

ACTIVIDADES EN UN ESCENARIO PERIÓDICO: EN BUSCA DE SIGNIFICADOS PARA LA RELACION $f - f'$



Angeles Alejandra Ordóñez Morales; Alma Rosa Pérez Trujillo; Hipólito Hernández Pérez

anlejandra@hotmail.com; almarpt@hotmail.com; polito_hernandez@hotmail.com

Universidad Autónoma de Chiapas

Resumen

En este trabajo mostramos algunos resultados de la exploración de dos actividades cuyo objetivo es dotar de significados a la derivada mediante sus usos en un contexto de movimientos, en donde la matematización de la variación sea la que nos lleve al concepto mismo de la derivada; a demás queremos dar cuenta del papel de las prácticas para la construcción de significados de la relación función-derivadas. Dichas actividades son propuestas en un escenario periódico con la intención de que los comportamientos periódicos de los fenómenos sea una herramienta para predecir.

Palabras Clave

Variación, lo periódico, relación función-derivadas.

Introducción

En el marco de la socioepistemología investigaciones sobre la derivada y su primitiva, han dado evidencia de que el desarrollo de estrategias propias de un pensamiento y lenguaje variacional genera bases de significación para diferentes conceptos de cálculo y precálculo; entre ellos, la derivada (Cantoral, 2004; Dolores, et al 2002), en particular la derivada en un contexto de funciones periódicas (Ordoñez, 2007). En ese marco, el análisis de las variables y de sus variaciones sustenta la propuesta de que el manejo simultáneo y coordinado de las derivadas sucesivas es una condición para la formación de la idea de derivada (Cantoral y Farfán, 1998; González, 1999).

Por otra parte en Buendía (2004), comenzó a hacerse evidente que, más que, centrarse en el objeto periódico (la función) resultaba necesario tomar en consideración su comportamiento a través de la gráfica. Muestra resultados que dan cuenta de un cierto razonamiento que hace

referencia a la variación presente en la gráfica y del consecuente uso que se da a la propiedad periódica.

En la investigación de Ordóñez (2007) reporta elementos de resignificación de la relación de una función y sus derivadas en un escenario periódico en un contexto de variación y desde una perspectiva de las prácticas sociales mediante un estudio de sus usos en distintas áreas de conocimiento; y muestra que el ejercicio de prácticas surgidas al matematizar fenómenos de variación y cambio, (como la predicción y la modelación-graficación) más que ser una habilidad, tiene el estatus de generador de conocimiento, con ello propone enriquecer las ideas analíticas, algebraicas y formales que normalmente se le asigna a la derivada.

Pérez (2009) establece un vínculo en la articulación de los resultados de investigaciones socioepistemológicas y la matemática escolar vía diseños didácticos en los que las prácticas sociales viven de forma intencional. Favorece también el uso de la tecnología como una herramienta que apoya la generación de conocimiento matemático. Por lo que en esta investigación exploramos algunas actividades para articular las representaciones analíticas, gráficas y físicas para construir elementos significativos de la relación función-derivadas en un escenario periódico en donde se involucren fenómenos de cambio como el movimiento, con la intención de que en un futuro se conviertan en una secuencia didáctica para incidir en la matemática escolar.

Método de aplicación de actividades

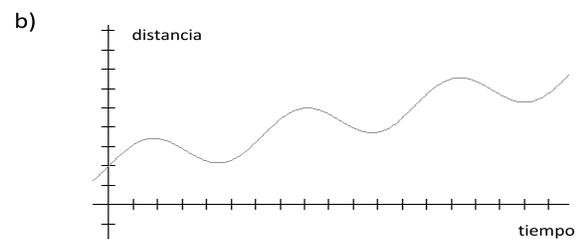
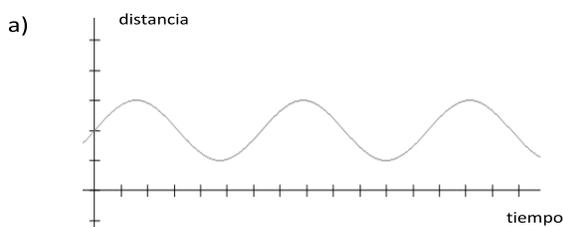
En (Ordóñez, 2007; Buendía y Ordóñez, 2009) muestran que para describir situaciones que involucran fenómenos periódicos suelen ser descritas usando todas sus características, es decir, analizar el comportamiento periódico de un fenómeno implica reconocer el fenómeno con todas sus variables y variaciones.

