...) y lo que podría parecer todavía más sorprendente es que se presentaron nueve tipos de respuestas diferentes para este primer problema». Como consecuencia, asumieron que: «Estos resultados aportan evidencias de que dichos cursos no favorecen el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes» (Ibid, en el resumen).

Finalmente, Camacho (2009) y Sánchez (2009), organizaron el concepto de función a partir de la noción de *variabilidad*, caracterizándole siguiendo la siguiente secuencia de significados: *variable* → *variación* → *variabilidad* → *función*.

En tanto la propia variabilidad se desprende de la serie vista anteriormente, como:

$$\underbrace{x}_{\text{Variable}} \textcircled{R} \quad \underbrace{x + \Delta x}_{\text{Variación}} \textcircled{R} \quad f(x + \Delta x) = \underbrace{f(x) + A\Delta x + B(\Delta x)^2 + C(\Delta x)^3 + \text{etc.}}_{\text{Variabilidad}}$$

Con esa herramienta propusieron una organización didáctica utilizando simulaciones geométricas para el movimiento de las variables involucradas en problemas típicos como los que se plantean en los cursos de cálculo diferencial del nivel de ingeniería.

El programa de Matemáticas I

El programa actual del curso de Matemáticas I fue sujeto a la Reforma Educativa llevada a cabo durante el año de 2004, de los planes de estudio de todas las carreras de la DGEST. Previamente a su definición actual, el programa sufrió tres revisiones a nivel nacional: la primera del 7 al 8 de agosto de 2003, en la que se dejó en claro que los contenidos temáticos del curso serían «comunes para todas las carreras de ingeniería» del SEIT; la segunda ocurrió del 24 al 25 de diciembre del 2003, en la cual se analizaron y mejoraron los temas del programa, a partir de las RNEC realizadas a las diferentes carreras; la tercera tuvo lugar del 21 al 23 de enero de 2004, en la que se definieron las diferentes *estrategias didácticas* que se sugieren en el programa del

2007. En las tres reuniones curriculares se destaca la participación de profesores de matemáticas de los institutos tecnológicos de: Ciudad Juárez, Toluca, Hermosillo, Culiacán, Tuxtla Gutiérrez, Chihuahua II, Mexicali y Querétaro.

Con la Reforma del 2004, el programa inicial, que contemplaba un curso para un semestre de Cálculo Diferencial e Integral, fue dividido en dos partes, dejando la primera de éstas para un curso semestral de Cálculo Diferencial, mientras que la segunda parte quedó establecida para el curso semestral de Matemáticas II, es decir, Cálculo Integral. La idea original de partir el programa, se debió a la variedad de temas que se enseñaban del curso en un semestre, los cuales por lo general no se concluían, con las consecuentes dificultades de aprendizaje, reprobación y deserción por parte de los estudiantes.

El curso de Matemáticas I quedó integrado por las siguientes unidades: I. Números Reales, II. Funciones, III. Límites y Continuidad, IV. Derivadas, V. Aplicaciones de la Derivada y VI. Series y Sucesiones. Con este programa se enseñó la asignatura desde enero de 2004 hasta agosto de 2007, puesto que del 20 al 22 de agosto de ese último año, sucedió una nueva revisión que culminaría con el cambio de la VI unidad, Series y Sucesiones, al programa de Matemáticas II, atrayendo de éste último hacia el curso de Matemáticas I la unidad I de *diferenciales*, la cual corresponde a la VI unidad de éste último programa. De esa manera, el curso fue constituido por las unidades: I. Números Reales, II. Funciones, III. Límites y Continuidad, IV. Derivadas, V. Aplicaciones de la Derivada y VI. Diferenciales.

Por su lado, como objetivo general del curso, se convino establecer que: « (El alumno) dominará el concepto de función y desarrollará la habilidad numérica y geométrica para representar las funciones, aplicará la derivada como una herramienta para la solución de problemas prácticos de ingeniería » (Matemáticas I, 2007). El cual a su vez fue subordinado a la aportación que ofrece al *perfil del egresado*.

Finalmente, en las Sugerencias Didácticas, se propuso «Analizar y discutir la aplicación de las definiciones del tema en problemas reales relacionados con la ingeniería». La inclusión de la

sugerencia se asume debido a que en cada unidad se dejó de lado, con respecto al programa anterior a la Reforma, las *aplicaciones* de cada tema a problemas específicos de ingeniería. Esta parte, que se relaciona con la resolución de problemas, habría que referirla con el objetivo educacional que se aprecia para la V unidad, que dice: « (El alumno) aplicará el concepto de derivada y lo utilizará en la graficación de funciones y en la solución de problemas reales». La misma idea aparece en el objetivo educacional determinado para la VI unidad de *diferenciales*.

