

APORTACIONES DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO A LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Marianna Bosch, Facultat d'Economia IQS, Universitat Ramon Llull

Josep Gascón, Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona

RESUMEN

Distinguiremos tres contribuciones de la Teoría Antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de secundaria: la manera de plantear el problema de la formación y delimitar el ámbito empírico en el que éste debe situarse y abordarse; la propuesta y experimentación de dispositivos de formación; y, finalmente, la puesta en evidencia de fenómenos que inciden en el desarrollo de esta formación – dificultándola o facilitándola. Los resultados obtenidos durante estos últimos años con experiencias concretas de formación del profesorado de matemáticas de secundaria ponen de manifiesto algunas “dolencias” que no parecen poder remediarse sin una cooperación estrecha entre la propia formación, la investigación en didáctica de las matemáticas y este ente todavía desdibujado que es la profesión de profesor de matemáticas.

ABSTRACT

Three contributions from the Anthropological Theory of the Didactic to the problem of teachers' training are distinguished: the way of posing the problem and delimiting the empiric domain in which to locate and approach it; the proposal and experimentation of training devices; and, finally, the highlighting of phenomena affecting the development of said training – hindering or facilitating it. The results obtained over the last years with mathematics secondary school teachers' training programmes show some “disorders” that can only be overcome through a close cooperation between the training itself, research in didactics of mathematics and this still fuzzy entity that is the profession of mathematics teacher.

Bosch, M., Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.

LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO Y LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Como la mayoría de enfoques en didáctica de las matemáticas, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (desde ahora TAD) ha estado siempre íntimamente relacionada con la formación inicial y continua de profesores, y ello por distintas razones. En primer lugar, porque los profesores en activo han formado (y siguen formando) parte de muchos de los equipos de investigación que trabajan en el ámbito de la TAD.¹ En segundo lugar porque, desde sus inicios con la puesta en evidencia del fenómeno de la transposición didáctica (Chevallard 1985), la TAD fue uno de los primeros enfoques en considerar como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en la escuela como saber enseñado. Dicho objeto de estudio incluye además todas las instituciones que participan en este proceso, entre las que se cuentan el propio profesorado como institución y también aquellas que intervienen en su formación inicial y continua. Y, en tercer lugar, porque muchos investigadores que trabajan en la TAD se han visto involucrados en la formación del profesorado de los distintos niveles educativos. De ahí que el desarrollo de este enfoque se haya visto siempre potenciado por los problemas que surgen en dichos procesos de formación y por el esfuerzo para aportarles elementos de respuesta. No sorprende entonces que la formación de profesores se considere como uno de los principales ámbitos de estudio e investigación de la TAD. El anuncio de su II Congreso Internacional de 2007 lo situaba en el ámbito más amplio del eje “Enseñar matemáticas: la profesión y sus problemas” que describía en los términos siguientes:²

Este eje se sustenta sobre dos pilares conceptuales principales:

- el de *la profesión*, entendiéndola como *el conjunto de los actores* de la enseñanza de las matemáticas, “del parvulario a la universidad”, es decir, no solamente los *profesores* ni, en particular, los profesores de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria, que forman el grueso de la “tropa”, sino también los *militantes* de asociaciones o sindicatos, así como los *formadores* de profesores, los *inspectores*, los *responsables ministeriales* de la enseñanza de las matemáticas e incluso los *investigadores* de la enseñanza de las matemáticas (en breve, la “noosfera” *en sentido amplio*);
- el de los *problemas* de la profesión que surgen en el ejercicio mismo del oficio docente o que se identifican por la observación y el análisis de las condiciones y de las restricciones de este oficio y que se reconocen como problemas por una parte al menos de la profesión, es decir, como dificultades objetivas (incluso si se viven subjetivamente), dignas de la movilización colectiva de ciertos recursos de la profesión.

En nuestra contribución a este seminario, vamos a partir de la formación del profesorado entendida como un *problema social* al que nuestra sociedad, desde distintas instancias, intenta aportar una respuesta. Nos centraremos en el caso de la formación del

¹ Sólo mencionaremos algunos, como el equipo del IREM de Aix-Marsella hasta 1990 que después se integró en el IUFM de Aix-Marsella, el actual grupo AMPERES (<http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/cdamperes/>), el grupo Klein en Chile (<http://www.grupoklein.cl/>), el equipo dirigido por Maggy Schneider de la Universidad de Lieja (Bélgica), nuestro propio grupo BAHUJAMA y su proyecto ARIE en Cataluña (http://www.fundemi.url.edu/formacion_universitaria/fu_grupo_busqueda.html).