El objetivo de la actividad es construir a la derivada en un contexto de variación donde sea la matematización de la variación la que nos llevará al concepto. Hemos realizado algunas

exploraciones de dicha actividad, con estudiantes de cursos preuniversitarios, algunas veces con profesores y estudiantes de semestres avanzados de la licenciatura en ingeniería civil.

A continuación mostramos las dos actividades con las que estamos trabajando, en estos momentos nuestra tarea se encuentra en una etapa de construcción y búsqueda de elementos que nos ayuden a diseñar una secuencia para lograr el objetivo de la investigación.

Actividad A

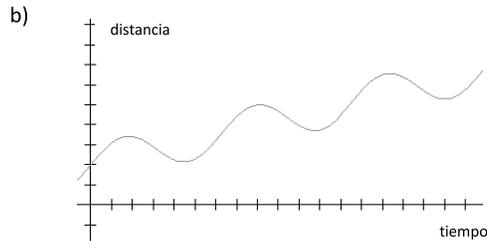
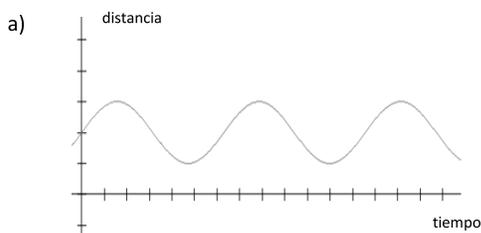


1. En las gráficas anteriores, describa el movimiento y su velocidad.
¿Cuál es la velocidad después de 45 segundos?
2. Con ayuda de las graficas realiza una tabla de valores tiempo-distancia
Encuentra la velocidad promedio en cada intervalo de tiempo.
3. Realiza una gráfica de los datos obtenidos y el tiempo
¿Cuál es la posición y la velocidad en el tiempo 125?

En esta primera actividad la finalidad es describir y caracterizar movimientos y mostrar que para ellos es necesario considerar la posición y sus variaciones, es decir, velocidad y aceleración; así como el movilizarnos de contextos; de las gráficas a situaciones físicas y numéricas y cómo el comportamiento periódico es una herramienta para predecir.

Actividad B

Describe como debe moverse un cuerpo frente a un sensor para que éste dibuje las siguientes graficas



¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el tiempo 124?

En esta actividad el uso de la tecnología facilita el visualizar la forma de los movimientos ya que la idea, de las gráficas como la trayectoria a seguir se descarta de manera inmediata. Al igual que en la actividad anterior aquí también muestra que los argumentos para describir movimientos sean en términos de sus variaciones.

La forma de aplicación de las actividades ha sido mediante entrevistas individuales cada una con distintos participantes.

Para la actividad A se pide que argumenten la pregunta uno, para analizar la concepción que ellos tienen de las gráficas, ya que muchas veces la identifican como la gráfica de la velocidad del movimiento o como la trayectoria del movimiento, después de ello proporcionamos las siguientes preguntas.

En la actividad B hacemos uso de herramienta tecnológica (calculadoras y sensores) para reproducir los movimientos y describirlos. Aquí vemos que el uso de herramientas tecnológicas facilita visualizar como son los movimientos.

Resultados

Al trabajar intencionalmente en un contexto de variación observamos como los participantes dependiendo de su entorno vivencial, asignan significados a las gráficas, y éstos no son los algebraicos y analíticos que suelen caracterizar el contenido de la matemática escolar.

En esta sección mostramos algunas evidencias que consideramos son relevantes para el momento, en que se encuentra nuestra investigación.

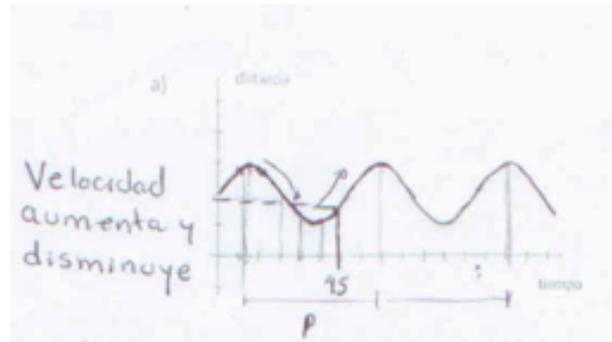
Interpretación de las gráficas.

