

IDENTIFICACIÓN DE OBSTÁCULOS DE LECTOMATEMÁTICAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN PALABRAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL



Cristina Torfer Langenbach, Ricardo Ulloa Azpeitia

cristinatorfer@yahoo.com.mx, ricardo.ulloa@cupei.udg.mx

Universidad de Guadalajara

Resumen

Con el trabajo que se reporta se diagnosticaron dificultades que enfrentan estudiantes de cálculo diferencial en la solución de problemas presentados en palabras, causadas por deficiencias en el dominio del lenguaje. Se ha observado que fallan recurrentemente en la solución de problemas de aplicación, pueden resolver problemas con enunciados como “Encuentre la derivada de las siguientes funciones ...”, pero no usan correctamente el concepto de derivada. También les resulta complicado entender el lenguaje matemático especializado, así como hacer la traducción al lenguaje simbólico y viceversa. Indicios de que la raíz de tales dificultades se deriva de una pobre comprensión del lenguaje cotidiano motivaron la realización del estudio. Se midió lectocomprensión, con un examen de primer ingreso adaptado al caso, se aplicaron tests y exámenes, y se desarrollo un estudio clínico con seis estudiantes de los tres estratos definidos, a fin de identificar los elementos del lenguaje que son malinterpretados y propician cometer errores. Se describen los hallazgos.

Palabras clave

Lectomatemáticas, lectocomprensión, problemas de aprendizaje.

Introducción

El objetivo fue detectar los obstáculos de lectomatemáticas que enfrentan los alumnos, al resolver problemas de aplicación de Cálculo Diferencial expresados en palabras. Lectomatemáticas (Ulloa, 2006) se refiere a los procesos de traducción entre el lenguaje materno al lenguaje matemático y viceversa, lo que influye en las actividades de modelaje.

Una de las dificultades que se encuentran en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el tema del cálculo diferencial, es el problema del lenguaje. Los alumnos no comprenden correctamente el significado de los diferentes conceptos y por esta razón tienen poco éxito al resolver problemas de aplicación, especialmente cuando se enuncian solamente con palabras.

Cuando los estudiantes del medio resuelven un problema de aplicación, se observa que batallan para hacer la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático, quizá por fallas de lectocomprensión y conocimiento de términos matemáticos. Por ejemplo, si se les pide encontrar la pendiente de la tangente, no lo relacionan con la derivada.

Se investigó el dominio y el modo de empleo que tienen los alumnos de conceptos estratégicos de la materia, por ejemplo: función, razón de cambio, límite, derivada, máximos y mínimos. Se determinaron obstáculos de aprendizaje que posiblemente son originados por una pobre comprensión de los términos, lo que causa dificultades de traducción al lenguaje especializado de las matemáticas, después, al simbólico y al gráfico, cuando deben modelar para resolver los problemas e interpretar resultados.

Para profundizar en el diagnóstico, se desarrolló una fase con empleo del método clínico. Para obtener el diagnóstico se emplearon encuestas y entrevistas clínicas. Se analizaron las respuestas que dieron los alumnos y se identificaron las dificultades que enfrentaron los alumnos para la comprensión de los problemas de aplicación del tema.

Contexto.

El estudio se realizó en el Colegio Alemán de Guadalajara. Es una institución privada, laica y mixta. La escuela tiene sección maternal, kinder, primaria, secundaria y preparatoria. Desde el kinder hasta la preparatoria cuenta con 959 alumnos. En nivel preparatoria existen 118 inscritos. Es un colegio trilingüe donde los alumnos aprenden los idiomas español, alemán e inglés. Se enseña a los alumnos dos culturas, la alemana y la mexicana. Los estudiantes son de clase media alta, en su mayoría mexicanos.

Actualmente imparten clases 43 maestros de habla española, 28 maestros de habla alemana, así como seis maestros y el director general contratados por el Gobierno Alemán, dado que existe una cierta vinculación. El bachillerato del Colegio se encuentra incorporado a la Secretaría de Educación Pública (SEP) y autorizado por la Organización Internacional del Bachillerato (OIB).

