DIFICULTADES QUE PRESENTAN ALGUNOS ESTUDIANTES DE NIVEL BACHILLERATO EN TORNO A LOS CONCEPTOS DE ÁLGEBRA ELEMENTAL

Javier García García, Flor M. Rodríguez Vásquez
Universidad Autónoma de Guerrero
gagj_87@hotmail.com, flor_r@cimateuagro.org

Resumen

Para todo trabajo existe una dificultad que posteriormente se convertirá en obstáculo para el buen desarrollo del mismo, sin embargo, como humanos siempre hemos superado las vicisitudes, así en el trabajo cotidiano también en el escolar hemos de superarlos. El presente escrito es resultado de una experiencia didáctica, gracias al curso denominado Práctica Docente II, que se oferta en el octavo semestre de la Licenciatura en Matemáticas Área: Matemática Educativa, por lo que se presentan algunas de las dificultades presentes al momento de abordar conceptos matemáticos en estudiantes de nivel bachillerato, específicamente en estudiantes de segundo semestre de la Preparatoria Número 1, perteneciente a la Universidad Autónoma de Guerrero, al trabajar con conceptos de Álgebra Elemental.
Palabras Claves: *Dificultades, Bachillerato, Álgebra Elemental, Práctica Docente*

Introducción

Con el simple hecho de escuchar la palabra Matemáticas, la sociedad imagina inmediatamente números, fórmulas, figuras y sobre todo, la pesadilla que tuvieron en su estudios escolares, en ese sentido, las personas que lo escuchan recuerdan los problemas que le generó esta materia; sin embargo, otras personas dicen que fue su favorita en la escuela, lo cual no hizo que escaparan de una mala experiencia en algunos temas; los menos, han tenido un trabajo exitoso además de haber recibido reconocimientos y se desempeñan en campos que tienen que ver con las ciencias exactas (Mateos, 2008). Siguiendo esa línea, la realidad que se vive en los diferentes niveles educativos demuestran que tales comentarios no escapan del aula mexicana, donde la gran mayoría de los estudiantes darían lo que fuera con tal de quitar del currículo escolar la asignatura de Matemáticas, aunque como bien sabemos, es una ciencia que ha hecho grandes aportes para el desarrollo científico y que tiene razón de ser, por lo que es una asignatura obligatoria en los niveles básicos, así como en algunos de nivel superior. No obstante, coincidimos con Hidalgo, Maroto & Palacios (2004) quienes expresan que todas las disciplinas tienen unas características que les son propias, un «modo de hacer» que las diferencian del resto de materias, así en Matemáticas ellos llaman a este modo de actuar método matemático. Por ello, en gran medida, las dificultades que el alumno vive en dicha disciplina están relacionadas con el mayor o menor grado de conexión entre dicho alumno y el modo matemático.

El estudio de las dificultades de los alumnos para comprender y aprender conceptos matemáticos, se ha realizado desde diferentes perspectivas, y en ese sentido tenemos que Mazzitelli, Maturano, Núñez & Pereira (2005) reportan que las dificultades de los estudiantes al aprender Ciencias podrían relacionarse con factores internos como la motivación o los conocimientos previos o, con factores externos como el docente, las estrategias de aprendizaje o los libros de texto. Por lo que, siendo el docente el encargado de contextualizar el saber científico adaptándolo a las necesidades y demandas de los alumnos y del currículum, en algunos casos, el saber científico es reinterpretado a la luz de las concepciones propias de los docentes que, si fueran erradas, podrían involuntariamente contribuir al afianzamiento de las dificultades de los estudiantes, pero también es necesario que el estudiante posea conocimientos previos antes de tomar un curso, puesto que requerirá dichos conocimientos para poder afrontar a los nuevos (Fumagalli, 1993, citado en Mazzitelli et al, 2005).

Ahora bien, realizar un recorrido por las dificultades que los estudiantes enfrentan al cursar Matemáticas II, permitirá entre otras cosas, realizar sugerencias para resarcir y aminorar dichas dificultades, ya que si se es consciente que algún tema causará muchas dudas, se debe prever de ejemplos claros y sencillos para lograr que la mayoría de los estudiantes lo asimilen y en cierto grado logren construir un aprendizaje. Por ello, la pertinencia del presente trabajo, que bien se podría utilizar como punto de partida para los profesores del Nivel Medio Superior (NMS) para que tengan presente algunos problemas que podrían afectar el aprendizaje que pretenden formar en los estudiantes.