No obstante la división efectuada al programa, a partir de la Reforma del 2004, la experiencia en el aula mostró la imposibilidad en los profesores de concluir la enseñanza de las seis unidades del propio curso de Matemáticas I, versión 2007. Esta dificultad obligaba a los profesores a *forzar* la programación en el cronograma que para ese efecto se sugiere, llevándoles, además, a evaluar la VI unidad, de *diferenciales* (antes de ésta series y sucesiones), a través de trabajos y tareas, que, como es sabido, no son confiables tanto en la adquisición de los conocimientos relacionados con el tema por parte de los estudiantes como en su evaluación². La afectación fue recurrente desde la propia definición del programa, y poco, o nada, se hizo para resolverle. De esta forma, la inclusión de la VI unidad de diferenciales, sobrecargó con más temas al curso; no obstante esto último fue lo que se quiso evitar con la división hecha al programa original surgido de la Reforma del 2004.

La resolución de problemas

En tanto, la sugerencia de la resolución de *problemas reales* relacionados con la ingeniería, en el programa, ha sido recurrente desde la definición de los primeros planes de estudio de la materia y hasta la versión 2007 del programa. Esta idea devenía en oportunidad de accionar los conceptos de función y derivada en la modelación, primero, y resolución, enseguida, de problemas que se relacionan con las propias carreras; más la intención termina en imposibilidad, debido a que el curso se ofrece a los estudiantes desde el primer semestre de su carrera, en el cual los problemas asociados a ésta todavía no se concretan. Bajo este punto de vista, los problemas reales que se proponen en el curso, siguen siendo problemas tomados directamente de los libros de texto, con una buena carga de elementos de la geometría y el

álgebra, lo cual lleva a su posible modelación, y presupone la aplicación de argumentos variacionales para su solución.

El siguiente es un problema típico que aparece en la mayoría de los textos de la materia y corresponde a la V unidad de Aplicaciones de la Derivada:

Para aproximar un bote al muelle se emplea una polea. La cuerda esta atada al bote en un punto a 45 metros por debajo de la polea. Si se tira de la cuerda a razón de 2 metros por segundo ¿A qué razón se esta aproximando el bote al muelle cuando quedan 100 metros de cuerda?

El problema fue incluido en un *examen especial* que presentaron 46 estudiantes de las carreras de ingeniería en sistemas computacionales e ingeniería industrial del ITCh II a mediados del mes de junio de 2009. Cabe destacar que para 12 estudiantes, era la segunda ocasión en que se presentaba dicho examen. Del total de los 46 estudiantes, 7 no se presentaron al examen, en tanto otros 7 lo devolvieron en blanco. Del resto, acreditaron el examen 9 de ellos, sin lograr hacerlo los otros 23. Con todo, ninguno de los evaluados intento, siquiera, resolverlo. Para llegar a la expresión variacional del problema propuesto, es decir:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{z}{\sqrt{z^2 - (45)^2}} \frac{dz}{dt},$$

se hace necesario involucrar al menos cuatro dimensiones de trabajo: la geométrica, algebraica, variacional y numérica, dentro de las cuales la componente variacional es eje sobre la que se mueven las otras tres. Aparte de los obstáculos geométricos y algebraicos que los estudiantes enfrentan ante ese tipo de problemas, se tiene la falta de argumentos de la variación y el que cambio que aseguren su modelación y resolución.

La Propuesta

En principio, se sugirió cambiar el objetivo del curso, adecuándolo a una proposición más dinámica sujeta a la variación y el cambio. En este sentido se propuso lo siguiente: « (El alumno) dominará argumentos variacionales asociados a los conceptos de función y derivada, y desarrollará las habilidades: geométrica, algebraica, variacional y numérica, entre otras, para modelar y resolver problemas prácticos». Mientras que la aportación que este objetivo ofrece al *perfil del egresado*, sería: « (El alumno) desarrollará un pensamiento lógico matemático y creativo que le permita analizar, modelar y optimizar fenómenos asociados con argumentos variacionales del cálculo diferencial». El objetivo así planteado evita hablar de *resolver problemas reales de ingeniería*, como se propone en la versión 2007 del programa, y se sugiere en su lugar plantear el *resolver problemas prácticos* que, si bien los profesores los toman de los textos vigentes, éstos contienen los ingredientes suficientes que llevan a los estudiantes a interactuar con las cuatro, o más, de las dimensiones de trabajo ya mencionadas.