En la primaria se enseñan las matemáticas en español según el programa de la SEP. A partir de segundo de secundaria y hasta primero de preparatoria, la clase se desarrolla en alemán, con maestros germanos o que dominen el idioma. Los contenidos considerados son los del programa de la SEP y así como el oficial de Alemania. Los libros de matemáticas que se utilizan desde segundo de secundaria hasta primero de preparatoria son de editorial alemana y están escritos en alemán.

En los últimos dos años de preparatoria, se desarrollan las clases nuevamente en español, ya que se maneja el programa de la OIB. Se consideran simultáneamente los dos programas, el de la SEP y el de la OIB. La OIB maneja los idiomas español, francés e inglés, por esta razón se da la clase en español y no en alemán. Este multilingüismo plantea complicaciones adicionales, como las mencionadas por Vendrell (2003).

Según el programa de la SEP, en quinto y sexto semestre se debe impartir cálculo diferencial e integral respectivamente. El estudio se hizo con los alumnos que cursaban Cálculo Diferencial.

Problema de investigación.

Los obstáculos del ámbito de lectomatemáticas que enfrentan los estudiantes en la solución de problemas de aplicación en palabras en cálculo diferencial, lo que se ha visto reflejado en pobres resultados de aprendizaje según se observa en el desempeño que tienen en dicha materia.

Antecedentes.

Existe un alto índice de reprobación en los exámenes de matemáticas; durante el ciclo escolar enero-mayo 2008, reprobaron el examen final de matemáticas el 54% de alumnos, del último año de preparatoria. Se preguntó a los alumnos que reprobaron, la razón de sus bajas calificaciones y el 70 % mencionó que uno de los motivos es, que no entienden las instrucciones del problema, es decir, hay un problema de lectocomprensión, eso influyó en la decisión de investigar al respecto.

Al ser cuestionados, los alumnos de tercero de preparatoria del Colegio Alemán de Guadalajara, manifestaron que les interesa saber la aplicación que tienen los conceptos que aprenden, pero al mismo tiempo, se observó un cierto rechazo a aprender cómo resolver problemas de aplicación, ya que sugieren que les resultan muy difíciles pues no logran encontrar la solución. Esta situación es notoria ya que a lo largo de los últimos años, casi en todas las clases de matemáticas del tercer año de preparatoria, se observó que los alumnos inquietan sobre la utilidad de lo que se les enseña, quieren conocer las aplicaciones de los diferentes temas y prefieren trabajar en clase con aplicaciones, pero al mismo tiempo se quejan cuando de tarea o en los exámenes se les pide resolver problemas de aplicación. Entre los resultados de otros estudios se resalta que es muy importante que la notación matemática sea utilizada de forma correcta, para que los conceptos se puedan entender adecuadamente. Queda claro que el lenguaje juega un papel muy importante en el desarrollo de los procesos de pensamiento.

En el trabajo de Camelo (2005) se identificaron como obstáculos para el aprendizaje de las matemáticas, la significación personal de las palabras usadas en matemáticas, la diversidad de interpretaciones, el uso de representaciones distintas de las empleadas en matemáticas y la incomunicación maestro-alumno.

El lenguaje es un mediador determinante en el aprendizaje de las matemáticas, específicamente del Álgebra, ya que el nivel de dominio en las estructuras lingüísticas que poseen los alumnos y que aparecen en los problemas de aplicación, determina la comprensión que logran de las herramientas algebraicas y les permite explicar los procedimientos que realizan, como reflejo de la manera en que los entienden y los razonan, de esta manera muestran los obstáculos que enfrentan para aprender (Lomelí, 2005).