Problema

En todo curso de matemáticas, existen dificultades que se deben superar para lograr cumplir con los objetivos propuestos por el plan y programa de estudio correspondiente, en particular, al cursar Matemáticas II concerniente al estudio del Álgebra Elemental, los estudiantes de bachillerato presentan dificultades.

Objetivo

Localizar y describir algunas dificultades presentes en estudiantes del segundo semestre de la Preparatoria Número 1 de la UAGro al cursar la asignatura de Matemáticas II, para sugerir algunas cuestiones referentes a la práctica docente que debe desarrollar el profesor en el aula del NMS.

Marco referencial

Por la naturaleza del objetivo, en lo que sigue mostramos algunas acepciones de lo que se entiende con la palabra dificultad y posteriormente definiremos lo que debemos de entender por dificultad en este trabajo. En ese sentido, encontramos que Mateos (2008) manifiesta que el concepto de dificultad ha cambiado con el tiempo y por ello, hace referencia de Diefor (1990) quien reporta que Farham-Diggory en 1980 califican a las dificultades en el aprendizaje como un concepto *misterioso y complejo.* Por su parte, Brunet (1998) opina que las dificultades de aprendizaje "…son un término genérico que designa un conjunto heterogéneo de perturbaciones que se manifiestan por dificultades persistentes en la adquisición y en la utilización de la escucha, de la palabra, de la lectura, de la escritura, del razonamiento o de las matemáticas, o de habilidades sociales".

Ahora bien, en este escrito, se entenderá por *dificultad* en el sentido de Kass & Myclebust (1969) (Citados en García, (S.F.)), quienes expresan que "Dificultad de aprendizaje se refiere a uno o más déficits significativos en los procesos de aprendizaje esenciales que requieren técnicas de educación especial para la remediación.

Al respecto, mencionan que los niños con dificultades de aprendizaje demuestran generalmente una discrepancia entre el logro actual y el esperado en una o más áreas tales como el habla, la lectura, el lenguaje escrito, las matemáticas, la orientación espacial; La dificultad de aprendizaje referida no es primariamente el resultado de deficiencias sensoriales, motrices, intelectuales o emocionales, o ausencia de oportunidades para aprender; Los déficits significativos se definen en términos de procedimientos aceptados de diagnóstico en educación y en psicología; Los procesos de aprendizaje esenciales son los habitualmente referidos en la ciencia de la conducta como implicando la percepción, la integración, y la expresión, sea verbal o no verbal…

Caber resaltar que en el ámbito de la educación, una dificultad puede darse en el orden de la enseñanza o del aprendizaje; los primeros, se refieren a las dificultades que tienen los maestros para impartir la materia y los segundos, se refieren a las dificultades que tienen los alumnos para aprender, y en este caso nos enfocaremos a la dificultad de los alumnos para aprender algunos conceptos de la materia.

Metodología

Se realizó un estudio clínico en el cual participaron estudiantes del grupo 213 de la Preparatoria No. 1 de la UAGro, cuyo esquema metodológico fue de la siguiente manera:

1. Llevar una bitácora de trabajo en todo el semestre en donde se registren aquellas dificultades presentes en algunos estudiantes al abordar algún tema.
2. Revisar y realizar observaciones de las tareas que entreguen los alumnos al final del semestre, las cuáles serán todas aquellas que hayan realizado durante el mismo, y tomar nota también de los exámenes parciales que se apliquen, con el fin de detectar las principales dificultades en los estudiantes.
3. Resumir algunas de las dificultades que se hayan encontrado, retomadas de: los retratos de clases, tareas, exámenes parciales y del examen semestral.
4. Revisar artículos que permitan fundamentar los reportes que se obtengan.

Algunas dificultades presentes

En la experiencia como profesor de Matemáticas II, se trabajaron con conceptos de Álgebra Elemental y se abordaron temas como: ecuaciones lineales, sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas y algunas ideas de función, encontrando diferentes dificultades, que van desde la comprensión de cada definición que se presenta hasta el ente matemático más tedioso que se presentaron en este curso. De la observación, se lograron detectar algunas de las dificultades presentes en esta asignatura, por lo que haré mención de ellas de acuerdo a como fueron presentándose.

