



Evelia Reséndiz Balderas, Sergio Correa Gutiérrez, Ramón J. Llanos Portales

erbalderas@uat.edu.mx, scorrea@uat.edu.mx, rllanos@uat.edu.mx

Universidad Autónoma de Tamaulipas

Resumen

El propósito de este trabajo es mostrar avances de investigación referentes a la construcción social de saberes matemáticos, específicamente sobre la noción de variación, encaminada al desarrollo de competencias matemáticas. En concreto, nos enfocamos en uno de los tres ejes temáticos que estructuran el Plan de Estudios para la Educación Secundaria, el de *Manejo de la información* (SEP, 2006). Asimismo, como el programa está basado en competencias —lo que implica que los alumnos comprenden, aprecian y son capaces de aplicar las matemáticas en su vida cotidiana y profesional (D'Amore et al., 2008)— pondremos especial atención en una de las cuatro competencias matemáticas que señala el programa: la competencia de *Comunicar*.

Introducción

Los resultados de estudios internacionales que evalúan el dominio de las matemáticas de los alumnos de secundaria muestran una baja comprensión/utilización de los saberes matemáticos. A nivel internacional, los resultados de PISA revelan una serie de deficiencias en la formación matemáticas de los alumnos de educación básica en México. En la evaluación de la competencia matemática¹, los alumnos nacionales obtuvieron una media de 90 puntos por debajo de la media internacional (OCDE, 2005) lo que los ubica en la última posición de los países de esta organización. Sin embargo, más allá de la mala posición relativa, los resultados muestran que la mayoría de los alumnos se localiza en los niveles bajos de esta competencia. En concreto, más de la mitad se ubica en el nivel 1 o por debajo de él, lo que significa que la mayoría de los alumnos apenas son capaces de identificar información y de llevar a cabo procedimientos rutinarios con instrucciones directas en situaciones explícitas; resultando difícil

¹“Capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos” (OCDE, 2005)

para ellos efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados (desempeño asociado al nivel 2), y no se diga de la elaboración de breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos (desempeño del nivel 3, en el que se ubica la media de la OCDE), desempeño que está íntimamente relacionados con la competencia comunicativa.

Ante esta problemática, nos hemos propuesto analizar lo que ocurre a nivel áulico en relación a la enseñanza aprendizaje de determinados conceptos (como el de variación) que nos permitan entender el bajo nivel de dominio de los saberes matemáticos y del bajo nivel de desempeño competencial comunicativa en el área de las matemáticas.

De las competencias matemáticas propuestas en la reforma de la educación secundaria resaltamos la comunicativa pues entendemos al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como un proceso principalmente comunicativo. Es decir, entendemos que el conocimiento (núcleo del proceso de enseñanza-aprendizaje), no se puede transmitir directamente, pero sí se puede inducir por medio de la comunicación humana (Goñi, 2008), siendo el lenguaje el vehículo de los aprendizajes construidos en el salón de clase.

La competencia matemática

La actual reforma de la educación básica en México propone un modelo curricular basado en competencias para estructurar y organizar la formación básica de los niños y jóvenes del país. En términos generales, una competencia implica la movilización de los recursos cognitivos y no cognitivos para resolver con éxito una situación/problema dentro de un contexto determinado (Weinert, 2004). Para la SEP (2009), implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes) (SEP, 2009). Sin embargo, lo importante a la hora de desarrollar las competencias, además de la claridad en la definición, interesa la selección-identificación de aquellas que son prioritarias para el sistema de educación básica. Éstas pueden ser muy generales, como en el caso del proyecto

² Actuar de manera autónoma, Utilizar recursos de manera interactiva y Actuar en grupos socialmente heterogéneos

DeSeCo, que agrupa en 9 competencias clave (y en tres categorías amplias²) la formación para un buen desempeño ciudadano —entre ellas, la *capacidad de utilizar el lenguaje, los símbolos y los textos de manera interactiva*, donde se ubicaría el aprendizaje del lenguaje matemático— o de PISA, proyecto de evaluación internacional que se centra en aquellas áreas consideradas como relevantes en la educación básica para el ejercicio de la ciudadanía y entre las que se ubica la competencia matemática³, al igual que la competencia científica y de lectura. Con mayor grado de concreción, Sarramona (2004) define 15 competencias para el ámbito matemático, estrechamente relacionadas con los bloques clásicos de los contenidos del currículo matemático español: Números y cálculo, Resolución de problemas, Medida, Geometría, Tratamiento de la información y Azar.