- Describen las gráficas como si éstas fueran de la velocidad:

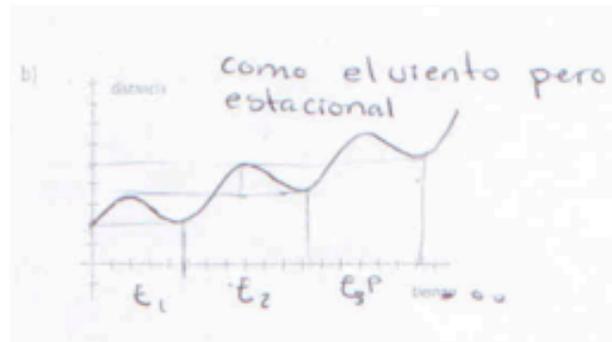
Al explorar las actividades con un profesor de ingeniería civil nos describe las gráficas de la siguiente manera.

Es una velocidad cíclica con incrementos y decrementos en intervalos de tiempos iguales. Es periódica.

Por ejemplo la velocidad del viento en el día aumenta y en la noche disminuye, el ciclo es día contra noche

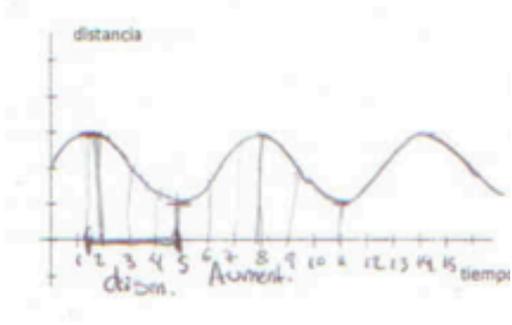


La velocidad aumenta y disminuye pero en cada ciclo aumenta más que lo que disminuye por eso va creciendo, aquí sería como el viento pero estacional, en cada estación del año cambia el ritmo de las variaciones de su velocidad.



Al realizar la actividad con un estudiante de los últimos semestres de ingeniería civil obtenemos los siguientes argumentos

La gráfica a) se refiere a un automovilista que circula por la ciudad, más bien a uno de transporte público acelera y desacelera en intervalos cortos de tiempo y debido a esto suceden las diferentes ondulaciones que la gráfica presenta, en la otra también la velocidad aumenta y disminuye, solo que acá acelera mas y frena menos, por eso la gráfica va creciendo



- Confunden las gráficas con la trayectoria

Como en una montaña rusa, recorre distancias iguales en tiempos iguales. Así que tiene una velocidad constante

Una montaña rusa, pero se iría al cielo, su velocidad es como la anterior, constante porque recorre distancias iguales en tiempos iguales.

Construyendo significados

Después de realizar la tabla de valores la persona que relaciona las gráficas con una montaña rusa, da argumentos distintos respecto al tipo de movimiento.

2. Con ayuda de las graficas realiza una tabla de valores tiempo-distancia
Encuentra la velocidad promedio en cada intervalo de tiempo.

t	D
1	2.75
2	3
3	2
4	1.75
5	1
6	1.25
7	2.75
8	3
9	2
10	1.75
11	1

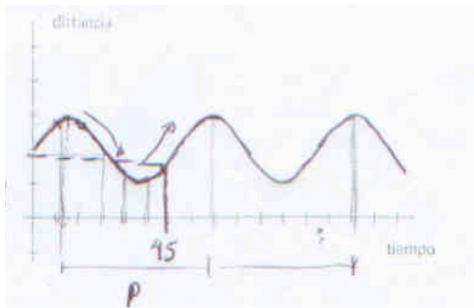
entonces el movimiento
mas bien es como el
martillo. sube y baja

La otra seria un tipo de
martillo que sube y baja pero
luego sube el martillo completo
y vuelve hacer un sube y baja

Además argumenta que los valores de la velocidad se repiten debido a las repeticiones de la distancia y usa ese argumento para determinar la velocidad en el tiempo pedido.

- El comportamiento periódico como una herramienta para predecir.

A una de las personas entrevistadas argumenta que como las velocidades son periódicas entonces basta con saber la velocidad en el primer periodo para conocerla en cualquier tiempo.