Si no se tiene capacidad para entender satisfactoriamente el lenguaje, es muy probable que existan dificultades para entender instrucciones matemáticas, particularmente cuando se refieren al planteamiento de un problema que requiera traducción a un modelo matemático que posibilite llegar a la solución, además, resulta obvio que si un alumno no puede comprender una lectura cualquiera, es probable que tampoco comprenda una lectura de las matemáticas,

dada la extrapolación que se puede efectuar al considerar las connotaciones particulares que tiene como lenguaje simbólico y la dependencia que se tiene de un buen dominio del lenguaje para acceder a las operaciones formales (Figuroa, 2005).

Sustento teórico

En el aprendizaje de las matemáticas intervienen varios factores, uno de ellos es el lenguaje. Dice Vygotsky (citado en Grisales, s.f.) que pensamiento y lenguaje son interdependientes, es decir, que en una etapa del desarrollo del ser humano las líneas del pensamiento y del lenguaje se cruzan, pero conservando su dependencia. Para resolver un problema es importante, primero entender el lenguaje cotidiano, después los conceptos matemáticos y finalmente, proceder a la resolución del problema.

La solución de problemas ocurre cuando se establece alguna meta y se buscan las maneras de lograrla. Lenguaje matemático se refiere a dos cuestiones distintas pero interrelacionadas, a saber: la simbología utilizada en matemáticas y, por otro lado, la estructura y presentación de los contenidos matemáticos (Ortega, 2001). Por esta razón, es importante que el alumno entienda los conceptos matemáticos relacionados con el tema de estudio. Sin una comprensión adecuada de los conceptos, es muy difícil que un alumno logre resolver un problema de aplicación.

Se dice que una posible causa de las deficiencias matemáticas de los alumnos al entrar a la Universidad (Ortega, 2001), es la falta de conocimiento del lenguaje matemático. Lo que debe mejorar en las escuelas es el uso del lenguaje matemático, es decir, al presentar los contenidos debe cuidarse la exactitud de la notación matemática, factor importante cuando se pretende ahondar o ampliar los conceptos dados.

Silva (2007) menciona que es importante que los alumnos tengan dominio del lenguaje, para comprender las matemáticas. También dice que las clases de matemáticas deben ser impartidas en el idioma materno y no en un segundo. Sugiere que es común dar las clases de matemáticas en otro idioma que no sea el materno y esto no es recomendable. Esto sucede en las escuelas

bilingües, se ha comprobado que al responder los exámenes en otro idioma, los alumnos no entienden las instrucciones.

Por otro lado (Navarro, 2006), un uso correcto del lenguaje matemático debe ser parte fundamental de la planificación de la lección por parte del profesor de la materia. El uso de un convencionalismo no estandarizado podría generar con el tiempo problemas de asimilación de nuevos conceptos en los estudiantes.

La experiencia muestra que aprender cálculo construyendo los conocimientos nuevos en base a sus propios conocimientos previos, da los mejores resultados. Se deben estudiar las definiciones para mejorar el dominio del lenguaje matemático y apropiarse de los significados precisos de los términos, (Ulloa, 2007).

Metodología

De manera sintética, los procedimientos seguidos fueron:

Primera fase:

- i. Revisión de la literatura.
- ii. Elaboración del proyecto.
- iii. Elaboración de instrumentos:
 - Examen de lectocomprensión
 - Recopilación de resultados de los exámenes aplicados en el semestre agosto-diciembre 2008
 - Cuestionario sobre el historial de aprendizaje de las matemáticas por parte del alumno
 - Entrevista clínica
- iv. Validación de instrumentos.
- v. Aplicación del examen de lectocomprensión

- vi. Aplicación del cuestionario para conocer el historial en matemáticas de los alumnos y obtener información de su conocimiento de los términos de cálculo como pendiente, derivada, límite, etc.
- vii. Procesamiento de información y análisis de respuestas a un problema de aplicación dado en palabras en el cuestionario, para identificar las dificultades que enfrentaron los alumnos. Así se pudo presentar un panorama general de las principales dificultades que enfrentan los alumnos en el aprendizaje del cálculo diferencial, relacionadas con lectomatemáticas. En base a estas respuestas se diseñaron las entrevistas clínicas.
- viii. Determinación de correlación entre resultados obtenidos en los exámenes parciales de matemáticas previos y resultados obtenidos en lectocomprensión.
- ix. Procesamiento, análisis, presentación y discusión de resultados.
- x. Elaboración de conclusiones.
- xi.