Así, al momento de involucrar números racionales al resolver una ecuación lineal con una incógnita (uno de los conocimientos previos que el alumno debe tener para poder tratar sistemas de ecuaciones lineales), por ejemplo, para la ecuación $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{4}{2}x - 7$ que involucra números enteros y fraccionarios, los problemas no se hacen esperar, pues cuando intentan despejar la incógnita x, es decir, en este caso al sumar el inverso aditivo de $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{2}x$ se les complica, porque a los estudiantes siempre se les ha enseñado que *si un número o expresión esta sumando, restando, multiplicando o dividiendo en un miembro de*

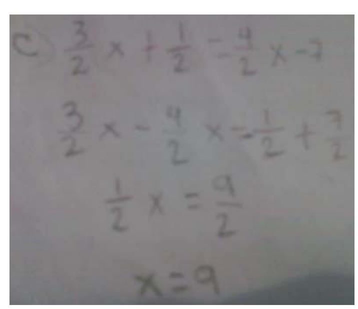


Figura 1

una ecuación, entonces pasa al otro miembro haciendo la operación inversa, es decir*, restando, sumando, dividiendo o multiplicando, respectivamente,* y al tener muy arraigadas estas ideas, es complicado hacer que asimilen el concepto de *inverso aditivo* o *inverso multiplicativo*, ahora bien, otra dificultad es con relación a la ley de los signos, y sin embargo, una vez explicado y superado este obstáculo y llegan al equivalente $\frac{3}{2}x - \frac{4}{2}x = -7 - \frac{1}{2}$, también tienen problemas al sumar un número entero con uno fraccionario, y en ocasiones convierten el número entero colocando como su denominador el denominador del número fraccionario (Figura 1). Además de ello, también se presenta el inconveniente de cómo dividir dos fracciones, pues la ley de los extremos o no la recuerdan o no la conocen.

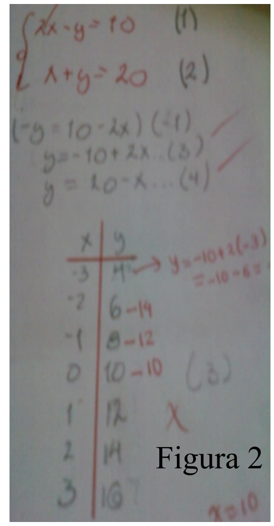


Figura 2

Ahora bien, en el tema Gráfica de Sistemas de Ecuaciones (Unidad I) algunos estudiantes no logran encontrar los valores numéricos para algunos valores del domino (a veces, ocurre por no realizar los despejes correctamente) y más aún, se les complica encontrar puntos en el plano cartesiano, y como consecuencia, resolver un sistema de ecuaciones por el método gráfico no es nada sencillo para ellos. Esto tiene evidencia de una de las actividades en la que se pidió a los estudiantes que encontraran la solución del sistema $\begin{cases} 2x - y = 10 \\ x + y = 20 \end{cases}$, se presentó en algunos de ellos muchas dudas respecto a cómo graficar las ecuaciones lineales que integran al sistema (Figura 2) y en menor grado, se presentó otro problema al momento de localizar dichos puntos en el plano cartesiano, sin embargo, con algunos ejemplos sencillos de graficación, se pudo superar este problema.