² El III Congreso Internacional de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, que se celebrará en enero 2010 en Cataluña (<http://www.crm.cat/cdidactic/>) mantiene este tema como uno de sus 4 principales ejes de trabajo.

profesorado de secundaria y consideraremos la manera cómo la TAD contribuye a abordar este problema.³ Hemos organizado la presentación distinguiendo tres grandes contribuciones. Consideraremos en primer lugar la manera cómo este enfoque nos permite *plantear el problema de la formación del profesorado* y qué consecuencias se derivan de las distintas formulaciones propuestas, lo que requerirá ampliar el ámbito clásico de actuación de la didáctica de las matemáticas como disciplina distinguiendo *distintos niveles en los que se debe abordar el problema*. Describiremos después dos *propuestas de formación* que se han experimentado recientemente en Marsella y en Barcelona, antes de señalar un aspecto crítico de los *fenómenos didácticos* que estas actuaciones ponen en evidencia, relativo a la compleja relación de la profesión docente con las matemáticas. Acabaremos con un comentario general, y suponemos que ampliamente compartido en nuestra área de conocimiento,⁴ sobre la necesidad que la didáctica de las matemáticas se constituya como el *saber instrumental básico de referencia para la profesión de profesor de matemáticas* y, por lo tanto, como eje vertebrador de cualquier proceso de formación de esta profesión.

REFORMULAR EL PROBLEMA DE LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Una formulación inicial

El problema de la formación de los profesores de matemáticas acepta clásicamente dos formulaciones distintas con connotaciones diferentes y cuya complementariedad – o dualidad – no es siempre fácil de establecer. La primera formulación es la que parte de una determinada visión del perfil de profesional que se quiere formar y elabora un proceso formativo de acuerdo con las necesidades de este “modelo final”. Si utilizamos la terminología al uso en las actuales instituciones de enseñanza, se podría concretar como sigue:

¿Qué conocimientos o competencias son necesarios (o por lo menos útiles) para que los profesores puedan intervenir de manera efectiva y pertinente en la formación matemática de los estudiantes (de tal o cual etapa educativa) y qué se puede hacer para ayudar a los profesores a que construyan o adquieran estos conocimientos o competencias?

Antes de continuar, permítasenos un breve comentario. Nos sorprende que, en algunas nuevas propuestas para la formación del profesorado, parezca que el problema de la formación se pueda resolver simplemente mediante una propuesta de descripción – en general bastante detallada – del conjunto de competencias que se consideran necesarias para el ejercicio de la profesión docente. Como si el simple hecho de formular el objetivo de la formación resolviera de un plumazo el problema de determinar el *proceso* y las *condiciones* para adquirir o desarrollar las competencias especificadas. Veremos que, en nuestro caso, tanto los criterios de determinación de los conocimientos o competencias necesarios, como el diseño y gestión del proceso para conseguirlos forman parte intrínseca del problema de la formación del profesorado que ahora reformularemos situándonos en el ámbito de la TAD.

³ No incluiremos por lo tanto las contribuciones de la TAD a la formación de maestros de infantil y primaria que son más conocidas por la comunidad de investigadores española, especialmente a través de los trabajos de Luisa Ruiz Higuera de la Universidad de Jaén (Ruiz-Higuera 2005, 2001) y de Tomás Sierra de la Universidad Complutense de Madrid (Sierra 2006, 2007, Gascón y Sierra 2002).

⁴ Ver, por ejemplo, Blanco (2001), Puig (2005), Rico (2004), Wilhelmi (2005).