Segunda fase:

- i. En base a los resultados de exámenes aplicados en el semestre agosto-diciembre de 2008 se clasificaron a los 37 alumnos en tres grupos: AR = alto rendimiento, MR = medio rendimiento, BR = bajo rendimiento.
- ii. De cada uno de estos grupos se seleccionaron de manera aleatoria dos alumnos. De esta forma se obtuvo una muestra de seis alumnos de los 37 alumnos que se tiene en total. A estos seis alumnos se les hizo una entrevista con enfoque clínico, las cuales se videograbaron.
- iii. Mediante entrevista clínica, a cada uno de los seis alumnos escogidos aleatoriamente, se les pidió identificar conceptos y resolver un problema de aplicación de cálculo diferencial dado en palabras, mostrar sus procedimientos y explicar su estrategia de solución. Se filmó este proceso que incluyó cuestionamientos al respecto de los términos estratégicos incluidos en el cuestionario aplicado, se buscó profundizar en el diagnóstico de las dificultades atribuibles al dominio del lenguaje.
- iv. Procesamiento de los datos.
- v. Análisis y discusión de las entrevistas para ubicar y clasificar las dificultades que enfrentaron los alumnos.

vi. Elaboración de conclusiones.

Resultados

Tabla 1.

Resultados del examen de lectocomprensión y correlación con promedios obtenidos en matemáticas

Grupo de 17 alumnos, agosto-diciembre 2008					Grupo de 20 alumnos, agosto-diciembre 2008					
Al	Calif Ex1	Calif Ex2	Prom. Ex.	HLC		Al	Calif Ex1	Calif Ex2	Prom. Ex.	HLC
1	7	8	7.5	32		1	5	5	5	22
2	5	5	5	20		2	5	5	5	26
3	7	8	7.5	28		3	5	5	5	20
4	8	8	8	25		4	6	5	5.5	29
5	9	10	9.5	26		5	9	8	8.5	16
6	9	10	9.5	26		6	7	8	7.5	28
7	9	10	9.5	29		7	5	5	5	30
8	8	7	7.5	33		8	9.5	10	9.75	30
9	8	8	8	30		9	6	7	6.5	29
10	10	10	10	34		10	6	6	6	30
11	9	9	9	31		11	8	9	8.5	30
12	7	7	7	31		12	5	5	5	20
13	8	10	9	24		13	7	8	7.5	25
14	5	6	5.5	26		14	9.5	10	9.75	33
15	6	5	5.5	31		15	8	8.5	8.25	30
16	6	6	6	30		16	7	7	7	25
17	8	9	8.5			17	6	5	5.5	29
						18	7	6	6.5	28
						19	9	9	9	27
						20	9	9	9	33
Coeficiente de correlación calculado: 0.25					Coeficiente de correlación calculado: 0.38					

"HCL" es la puntuación obtenida en el examen de habilidades de lectocomprensión, la máxima a obtener fue 41

Cuestionario

Se aplicó el cuestionario para conocer el historial en matemáticas de los alumnos y obtener información de su conocimiento de los términos de cálculo a 31 alumnos, ya que con cada uno de los seis restantes, escogidos aleatoriamente, se desarrolló posteriormente una entrevista clínica. De los 31 alumnos asistieron 29 alumnos el día que se aplicó el cuestionario. Consistió de

12 preguntas. También se agruparon las respuestas de los alumnos en términos de su pertenencia a los estratos de AR alto rendimiento, MR rendimiento medio y BR bajo rendimiento.