Para el caso de México, la Reforma Educativa plantea 5 categorías⁴ de competencias para orientar la formación básica, las cuales se concretizan al precisar las finalidades o propósitos de cada una de las asignaturas y los aprendizajes esperados. En relación al área de las matemáticas, se señalan cuatro competencias: resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y Manejar técnicas eficientemente; las cuales atienden los tres ejes en los que se organizan los contenidos matemáticos de la educación secundaria: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida y Manejo de la Información (SEP, 2006).

En el caso de la competencia comunicativa, ésta *comprende la posibilidad de expresar y representar información matemática contenida en una situación o fenómeno, así como la de interpretarla*. Implica la capacidad de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación o fenómeno y que se exponga con claridad las ideas matemáticas encontradas, entre las que se encontrarían las inferencias sobre propiedades, características o tendencias de la situación o fenómeno representado (SEP, 2006).

³ Capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las matemáticas juegan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (INCE, 2004: 12)

⁴ Competencias para el aprendizaje permanente, competencias para el manejo de la información, competencias para el manejo de situaciones, competencias para la convivencia y competencias para la vida en sociedad.

La importancia dada a la comunicación y/o expresión de las ideas matemáticas inferidas de un fenómeno así como la consideración de que el proceso de enseñanza y aprendizaje es un acto comunicativo, nos llevó a poner la atención en los procesos discursivos que se dan en aula para la construcción de los conocimientos matemáticos.

La educación matemática como acto comunicativo

La consideración de la enseñanza de las matemáticas como un acto comunicativo se origina y desarrolla en estrecha relación con el estudio de la interacción didáctica. Esta perspectiva se apoya en la noción de comunicación y en la consideración del lenguaje como un vehículo de la comunicación (Rebollo, 2001). Si se concibe a la enseñanza como un espacio de comunicación, el discurso es el vehículo que transporta la mayoría de los aprendizajes generados en el salón de clase. Los aspectos del aula están poblados de diferentes lenguajes que unos emiten y otros intentan interpretar correctamente. Desde un punto de vista ideal, el aula se conforma como un espacio común para el entendimiento mutuo, para cierta negociación de conocimientos y para la formación de significados compartidos. En tal sentido, enseñar consiste fundamentalmente en comunicar (Edwards y Mercer, 1987), de ahí que se sugiera analizar lo que se dice y cómo se dicen las cosas en clase.

Si asumimos que la interacción verbal se hace posible por la comunicación, el lenguaje aparece como un aspecto fundamental en el proceso de construcción y asignación de significados. Es necesario asignarle un lugar privilegiado al papel del lenguaje verbal y no verbal en la construcción del conocimiento y en las maneras como los maestros crean contextos comunicativos en el aula, para apoyar a los estudiantes en la construcción conjunta de la comprensión de la matemática escolar (Reséndiz, 2006; Aparicio & Cantoral, 2006; Forero, 2008).

La comunicación continúa siendo un tema central en la reforma de la educación de las matemáticas (NCTM, 1998). Sin embargo existen todavía muchas preguntas que deben ser contestadas con relación con el discurso en el aula y acerca de los factores que contribuyen al desarrollo del discurso matemático. Las matemáticas generalmente se consideran como un

cuerpo de conocimiento individual y socialmente construido y como lenguaje especializado para comunicar diversos aspectos de nuestro mundo (Pimm, 1991). Sin embargo, el nuevo conocimiento matemático (individual o compartido) se construye a través de interacciones y conversaciones entre profesores y sus alumnos. De ahí que el movimiento entre el sentido personal de un concepto y el significado matemático compartido es crucial para que el aprendizaje se lleve a cabo (Bartolini Bussi, 1998). El papel del profesor y los estudiantes en este movimiento ayuda a determinar que el aprendizaje ocurra. Esta consideración del proceso de enseñanza-aprendizaje enfatiza la importancia de las interacciones en el aula y el contenido matemático que se está discutiendo. De ahí, el estudio de esas interacciones y como el contenido matemático o el significado compartido de conceptos influye en el desarrollo de las discusiones.

Consideramos importante citar los trabajos de Pimm (1991), que se centran en el discurso del profesor en la clase de matemáticas y dan idea sobre la importancia de la metacomunicación. Para Pimm, el lenguaje no sólo desempeña un puesto central en educación, sino también constituye un hecho central en la vida social al estar en juego las actitudes y creencias más profundas de las personas porque, a través del lenguaje, se mantienen y reconocen las identidades personal y social; da un importante paso en tal contexto mediante el análisis del discurso, hablado y escrito, en el caso concreto de las matemáticas (aritmética y álgebra).