La noción de praxeología

Dado que cualquier terminología está cargada de connotaciones y valoraciones debidas a su uso en determinados contextos y situaciones, es metodológicamente muy ventajoso evitar, en la medida de lo posible, retomar por cuenta propia, sin un previo cuestionamiento, las nociones culturales de “conocimiento”, “competencia”, “capacidad”, “habilidad”, etc. que se utilizan corrientemente en las instituciones escolares para tratar el hecho didáctico. Para ello la TAD introduce una conceptualización unitaria sencilla en términos de *praxeologías* – unión de los términos griegos *logos* y *praxis* – para referir a cualquier estructura posible de actividad y conocimiento. Se parte del postulado que toda actividad humana se puede describir como la activación de praxeologías, asumiendo así que, en la perspectiva antropológica adoptada, toda práctica o “saber hacer” (toda *praxis*) aparece siempre acompañada de un discurso o “saber” (un *logos*), es decir una descripción, explicación o racionalidad mínima sobre lo que se hace, el cómo se hace y el porqué de lo que se hace.

Antes de examinar la reformulación del problema de la formación que propone la TAD, conviene recordar algunas puntualizaciones sobre la noción de praxeología que nos serán útiles en lo que sigue.⁵ La estructura praxeológica más sencilla – que designamos como “puntual” – se compone de un *tipo de tareas T*, de una *técnica t* o manera de llevar a cabo las tareas del tipo *T*, de una *tecnología q* o discurso razonado (*logos*) sobre la técnica (*tekhne*) (para hacer inteligible la técnica *t* como medio para realizar *T*) y de un componente *teórico Q* que rige la propia tecnología *q*, aportando elementos descriptivos, justificativos y generativos de los demás componentes de la praxeología. La *praxis* (o “saber hacer”) refiere al bloque práctico-técnico de la praxeología que se designa [*T,t*] y el *logos* (o “saber”) al bloque tecnológico-teórico [*q,Q*].

Una primera ventaja de la noción de praxeología es que unifica bajo un mismo concepto el “saber” o conjunto organizado de conocimientos y la actividad. Cuando hablamos de una teoría o disciplina (como por ejemplo las matemáticas, la teoría de números, la psicología social o la didáctica de las matemáticas) nos referimos generalmente a un conjunto de praxeologías que designamos metonímicamente a partir de su componente tecnológico-teórico [*q,Q*]. A la inversa, hablar de la “práctica docente”, de la “pericia” o del “saber hacer” del profesor, es enfatizar el bloque práctico-técnico [*T,t*] de la praxeología, omitiendo o dejando implícito su componente tecnológico-teórico (a menudo muy naturalizado y difícil de describir).

En el ámbito de actividades en que actúan los profesores de matemáticas, encontramos una gran diversidad de praxeologías de distintos tamaños. Están por un lado las *praxeologías matemáticas* que el profesor debe enseñar. Estas praxeologías son *puntuales* cuando se centran en un único tipo de tareas, generalmente asociadas a un pequeño conjunto de técnicas como: resolver ecuaciones de primer grado, simplificar fracciones, calcular el perímetro de una circunferencia o hallar la derivada de una función elemental. Cuando los bloques prácticos se articulan en torno a un discurso tecnológico común, pasamos a tener praxeologías *locales*, como serían los “temas” en que estructuramos la enseñanza: las funciones afines, la divisibilidad, la semejanza de figuras, etc. Y si las praxeologías locales se estructuran en base a una teoría, conforman praxeologías *regionales* que, en el caso de la matemática escolar, se designan generalmente como “bloques temáticos” o “sectores”: las funciones, la estadística, la

⁵ Se puede encontrar una introducción más detallada en Chevallard (1999, 2005, 2007a) y una visión de síntesis de los últimos 25 años de la TAD en Bosch y Gascón (2007).

geometría, etc. No hay que perder de vista, sin embargo, que el carácter puntual, local o regional de una praxeología es relativo a la institución considerada: una praxeología regional en una institución como la geometría plana en la enseñanza secundaria podría considerarse, en otra institución, como una praxeología local insertada en el ámbito de las “geometrías euclidianas y no euclidianas”, por ejemplo.