Siguiendo la misma unidad I, al tratar el tema de problemas que se modelan con sistemas de ecuaciones, la principal dificultad es traducir correctamente el enunciado que se presenta al lenguaje algebraico y así tener un sistema de ecuaciones. Sin embargo, dicho problema se presenta porque, por un lado no logran detectar las operaciones que se deben involucrar y la prioridad de las mismas, y por el otro, no comprenden el significado de las palabras que se involucran en el enunciado dado en lenguaje común para así hallar las incógnitas y los datos que se dan. Por ejemplo, cuando se les dice *la cuarta parte de un número cualquiera* tienden a expresarlo como $4x$, donde x es la incógnita, pero incluso algunos lo particularizan con un número bien conocido, además de que cuando se les dice, *el producto de,* no entienden que se refiere a una multiplicación y en ocasiones interpretan este enunciado como una suma, y casos como los dos anteriores se siguen presentando con palabras que se corresponden con las operaciones básicas (Ver figura 3). Pero tenemos la sospecha de que el éxito en el entendimiento y planteamiento de los problemas, dependerá de los elementos clave de traducción que aparezcan en cada problema, en particular (conceptos, situaciones, objetos, fenómenos, y el problema en particular) y del conocimiento que el individuo posea de ellos, sin embargo, sin un análisis más profundo, no se pueden sacar conclusiones. Pero también, es preciso decirse que en algunos casos, no se pueden superar todas las dificultades por el tiempo institucional que se le dedica a la asignatura de Matemáticas en bachillerato, que sólo consta de cuatro módulos de 50 minutos por semana en nuestra

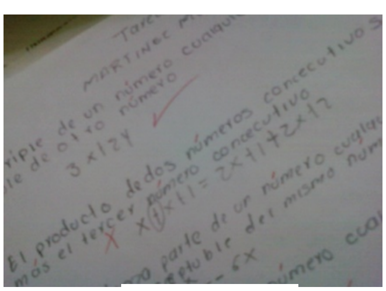
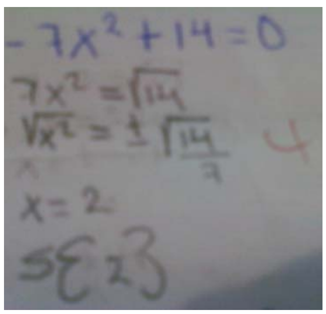


Figura 3

Universidad.

Respecto a la unidad II, encontramos un primer problema cuando se les pide a los estudiantes resolver una ecuación cuadrática incompleta pura, pues no logran realizar los despejes correctamente y posteriormente se les complica extraer raíz cuadrada en ambos miembros, para así obtener finalmente la solución a la ecuación planteada (Figura 4), no obstante esta dificultad se pudo superar mediante varios ejemplos desde numéricos hasta finalmente llegar con ecuaciones cuadráticas muy sencillas, sin embargo, siguiendo la misma línea al abordar el tema de ecuaciones cuadráticas incompletas mixtas , la dificultad que se presentan es factorizar, puesto que no fácilmente encuentran el Máximo Común Divisor (MCD) de dos monomios, y una vez que lo logran, no entienden completamente que si el producto de dos números es cero es porque al menos uno de los dos es cero, pero una vez que se les ejemplifica con casos particulares parecen asimilarlo. Sin embargo, este problema se superó explicándoles desde el concepto de factor, MCD de algunos números bien conocidos y posteriormente el MCD de algunos términos que involucran parte literal (Ver figura 5).

Figura 4



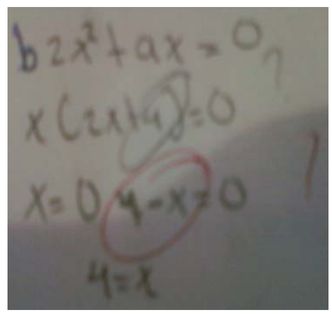


Figura 5

Asimismo, encontramos que cuando a los alumnos se les pide resolver una ecuación cuadrática completa por el método de completar cuadrados, existen dificultades en el procedimiento que se sigue para resolver dichas ecuaciones, ya que cuando se les pide sumar el cociente del término lineal entre dos y elevar dicho cociente al cuadrado, suelen interpretarlo como $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ (Figura 6), en donde se presenta otra dificultad, puesto que no saben operar en una expresión donde aparece un exponente como en el caso anterior, así que no queda otro camino más que apartarse del tema que se está abordando para explicarles por un momento la ley de los exponentes y parece que logran entender dicha ley mediante algunos ejemplos numéricos, sin embargo, este es uno de los temas que más se les complica a los estudiantes, ya que de un total de 21 estudiantes regulares, sólo 2 evidenciaron en sus tareas la comprensión parcial de éste método.