Por un lado, Mopondi (1995) profundiza en los efectos que tienen las explicaciones en clase sobre los comportamientos de los alumnos, y hace un estudio comparativo entre un método clásico de enseñanza y uno más constructivista. Por otro lado, Sierpiska (1994) establece una diferencia entre las explicaciones científicas y las didácticas. Las científicas, cuyo objetivo es llegar a unas bases más conceptuales del entendimiento, son encontradas en la mayor parte de la ciencia, mientras que las didácticas, que se dirigen a unas bases familiares del entendimiento (una imagen o solo algún conocimiento previo y experiencias), frecuentemente son llamadas así en el ámbito de la enseñanza.

Los estudios antes citados, son de suma importancia para nuestra investigación, ya que intentamos estudiar el discurso del maestro y el discurso en la interacción social, considerando

un contenido matemático como es la *variación*, pues partimos de una premisa básica de que, en la naturaleza, lo único constante es el cambio, y el concepto de variación permite analizar la medida de los cambios y la descripción de sus cualidades.

Además, los contextos escolares están formados por una trama de relaciones entre el docente, los alumnos y el contenido, factores que necesitan ser atendidos en sus múltiples articulaciones para lograr comprender los variados aspectos del proceso de construcción discursiva, que a su vez, se constituye en evidencia de desempeño de la competencia matemática comunicativa, que forma parte del nuevo plan de educación secundaria.

Metodología

En este proyecto interesa revisar la forma en que el profesor comunica un concepto matemático a sus alumnos —en este caso, el de *variación*— porque a partir de esta comunicación/explicación el estudiante puede expresar, interpretar y representar información derivada de la *variación* de un fenómeno. Asimismo, entendemos que la educación es un acto comunicativo cargado de intenciones, significados y sentimientos. En este acto de comunicación, las relaciones que se establecen con los estudiantes y el sentido que las mismas tienen para los que participan en el diálogo comunicativo son elementos constitutivos del hecho de enseñar matemáticas (Goñi, 2008). En el aula, la comunicación está poblada de diferentes lenguajes que unos emiten y otros intentan interpretar correctamente. Además, el aula se conforma en un espacio común para el entendimiento mutuo, para cierta negociación de conocimientos y para la formación de significados compartidos. Y dado que enseñar consiste fundamentalmente en comunicar (Edwards y Mercer, 1987) se sugiere, entonces, analizar lo que se dice y cómo se dicen las cosas en clase.

El modelo del sistema didáctico introducido por Brousseau (1986) describe las relaciones que se establecen entre el profesor, el estudiante y el conocimiento, permitiendo así guiar las investigaciones del aula. En este modelo se reconoce la naturaleza, condiciones y características de cada uno de los elementos que conforman el sistema, a la vez que se identifica el sistema como unidad básica de relaciones al interior del aula. Retomando este modelo, el presente

trabajo explora las actividades que los profesores realizan con sus alumnos para la enseñanza del concepto de variación —encaminado al desarrollo de la *competencia comunicativa* para el eje temático de *manejo de la información*. El estudio se plantea como una investigación de corte cualitativo basada en el método etnográfico que toma a la observación como técnica de registro, lo que posibilita el análisis de las clases que se audiograbarán.

En este trabajo, se seleccionarán a tres profesores de matemáticas (uno por grado escolar) que observaremos cuando enseñan la noción de variación a fin de constatar las explicaciones discursivas que realizan en el ámbito de la referida competencia. Este concepto aparece íntimamente relacionado al eje Manejo de la información del plan de estudios de secundaria, por lo que se seleccionaron como espacios de observación los planes de clase en los que aparece la enseñanza de esta noción. En concreto, se trabajará con un plan de clase de cada grado escolar referido al subtema Gráficas del tema de Análisis de la información (se anexan los planes de clase que servirán para realizar la observación de las producciones discursivas cuando se enseña la noción de variación).

Conclusiones

Esta investigación está actualmente en proceso por lo que, por el momento, no se cuentan con resultados de la observación del desarrollo de los planes de clase referidos a la noción de variación. Sin embargo, se ha definido y seleccionado aquellos temas y subtemas que mayor relación guardan con el aprendizaje del concepto matemático en cuestión, que es posible interpretar de diversos modos, ya sea mediante fórmulas, gráficas, dibujos y diagramas verbales o descripciones verbales metafóricas (Reséndiz, 2006). En este sentido, se seleccionaron para la observación aquellas situaciones didácticas en las que se aborda el subtema de la graficación, pero centrandolo el análisis de la medida de los cambios como de la descripción de sus cualidades. En anexos se ejemplifica la selección de las situaciones didácticas que se utilizarán para cada grado.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2): 33-115.