Además de las praxeologías matemáticas *a enseñar*, el profesor debe activar muchos otros tipos de praxeologías *para la enseñanza*. Algunas son, por supuesto, también matemáticas: el *equipamiento praxeológico matemático* del profesor no puede reducirse a aquello que debe enseñar. Constituyen lo que Cirade (2006) designa como *praxeologías matemáticas para la enseñanza*. Todas estas praxeologías se insertan en un conjunto más amplio de praxeologías no únicamente matemáticas, que designaremos como *didácticas* en la medida en que estén orientadas a la *difusión social de las praxeologías matemáticas*. También las praxeologías didácticas pueden ser *puntuales*, *locales* o *regionales* según el grado de cohesión que presente el discurso tecnológico-teórico que las organiza. A diferencia de las matemáticas – o de cualquier disciplina con historia y tradición –, es más difícil encontrar para las praxeologías didácticas puntuales un discurso tecnológico-teórico que las describa, estructure y justifique de forma más o menos sistemática. Avanzar en el conocimiento y desarrollo de las praxeologías didácticas es, de hecho, uno de los principales objetivos de la investigación en didáctica de las matemáticas.

Es importante resaltar que las praxeologías no son generalmente construcciones individuales. Lo que se considera comúnmente como el conocimiento, capacidad o competencia de una persona corresponde a lo que designamos como su *equipamiento praxeológico*, es decir la amalgama de praxeologías y de elementos praxeológicos que la persona tiene a su disposición, es decir que puede activar en un momento dado y bajo ciertas condiciones y restricciones dadas. Aquí la TAD asume otro principio fundamental, el del *carácter institucional o colectivo de las praxeologías*, según el cual la “vida” (en el sentido de emergencia o construcción, desarrollo, mantenimiento, difusión, evolución, etc.) de las praxeologías no depende, en primera instancia, de las personas individualmente consideradas, sino de las *instituciones* en las que actúan estas personas. Una institución es un dispositivo social en el que “viven” distintas praxeologías – maneras de hacer y de pensar determinadas – y en el que las personas “entran”, convirtiéndose en *sujetos* de las instituciones, para hallar las condiciones apropiadas de desarrollo de sus actividades.⁶ Para hacer cosas, los seres humanos nos reunimos en colectivos – las instituciones – que nos ofrecen (e imponen) unas determinadas maneras de hacer y de pensar propias – las praxeologías. Del mismo modo que la resolución de ecuaciones de primer grado es una construcción colectiva, también lo que hace una profesora cuando corrige los exámenes de sus alumnos, o cuando entra en clase el primer día, o cuando debe entrevistarse con unos padres remite a praxeologías colectivas que se han construido en instituciones que la profesora ha frecuentado y que adopta como propias.

Es evidente que también los investigadores utilizamos praxeologías de investigación que son el fruto de construcciones colectivas en el marco de distintas instituciones, como los departamentos universitarios, la propia SEIEM, o nuestros equipos de investigación. En este sentido, los enfoques teóricos que adoptamos deben

⁶ La TAD utiliza la noción de institución en un sentido amplio, similar al que utiliza la antropóloga Mary Douglas (1987).

también considerarse como “instituciones” en un sentido amplio, entidades que se crean para permitir la emergencia de nuevas formas de pensar y de actuar.

Nueva formulación del problema: el equipamiento praxeológico del profesor

Volviendo a la formación del profesorado de matemáticas, podemos ahora reformular el problema inicial en los términos siguientes:

¿Cuál es el *equipamiento praxeológico* necesario (o por lo menos útil) para que los profesores puedan intervenir de manera efectiva y pertinente en la formación matemática de los estudiantes (de tal o cual etapa educativa) y qué se puede hacer para ayudar a que los profesores dispongan de él?

¿Qué se gana con esta nueva formulación? En primer lugar, mejora nuestra capacidad para describir – y abordar – la problemática. Podemos en efecto preguntarnos por el conjunto de tareas y técnicas que el profesor debe llevar a cabo: cómo se definen, delimitan y concretan; de qué tipos son; de dónde surgen las técnicas; cómo se pueden desarrollar, evaluar, mejorar, eliminar, etc. También podemos indagar sobre el tipo de discurso tecnológico-teórico que utilizan los profesores (o la institución docente) para describir, tipificar y justificar las distintas *praxis* así como reflexionar sobre ellas para hacerlas evolucionar. ¿De dónde surgen estos discursos? ¿Cómo evolucionan? ¿Cómo afectan las distintas prácticas? Y, podemos finalmente analizar los tipos de conexiones (o de desconexiones) que se establecen entre el bloque práctico y el bloque teórico de las praxeologías docentes. Por ejemplo, ¿pueden las praxeologías docentes evolucionar únicamente a partir del desarrollo natural de las técnicas y de discursos tecnológico-teóricos espontáneos? O, por el contrario, ¿se requiere algún tipo de elaboración más sistemática, un verdadero esfuerzo de investigación y formación, para desarrollar la profesión? Recíprocamente, ¿qué incidencia tienen sobre las tareas y técnicas docentes los discursos tecnológico-teóricos que aporta la didáctica de las matemáticas o aquellos más generalistas que provienen del ámbito de la pedagogía o la psicología educativa? ¿Hasta qué punto se yuxtaponen a antiguas prácticas o son realmente capaces de generar nuevas maneras de hacer y de pensar?