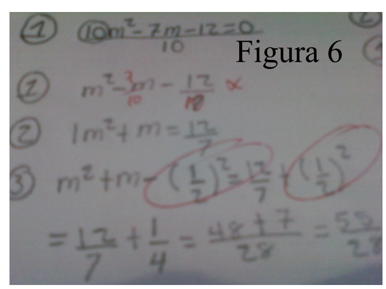


Figura 6

Ahora bien, en la misma unidad al abordar el método de factorización para resolver ecuaciones de la forma $x^2 + bx + c = 0$ generalmente no presentan problemas cuando b y c son números enteros, pero sí lo hacen cuando son fraccionarios o bien irracionales (Figura 7 y 8), sin embargo, para superar esta dificultad es preciso mostrarles varios ejemplos que involucren diferentes tipos de números, para finalmente introducirles los números fraccionarios e irracionales.

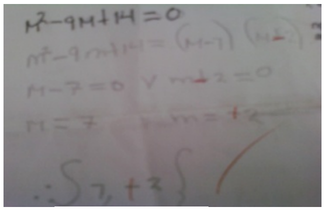


Figura 7

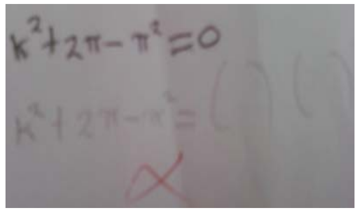


Figura 8

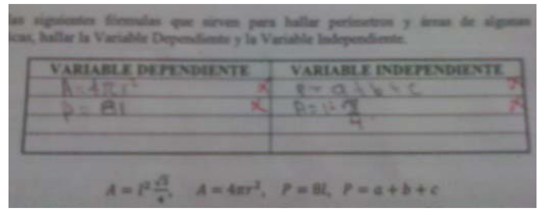


Figura 9

En la Unidad III, se encontró que los estudiantes por lo regular tienden a confundir el concepto de variable dependiente (V.D.) y variable independiente (V.I.), a pesar de que se les haya explicado mediantes ejemplos sencillos dichos conceptos, y esto se logró evidenciar con los resultados del tercer examen parcial, ya que la mayoría de los estudiantes no respondieron correctamente a la pregunta que consistía identificar V.D. y V. I. en algunas fórmulas bien conocidas (Figura 9). Consideramos que esta cuestión podría superarse mediante ejemplos que se relacionen más con el contexto en que se desenvuelve el estudiante, tal como las actividades de compra-venta que algunos de ellos realizan a diario.

También, en esta misma unidad al abordar el concepto de relación y función, generalmente logran identificar gráficas que corresponden a una función de aquellas que sólo representa una relación, no así para las parejas ordenadas, donde presentan más problemas (Figura 10, 11 y 12), sin embargo, para saber si unas parejas ordenadas se corresponden con una función se les explicó que pueden expresarlas como diagramas, donde es más visible su caracterización y ello ayudó a algunos estudiantes a reconocer aquellas parejas ordenadas que se corresponden con una función de aquellas que sólo representan una relación.

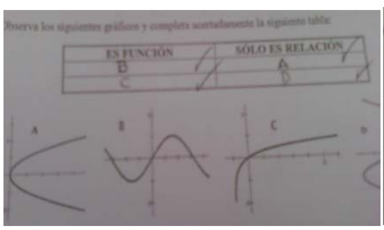


Figura 10

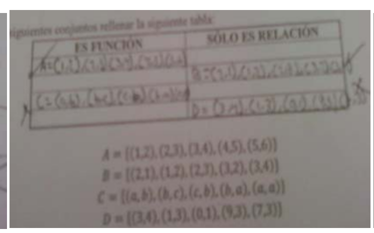


Figura 11

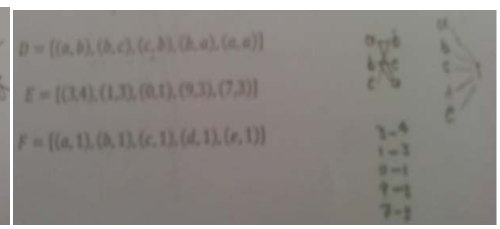


Figura 12

Resultados

Puntualmente, algunas de las dificultades que se encontraron son:

D1. Operar con los números enteros, racionales e irracionales, por ejemplo al sumar dos números fraccionarios, suman numerador con numerador y denominador con denominador.