Estudio clínico

Se desarrolló con los seis alumnos seleccionados, a fin de profundizar las razones por las que realizan los procedimientos, tal como se observan, así como del dominio conceptual que tienen de los contenidos matemáticos. Los seis alumnos entrevistados mostraron entusiasmo y seguridad en la entrevista, a pesar de que sabían que no era parte de su calificación.

En el estudio clínico, se identificaron aspectos conflictivos respecto de las matemáticas como lenguaje en los tres estratos. Al comienzo de la entrevista se les preguntó acerca de su gusto por las matemáticas y de su percepción de sí mismos, cuando resuelven problemas de aplicación

Discusión

Los valores del coeficiente de correlación se interpretan en que sí hay una correlación entre la habilidad de lectocomprensión y las calificaciones obtenidas en los exámenes escritos en matemáticas, aunque no muy fuerte, como se determinó en trabajos previos (Lomelí, 2005, Martínez, 2005, Camelo, 2005).

En las respuestas al cuestionario ningún alumno (31) contestó estar totalmente en desacuerdo en su gusto por las matemáticas, a la mayoría, 18, les gustan y a 8 les resultan indiferentes. La forma de enseñar fue la más elegida como la principal de las causas de su preferencia actual por la materia, 19 consideran que el lenguaje del maestro influyó en su comprensión de las matemáticas.

La influencia del idioma en que se enseña les pareció influyente a 14 estudiantes. Para 20 alumnos, las instrucciones o el lenguaje empleado en la redacción de los problemas resueltos en el pasado influyeron en su desempeño. Les causa dificultades resolver problemas presentados

en palabras a 12. Les cuesta trabajo entender la redacción de los problemas de aplicación a 15. Consideran que les es difícil traducir las palabras al lenguaje matemático y simbólico a 12.

En la definición de conceptos, el que mejor pudieron definir los alumnos de bajo rendimiento fue el de derivada y no pudieron dar una definición de los conceptos “razón de cambio” y “función”. En cambio, los alumnos de Mediano Rendimiento definieron correctamente “derivada”, “máximo” y “mínimo”, y definieron incorrectamente “límite”. Los alumnos de Alto Rendimiento también definieron correctamente “derivada”, pero definieron mal “límite”. Es notorio que en los tres estratos tienen dificultades con los conceptos matemáticos, lo que reafirma la percepción de la importancia del empleo del lenguaje.

En la Pregunta #12, que incluyó un problema de aplicación, de los 29 alumnos encuestados, solamente un alumno pudo resolver correctamente el problema propuesto. La principal dificultad en la resolución del problema en los alumnos de BR y MR fue identificar las relaciones entre las variables, es decir, en la traducción de palabras a lenguaje matemático, así como la aplicación de herramientas y resolución del problema.

La tabla 2 muestra las respuestas a la pregunta *¿Qué tanta dificultad te representa cada una de las siguientes etapas en palabras de la aplicación del cálculo diferencial?*

Tabla 2. *Respuestas de los 29 alumnos*

	1	2	3	4	5
	Muy alta	Alta	Regular	Baja	Inexistente
1 Identificación de los datos	2	3	13	8	3
2 Identificación de las incógnitas	1	4	8	12	4
3 Identificación de relaciones entre las variables	1	8	14	5	1
4 Representación gráfica	0	12	4	11	2
5 Aplicación de herramientas	3	6	12	8	0
6 Parte algebraica	2	4	7	11	5
7 Interpretación de resultados	1	6	14	5	3

En el estudio clínico fue interesante notar que sus opiniones coincidieron en gran parte con lo observado al responder los problemas sugeridos en la entrevista, es decir, si el alumno mencionaba que tenía dificultad en entender la pregunta, eso se reflejó cuando intentó resolver

el problema. También cuando mencionaban que no tenían dificultad en traducir un problema en palabras a lenguaje matemático, esto lo demostraron al plantear correctamente las ecuaciones. Ningún alumno de los seleccionados, mencionó que le disgusten las matemáticas. Alumnos de todos los estratos olvidaron que “superficie” es sinónimo de “área”, pero a su vez no tenían claro el concepto de superficie o área.