Uso de lo periódico para determinar la velocidad

Esa persona hace un ajuste y luego divide para encontrar la velocidad y afirma que la velocidad en $t=45$ coincide con la velocidad en $t=5.8$

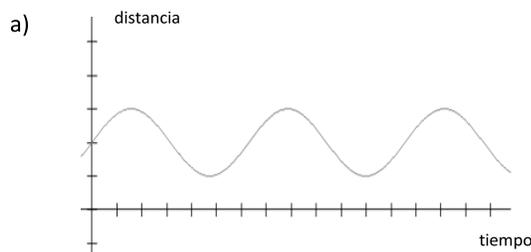
1. En las gráficas anteriores, describa el movimiento y su velocidad.
 ¿Cuál es la velocidad después de 45 segundos?

2. Con ayuda de las gráficas realiza una tabla de valores tiempo, distancia

$$\begin{array}{r} 5.8 \\ 8 \overline{) 44} \\ \underline{40} \\ 40 \end{array}$$

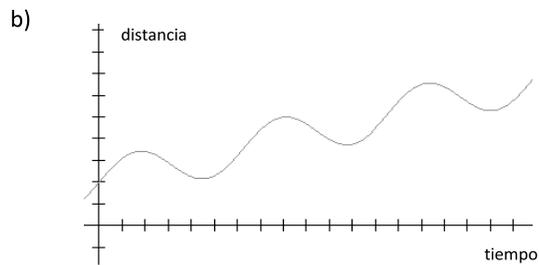
En la actividad B el uso de la tecnología y el escenario real, favorece en la descripción de los movimientos debido a que ellos mismos manipulan la forma de realizar sus movimientos para lograr que el sensor dibuje las gráficas mostradas.

Un grupo de alumnos de preuniversitario de la carrera de ingeniería civil, después de realizar los movimientos y conseguir que el sensor los dibujara, caracterizan los movimientos usando cambios de la velocidad (aceleración), en sus argumentos los comportamientos periódicos permanecen en la velocidad y aceleración.



La distancia aumenta y disminuye, aumenta y disminuye nuevamente.

Con respecto a la Velocidad, si considero un promedio de ella, se va repitiendo cada vez que regresa de igual forma cuando se va.



También es un movimiento de ir y Venir solo que se aleja mas y regresa menos. Los cambios de la velocidad son igual que la anterior se repite cada vez que se va y regresa.

En estas primeras exploraciones encontramos inicios del objetivo de nuestra investigación ya que obtenemos argumentos en donde la derivada se ira construyendo al matematizar la variación del movimiento y los cambios de las gráficas. Mostramos que el transito de contextos se da de manera natural y favorece en la caracterización de las graficas como movimientos o bien con otros fenómenos de cambio con comportamientos periódicos, el uso de la tecnología facilita la descripción de los movimientos ya que ellos mismos son quienes realizan los movimientos y en consecuencia las graficas.

Conclusiones

Realizar actividades en contextos de movimientos nos permite analizar qué es lo que varía –y cómo varía– esto nos ayuda asignar significados a la derivada más allá de lo analítico y algebraico. Trabajar en un contexto de variación nos da cuenta del papel de las prácticas para la construcción de significados de la relación función-derivadas.

El uso de la tecnología es robustecer el objetivo de la investigación de Pérez (2009) “Proponer una vinculación entre las investigaciones socioepistemológicas sobre Cálculo y Precálculo de los

últimos tiempos y el quehacer cotidiano del profesor a través de la generación diseños didácticos, favoreciendo el uso inteligente de la tecnología en el aula de matemáticas”. De tal forma que la intención de las actividades es llegar a una secuencia que ayude en el aula para entender a la derivada, mostrando sus usos y significados en contextos de movimientos.

Bibliografía

Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Buendía, G. y Ordóñez A. (2009). El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 12(1), 7-28

Cantoral R. (2004) Pensamiento y Lenguaje Variacional, una mirada socioepistemológica. En J. Lezama, M. Sanchez y J. Molina (Eds.), *Acta latinoamericana de matemática educativa*, Vol.18, pp.1-9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción del análisis. *Epsilon*, Vol. 42. Núm. 14 (3), pp. 854-856.

Dolores, C., Alarcón, G., y Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 5 (3), 225-250.

Ordoñez, A. (2007). *Un estudio de lo periódico en la relación de una función y sus derivadas*. Tesis de maestría no publicada, UNACH, México.

Pérez, A. (2008). *Una vinculación de la matemática escolar y la investigación a través de diseños didácticos con el uso de la tecnología*. Tesis de maestría no publicada, UNACH, México.