D'Amore, J., Díaz, J. & Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemática*. Colombia: Magisterio.

Edwards, D. & Mercer, N. (1987). *El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula*. Paidós.

Goñi, J. M. (2008). *El desarrollo de la competencia matemática*. Ed. Graó. España.

OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Santillana. Madrid.

SEP (2006). *Programa de estudio de matemáticas en educación secundaria*. México: Autor.

Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual, *Revista de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 9, Núm. 001, pp. 7-29.

Bartolini Bussi, M.G. (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian análisis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A.- Sierpiska (Eds.), *Lenguaje and communication in the mathematics classromm* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.

Cazden, C. (1991). *El discurso en el aula*. Temas de educación, Ministerio de educación y Ciencia. México: Paidós.

Edwards, D. & Mercer, N. (1987). *El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula*. Barcelona; Paídos.

Forero, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychologica*. 7 (3): 787-805.

Goñi, J.M. (2008). *3²-2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Editorial GRAÓ.

Huertas, J. & Montero, I. (2001). *La interacción en el aula. Aprender con los demás*. Aique, Buenos Aires, Argentina.

INCE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencia y resolución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.

Mopondi, B. (1995). Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.15/3, 7-52.

Pimm, D. (1991). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata.

Rebollo, M.A. (2001). *Discurso y educación*. Sevilla, España: Ed. Mergablum.

Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Revista de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 9, Núm. 3, pp. 459-490.

SEP (2006). *Acuerdo número 384 por el que se establece el nuevo Plan y Programas de Estudio para Educación Secundaria*. Diario Oficial de la Federación del 26 de mayo de 2006..

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. Studies in Mathematics Education. Series: 2, The Falmer Press.

Van Dijk, T.A. (2005). *Estructuras y funciones del discurso*. México: Siglo Veintiuno.

Weinert, F. (2004). Concepto de competencia: una aclaración conceptual. En D.S. Rychen y L.H. Salganik (Coord.), *Definir y Seleccionar Competencias fundamentales para la vida*, México: Fondo de Cultura Económica, 94-127.

Anexos

Plan de clase No. 1

Curso: Matemáticas I. **Tema:** Análisis de la información **Subtema:** Graficación.

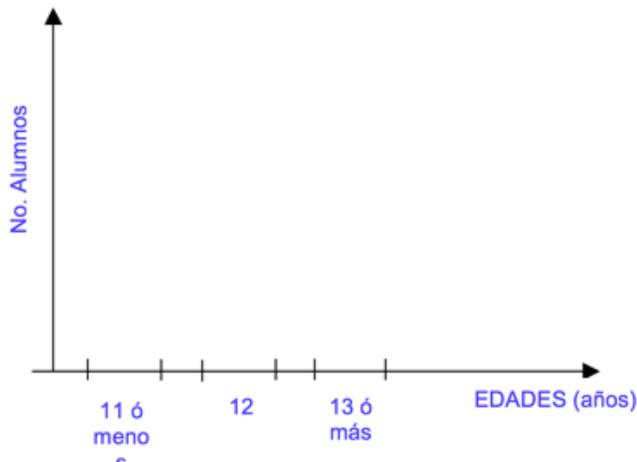
Conocimientos y habilidades: Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos recopilen información, la organicen y la presenten en gráficas de barras de frecuencia absoluta y relativa.

Consigna 1. En equipos investiguen las edades de sus compañeros del grupo, completen la tabla con los datos que obtengan y construyan la gráfica de barras correspondiente.

EDAD	11 años o menos	12 años	13 años o más	Total
NO. ALUMNOS				



Consideraciones previas.

Es frecuente que los alumnos tengan dificultad al representar las escalas en los ejes verticales, dar tiempo suficiente para discutir las más adecuadas y no olvidar que a divisiones de la misma longitud les corresponde los mismos valores.

Plan de clase No. 2

Curso: Matemáticas II

Tema: Análisis de la información

Subtema: Graficación.