En cuanto al modelaje de las ecuaciones, se observaron dificultades para asociar expresiones verbales con la expresión algebraica correspondiente, por ejemplo, solamente un alumno de AR y otro de MR escribieron correctamente la ecuación del área

Únicamente los alumnos de AR y MR lograron traducir correctamente el texto escrito en palabras, en expresiones algebraicas; de estos cuatro alumnos, dos de AR y uno de MR, lograron despejar una variable en una ecuación, para sustituirla en la otra ecuación y así llegar a la función que derivaron.

Se especula que los alumnos que lograron plantear correctamente su función fue por los cuestionamientos que les hacía el entrevistador, de alguna forma se incidió en su zona de desarrollo próximo. En esta parte de la entrevista se notó adicionalmente, una gran deficiencia en el manejo del álgebra.

Los sujetos también tuvieron dificultades para definir el concepto de “función” y “variable”. Los alumnos de BR mostraron que entienden los conceptos del cálculo, pero no lograron plantear la función principal.

Sólo una alumna de BR mencionó que no se trataba de un problema de cálculo. Los alumnos de BR no entendieron la pregunta. Un alumno de MR tuvo dificultades en entender la palabra “maximiza” y por esta razón no comprendió el problema.

Se observó que los alumnos leen superficialmente el problema, les falta concentración. Por ejemplo, una alumna de BR leyó el problema y después dijo que se trataba de un potrero

triangular, más adelante rectificó y dijo que era rectangular. Solamente una alumna de BR no logró hacer una representación gráfica correcta, los demás interpretaron el problema en palabras en una gráfica, pero traducir la gráfica a ecuaciones les resultó muy complicado.

Casi todos los entrevistados conocían las herramientas del cálculo para encontrar puntos máximos, pero pocos pudieron dar una explicación de sus procedimientos; de esto puede asumirse que los conceptos de cálculo los entienden superficialmente. También tuvieron dificultades para dar una definición de “variable”, pero todos lograron identificar las variables del problema.

Con excepción de un alumno de AR, los demás no pudieron dar una explicación de su procedimiento para encontrar el punto máximo. En resumen, los seis alumnos lograron identificar correctamente datos y variables. Cinco hicieron una representación gráfica correcta. Solamente tres comprendieron la pregunta.

Solamente un alumno de BR no logró transferir el texto utilizando las fórmulas de área y perímetro. Los cinco restantes lograron hacer la transferencia, pero de estos cinco alumnos, exclusivamente tres combinaron las ecuaciones para llegar a una sola función. Este fue el punto más problemático en el planteamiento del problema.

Se observó que ningún alumno tiene claridad total en los conceptos de cálculo, realizan las operaciones porque lo aprendieron a hacer de esa forma, pero no lo razonan y no saben por qué funciona de esa manera. Por ejemplo, saben que se debe derivar e igualar a cero, pero no saben por qué se iguala a cero. La mayoría de los alumnos definió la derivada como “la pendiente de la tangente”.

Conclusiones

Fue posible identificar obstáculos de lectomatemáticas, en las entrevistas clínicas, en los procesos de traducción entre el lenguaje materno y el lenguaje matemático.

Con el análisis estadístico del examen de habilidades de lectocomprensión, se comprobó que existe una moderada relación entre la lectura de comprensión y el rendimiento en matemáticas, ya que el coeficiente de Pearson resultó positivo, si bien no muy alto. Esto se pudo observar también en las encuestas aplicadas a los alumnos y en las entrevistas.

Con los tres medios, examen de lectocomprensión, encuesta y entrevista clínica se observaron obstáculos de lectomatemáticas en la solución de problemas de cálculo, en cuanto a comprensión del texto en el problema en palabras: los alumnos dedican poco tiempo a la lectura del problema. No terminan de leer el problema y ya empiezan a resolverlo. Falta concentración en la lectura. Muchas veces no entienden algunas palabras y esto les hace difícil comprender el problema. Los alumnos encuestados manifestaron que es muy importante para ellos que esté bien redactado el texto.