D2. Problemas al resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas mediante el método gráfico, en particular, hallar valores numéricos de la V.I. y en menor grado, posicionar puntos en el plano cartesiano.

D3. Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico, para modelar situaciones que se resuelvan con ecuaciones o sistema de ecuaciones.

D4. Realizar correctamente los despejes para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas puras y aplicar el método de factorización para resolver las mixtas.

D5. Aplicar correctamente los pasos para resolver una ecuación cuadrática completa, por el método de completar cuadrados.

D6. Resolver una ecuación cuadrática completa de la forma $x^2 + bx + c = 0$ por el método de factorización cuando los coeficientes b y c son números fraccionarios o irracionales.
D7. Reconocer ejemplos de funciones dadas por parejas ordenadas.

A manera de conclusión

Después de presentar algunas dificultades, debemos decir que lo más importante, es considerar que las dificultades deben ser tratadas con naturalidad, sin pensar en culpables entre los alumnos o el maestro, ya que debemos considerar que un tratamiento didáctico estratégico mira más hacia delante y menos hacia atrás, no para ignorar los problemas, sino para examinar mejor las posibilidades de los alumnos en el futuro; de las producciones y las construcciones, las posibilidades de los alumnos que pueden desarrollarse a partir del estado actual, en vez de volver la vista atrás para buscar culpables, anhelando aquello que nos gustaría que supieran nuestros alumnos. También cabe resaltar que algunas de las dificultades que aquí se mostraron no escaparán de un curso de Álgebra Elemental, por lo que es importante considerarlo en cursos posteriores de los cuales uno como profesionista podría estar a cargo, y es necesario que se conozcan antes, todos aquellos problemas que de antemano se tiene conocimiento que podrían presentarse al trabajar cierto curso.

Como comentario final, enfatizamos que, es importante para cada tema mostrar ejemplos muy sencillos de los cuales el estudiante conozca de cierta forma, además de que se debe propiciar el trabajo en equipo y de forma grupal, y sobre todo, no pedir opiniones del alumno e ignorarlas, sino que debemos reconocer cualquier indicio de conocimiento presente en el estudiante sin caer en el fenómeno del efecto Jourdain[16]. Además, como profesionista es necesario estar siempre a la vanguardia con los resultados que se presentan en torno a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para retomar aquellos resultados que servirán para tener en un grado significativo éxito en nuestra práctica docente.

Es preciso decirse que la práctica docente es sumamente útil, ya que deja experiencias que se no se comparan con la forma ideal del aula que nos formamos cuando estudiamos alguna teoría, ya que al estar frente a grupo debemos ser capaces de afrontar todo problema que se presente en el aula tanto para lograr aprendizajes en los alumnos, así como para mejorar el método utilizado para enseñar.

[16] Es aquél que se presenta cuando un profesor después de explicar algún problema cuestiona sobre el mismo al alumno, quien evidencia no haber comprendido lo esencial del problema, pero el profesor ante el fracaso de su labor docente le dice que está bien, que era lo que esperaba como respuesta.

Referencias

Brunet, J. P. et al (1998). *Definición de las dificultades de aprendizaje*. La Habana: II Encuentro Mundial de Educación Especial.

García, A. (S.F.). *Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en educación primaria.* Recuperado el 23 de Febrero de 2010 del sitio web http://www.academiaperuanadepsicologia.org/acad/ARTICULO%20DE%20DIFICULTADES%20DEL%20APRENDIZAJE%20DE%20LA%20MATEMATICA%20EN%20EDUCACION%20PRIMARIA.pdf

Hidalgo, S.; Maroto, A. & Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación, núm. 334 pp. 75-95.*

Mateos, T. G. (2008). Una aproximación a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas un punto de vista psicogenético. Recuperado el 13 de Marzo de 2010 de la página web http://www.imced.edu.mx/Ethos/Archivo/44/44-113.htm.

Mazzitelli, C.; Maturano, C.; Núñez, G. & Pereira, R. (2005). Identificación de dificultades conceptuales y procedimentales de alumnos y docentes de EGB sobre la flotación de los cuerpos. *Revista Eureka. Vol. 3, núm. 1, pp. 33-50.*

Pochulu, M. D. (S.F.). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación. Vol. 3, núm. 4.*