Curso: Matemáticas II

Apartado: 3.6

Eje temático: MI

Tema: Representación de la información

Subtema: Gráficas

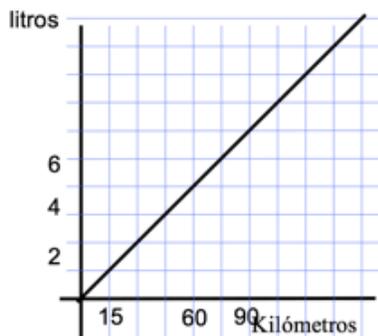
Conocimientos y habilidades: *Construir, interpretar y utilizar gráficas de relaciones lineales asociadas a diversos fenómenos.*

Intenciones didácticas:

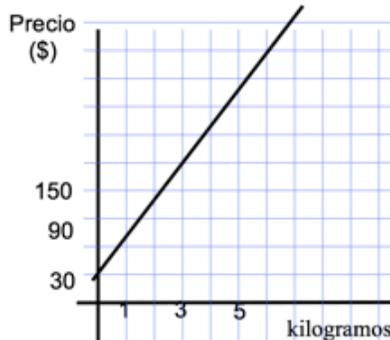
Que los alumnos interpreten relaciones lineales asociadas a diversos fenómenos, con apoyo de la representación gráfica.

Consigna: Organizados en parejas, comenten lo que cada una de las siguientes gráficas ofrece como información y contesten las preguntas en cada caso.

a) Consumo de gasolina de cierto automóvil en carretera.



b) Precio de pastel en una base de madera.



1. ¿Cuántos km recorre por litro?
2. ¿Cuántos litros requiere para recorrer 120 km?

1. ¿Cuánto cuesta un kg de pastel?
2. ¿Cuánto cuesta la base de madera?

Consideraciones previas:

Al hacer la puesta en común, es importante que los alumnos verifiquen las respuestas con el apoyo de las gráficas e invitarlos a que formulen y contesten otras preguntas.

Además de interpretar la información contenida en las gráficas, hay que pedir que se formule la expresión algebraica que representa cada situación, señalando la diferencia entre una relación de proporcionalidad y otra que no es de proporcionalidad.

Plan de Clase No. 3

Curso: Matemáticas III.

Tema: Análisis de la información

Subtema: Graficación.

Conocimientos y habilidades: *Analizar la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal y relacionarla con la inclinación o pendiente de la recta que lo representa.*

Intenciones didácticas: A partir de cierta información, que los alumnos construyan tablas y gráficas y que a partir de éstas, relacionen cantidades y obtengan nueva información.

Consigna: Organizados en binas, resuelvan el siguiente problema.

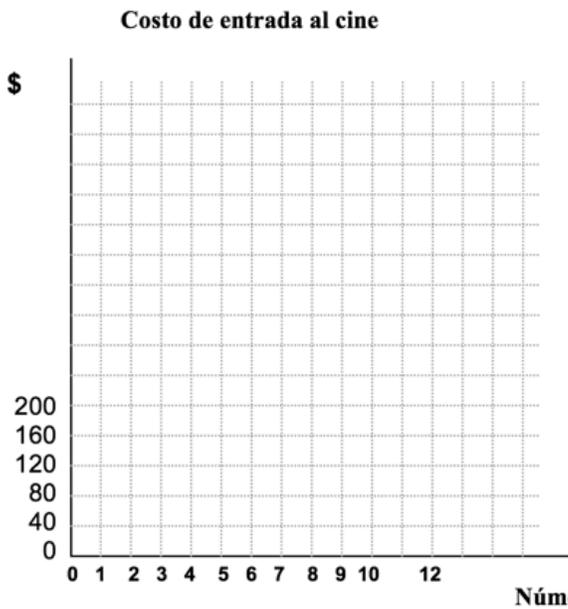
1.- Los tres hermanos Pérez asistieron al cine. El boleto de entrada cuesta \$40.00:

- a) ¿Cuánto pagaron por las tres entradas? _____
- b) Si cada uno llevó un invitado, ¿cuánto se pagó en total para que todos entraran? _____
- c) Si además asistieron los padres de los hermanos Pérez, ¿cuánto se pagó por todos? _____

A partir de la información anterior, completen la siguiente tabla:

Personas	3		6	8	
Costo (\$)		160			480

Con los datos obtenidos en la tabla anterior, tracen la gráfica correspondiente.



Observen la gráfica y contesten:

a) ¿Cuánto se pagará por cinco personas?

b) ¿Cuánto se pagará por nueve personas?

Consideraciones previas:

Si el tiempo lo permite, los alumnos pueden formular otras preguntas para ser analizadas y contestadas por el grupo. Por ejemplo:

- 1) ¿Cuánto se pagará por dos personas?
- 2) Si se cuenta con \$350.00 ¿cuál es el mayor número de personas que pueden ser invitadas?

Antes de pasar a otra actividad, es importante que el profesor verifique que los alumnos alcancen soltura en el manejo de la información que proporcionan la tabla y la gráfica.