Otro obstáculo en la traducción entre el lenguaje materno y el lenguaje matemático es que los alumnos no están familiarizados con los conceptos de cálculo y por esta razón, no entienden la pregunta y tienen dificultad al resolver el problema. Los alumnos, muchas veces, memorizan los conceptos o simplemente los ignoran, y resuelven un problema sin saber lo que hacen. Esto se vio cuando mencionaban que para encontrar un punto máximo debían derivar e igualar a cero, pero no sabían lo que significa la derivada o la razón por la cual se iguala a cero.

Bibliografía

Camelo, J. (2005). *Problemas en el desarrollo de habilidades lectomatemáticas de los alumnos de primer ingreso al nivel superior de la Universidad Autónoma de Nayarit*. Tesis para obtener el grado de: Maestro en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Guadalajara CUCEI. México.

Figuroa, R. (2005). *Influencia de las habilidades de lecto-comprensión en el aprendizaje de las Matemáticas en el nivel medio superior: estudio correlacional y clínico*. Tesis para obtener el grado de: Maestro en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Guadalajara. CUCEI. México.

Grisales A. (s/f). *Lenguaje matemático y desarrollo del pensamiento*. Consultado el 18 de junio de 2007 en: http://www.educadormarista.com/ARTICULOS/Lenguaje_matematico.htm

Lomelí, M. (2005). *Estructuras lingüísticas y las dificultades que originan en el Proceso de Modelaje Matemático*. Tesis para obtener el grado de: Maestro en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Guadalajara. CUCEI. México.

Navarro, P (2006). *Lenguaje matemático y lenguaje audiovisual, dos componentes de los programas de estudio de la enseñanza de la matemática del siglo XXI*. Consultado el 15 de diciembre de 2008 en: <http://www.uned.ac.cr/MemEncMate/Ponencias/Aspectosteoricos/Lenguaje%20Matem%C3%A1tico%20y%20Audiovisual-%20Msc.%20Pedro%20D%C3%ADaz.pdf>

Ortega J. (2001). *Matemáticas:¿Un problema de lenguaje?* Universidad de Castilla, La Mancha, Facultad de CC. Económicas y empresariales de Albacete. Consultado el 15 de diciembre de 2008 en: <http://eco-mat.ccee.uma.es/asepuma/laspalmas2001/laspalmas/Doco06.PDF>

Ortega, J. (s/f). *Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la UCLM*. Consultado el 19 de junio de 2007 en: http://www.uclm.es/ab/fcee/D_trabajos/2-2002-5.pdf

Ruiz, A. *Relación entre historia, filosofía y educación matemática*, Parte 4, cap.15. Consultado el 18 de junio de 2007 en: http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/Libros/Historia%20y%20Filosofia/Parte4/Cap15/Parte04_15.htm

Silva, D. (2007). *Matemáticas en un segundo idioma*. Colegio Inglés British Royal School Concepción, Extracto diario “La Tercera”. Consultado el 11 de julio de 2009 en: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-189144.html>

Ulloa, R. (2006). Alternativas en lectomatemáticas. *VI Congreso Internacional Virtual de Educación*. Universidad de las Islas Baleares/Cataluña.

Ulloa, R., Pantoja, R., Nesterova, E. y Radillo, M. (2007). *Fundamentación y construcción de guías de estudio*. Departamento de Matemáticas, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías. Universidad de Guadalajara. México.

Vendrell, C. (2003). Rendimiento matemático en contextos bilingües: análisis de la incidencia de algunas variables del contexto socio-educativo, *Dialnet, revista de investigación educativa, RIE*, ISSN 0212-4068, Vol. 21, Nº 1, 2003 , pp. 183-199. Consultado el 18 de junio de 2007 en: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=649502>