Bajo la perspectiva de un programa que parte de argumentos variacionales, como el que se propone enseguida, las unidades II, IV y VI deben cambiar con la incorporación de estos argumentos, los cuales dan flexibilidad y estructura al mismo. La unidad II es propuesta en la Tabla I, como (los temas en negritas son los que se propone incluir):

TABLA I

Propuesta para la Unidad I del programa de matemáticas I del SNIT

UNIDAD	TEMA	SUBTEMAS
II	Funciones	2.1 Definición de función 2.1.1 Variable 2.1.2 Variación 2.1.3 Variabilidad 2.1.4 Función 2.2 Representación de funciones (tablas, gráficas, fórmulas y enunciados) 2.3 Clasificación de las funciones por sus propiedades: 2.3.1 Función creciente y decreciente 2.3.2 Función par e impar 2.3.3 Función simétrica 2.3.4 Función definida por secciones 2.4 Clasificación de las funciones por su naturaleza; algebraicas y trascendentes 2.4.1 Funciones algebraicas (polinomial, racional, raíz) 2.4.2 Funciones trascendentes (trigonométrica, exponencial, logarítmica, hiperbólicas) 2.5 Operaciones con funciones 2.6 Composición de funciones 2.7 Función inversa 2.8 Traslación de funciones 2.9 Función implícita

TABLA II

Propuesta de la Unidad IV para el programa de matemáticas I del SNIT

UNIDAD	TEMA	SUBTEMAS
IV	Derivadas	4.1 Definición de derivada 4.1.1 Desarrollos binomiales 4.1.2 Ecuación de variaciones 4.1.3 La diferencia, el diferencial y la derivada 4.1.4 Estudio de la primera variación. Derivación por incrementos 4.1.5 Fórmulas básicas 4.1.6 Derivada de las funciones suma, producto, cociente y composición 4.1.7 Derivación y continuidad 4.2 Derivación de funciones trigonométricas, logarítmica, exponencial y trigonométricas inversas. 4.2.1 Derivación implícita 4.3 Primeros significados de la derivada 4.3.1 Interpretación geométrica de la derivada 4.3.2 Algunas aplicaciones en problemas prácticos de los conceptos de diferencia, diferencial y derivada

Por su lado, es posible trasladar la VI unidad de *diferenciales* a la IV unidad de *derivación*, puesto que, como se planteó en el rubro anterior, se pueden definir en conjunto tanto la *diferencia*, el *diferencial* y la *derivada* asociándoles, además, a problemas prácticos con los que el estudiante logre adquirir habilidades y capacidades para interactuar con los tres conceptos, dimensionando así la IV unidad a partir de anexar en ésta la VI unidad (véase la Tabla II).

Resultados y discusión

Argumentos de la descripción anterior fueron considerados para presentarse en la Reunión Nacional de Diseño de Asignaturas Comunes para el Desarrollo de Competencias Profesionales, llevada a cabo en Matamoros Tamaulipas, durante los días 9 al 13 de marzo de 2009. La Reunión obedeció al cambio de modelo de enseñanza y aprendizaje para las carreras de la DGEST, que pasa de tener como sustento a la *construcción de conocimientos significativos* (Modelo

educativo para el siglo XXI, 2004, p. 29), fundamento para la enseñanza y aprendizaje, según la Reforma de 2004, para iniciarse en el sistema de *competencias profesionales* a partir del segundo semestre de 2009.

Si bien el escrito no fue planteado presencialmente, este último se hizo llegar a la mesa de 15 profesores de matemáticas que participaron en la revisión. Los 15 profesores desplegaron la actividad de «establecer y revisar las actividades de aprendizaje, las sugerencias didácticas transversales, las prácticas relacionadas con los temas, así como revisar el objetivo, perfil, competencias previas, etc.», actividades todas relacionadas con los 5 programas de matemáticas de las carreras de ingeniería.

En cuanto a la evaluación de los programas, las actividades se dividieron por asignatura, de manera que el de matemáticas I fue revisado por 3 de los 15 profesores. Según se cita en el reporte correspondiente: «Para conformar el temario de esta asignatura se han tomado en cuenta los programas anteriores de la DGEST y las propuestas presentadas por diversos tecnológicos». Ello deja ver que las propuestas que se plantearon a la mesa fueron tomadas en cuenta para la evaluación.

La revisión arrojó los resultados que enseguida se anotan:

1. Se aprecia que no hubo cambio en la redefinición del objetivo. Derivado de la Reunión, se sigue ponderando el concepto de función como la parte fundamental del curso, sin mencionar la variación como parte inherente del mismo.
2. La unidad VI de diferenciales paso a formar parte de la unidad V de aplicaciones de la derivada.
3. En general para la resolución de problemas se deja abierta la posibilidad de que el profesor: «proponga aquellos que refuercen los conceptos, utilice problemas que modelen situaciones reales asociados a los propios conceptos, etc.», lo cual se desprende, a su vez, de la exigencia de la resolución de problemas de ingeniería.

No obstante lo anterior, el tema de diferenciales fue planteado por los 3 profesores revisores como: « (...) comprender el concepto de diferencial para aplicarlo en problemas que requieren de aproximaciones». En este sentido, si bien los problemas de aproximaciones usando diferenciales son importantes, esto último no es determinante para que el tema se haya sugerido en el rubro 5.5 de aplicaciones, al final de la V unidad, puesto que la utilidad del concepto de diferencial tiene que ver más con la definición del propio concepto de integral, en el siguiente curso, es decir, matemáticas II o Cálculo Integral, razón, esta última, de su incorporación previa en el programa de matemáticas I. No obstante, esta atracción del diferencial de la VI unidad hacia la parte última de la V unidad, resulta importante debido a la *movilidad* que los profesores pueden hacer de los temas del programa, con la condición de no evitar alguno de estos. De esta manera, los integrantes de las Academias de Ciencias Básicas del SNIT, pueden considerar esta opción como posibilidad para enseñar el diferencial conjuntamente con la derivada al inicio de la IV unidad, dejando las aplicaciones correspondientes para el final de la V unidad.

Aunado a lo anterior, los revisores tomaron en cuenta la propuesta llevada a la mesa de incorporar el argumento de la *diferencia*, lo hicieron de la siguiente manera: «5.5 Definición de diferencial. Incrementos y diferencias. Su interpretación geométrica. Cálculo de aproximaciones usando la diferencia».

Los resultados anteriores muestran una ligera incidencia de las tres proposiciones plantadas inicialmente alrededor de la variación dentro del programa de matemáticas I. Con todo, la derivada es eje central de por lo menos 4 de los 5 cursos de matemáticas, mientras que el diferencial es fundamental para iniciar el curso de cálculo integral, matemáticas II, apreciándose su utilidad en los cursos de matemáticas III y matemáticas V, de los planes de estudio del nivel de ingeniería. Por su lado, la diferencia es imprescindible para dar definición a la derivada y diferencial, y fundamental en el curso de matemáticas V.

Conclusiones

No obstante la importancia de los argumentos en juego a lo largo de la exposición, el problema

que se sigue después de su limitada incorporación al programa de matemáticas I, tiene que ver con el reconocimiento que los profesores hagan de los mismos durante el primer momento de encuentro con el programa y, además, con el tratamiento que deben dar a las cuestiones epistemológicas que se derivan de su inclusión.

Agradecimientos

El autor hace extensivo su agradecimiento a los coordinadores y revisores de la XII EIME-2009 por permitirle participar en el evento con el presente documento.

Referencias Bibliográficas

- Alanís J., Alonso, A. y Ojilvie, M. (2009). Los cursos tradicionales de cálculo ¿favorecen el desarrollo del pensamiento variacional? En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, XX-XX. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Camacho, A (2009). *Cálculo Diferencial*. Madrid: Díaz de Santos Editores.
- Cantoral, R (1991). Proyecto de investigación: Formación de la noción de función analítica. México, *MATHESIS. Filosofía e historia de las matemáticas*. UNAM. Vol VII, No 2.
- Cantoral, R., Farfán, R. M, Lezama, J., y Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial, pp. 83-102.
- Matemáticas I, (2007). Programa de Cálculo Diferencial del Sistema Tecnológico Federal. De la última revisión realizada por profesores de la DGEST en la Ciudad de México, del 20 al 22 de agosto de 2007, Clave ACM-0403
- Modelo educativo para el siglo XXI (2004). Secretaría de Educación Pública: Sistema de Educación Superior Tecnológica, Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológica.
- Sánchez, B. I (2009). *El concepto de función matemática entre los docentes a través de las representaciones sociales*. Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, CICATA-IPN.
- Marcolini, M, Perales, J. (2005). La noción de predicción: Análisis y propuesta didáctica para la educación universitaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 8, Núm. 1, pp. 25 a 68.