Como en los demás ámbitos de la actividad humana, el estudio de la evolución de las praxeologías didácticas muestra una gran variedad de posibilidades. A veces una praxeología puede mejorar – en el sentido de su efectividad – por el simple desarrollo de una técnica, es decir sin un cambio sustancial del bloque teórico; otras veces la evolución del bloque tecnológico-teórico resulta esencial para el avance técnico. Y resulta también importante notar que, en contra del “purismo epistemológico” que se desprende de ciertas descripciones científicas, la mayoría de las praxeologías no agotan un único ámbito disciplinar sino que están formadas por ingredientes de muy distinta naturaleza: para hacer matemáticas utilizamos técnicas, nociones, propiedades y explicaciones de diversa índole, y seguramente no todos tendrían cabida en un tratado de matemáticas “puras”. De hecho, la adscripción de una praxeología a un ámbito de actividad humana es siempre el fruto de una negociación social en continua evolución y es fácil encontrar ejemplos de praxeologías “matemáticas” (o “docentes”, “musicales”, “culinarias”, etc.) que tardaron mucho en ser consideradas como tales...

Queremos destacar finalmente un último aporte, para nosotros esencial, de la formulación del problema de la formación en términos de praxeologías. Y es que, a diferencia de las nociones culturales “saber”, “conocimiento”, “competencia”, “reflexión”, “creencia”, “habilidad” o “destreza”, la noción de praxeología no aporta

ningún juicio de valor *a priori* sobre los componentes de las actividades consideradas. La definición más rigurosa o el teorema mejor justificado son ingredientes praxeológicos del mismo modo que lo son las intuiciones, las creencias, prejuicios o ideas comunes. Y lo mismo ocurre entre una metodología sofisticada y una simple manera de hacer: tal vez haya diferencias en su estado de evolución y grado de eficacia, pero las dos son “técnicas”, con el mismo “valor” antropológico.

Dicho esto, la descripción del *equipamiento praxeológico necesario (o por lo menos útil) del profesor de matemáticas* así como el estudio de sus condiciones de viabilidad y evolución en las distintas instituciones que el profesorado debe frecuentar es y debe permanecer siempre como un problema central y abierto para la investigación en didáctica de las matemáticas.

EL PROBLEMA “DUAL” DE LA FORMACIÓN Y LA DELIMITACIÓN DE SU ÁMBITO EMPÍRICO

Las cuestiones vivas para la profesión de profesor de matemáticas

La formulación anterior del problema de la formación del profesorado corre el riesgo de conducir a la elaboración de un programa de formación que se preocupe sólo por la “fabricación” de un profesorado “ideal”, alejado de las condiciones y restricciones reales bajo las que debe llevar a cabo su actividad profesional y, por lo tanto, incapaz de modificar estas condiciones y restricciones para que su actividad profesional pueda evolucionar en el futuro.

Al igual que ocurre con la mayoría de procesos formativos actuales, especialmente en el ámbito de la escolaridad obligatoria, pero también en gran parte de la formación profesional, los sistemas de enseñanza tienden a caer en lo que Chevallard (2001, 2004a, 2004b, 2006a) ha denunciado como la pedagogía del “monumentalismo”, que antepone el estudio de determinadas construcciones praxeológicas (los “monumentos”) al estudio de las cuestiones, problemas o necesidades que están en el origen del proyecto de formación. Cuando el proyecto de formación está más basado en lo que el formador puede ofrecer que en lo que las personas en formación necesitan, los contenidos de la enseñanza – que pueden ser “saberes” con un claro componente teórico pero también “saberes-hacer” con una marcada orientación práctica – se convierten en “obras” o monumentos que los estudiantes deben conocer (en el sentido de “haber visitado”), aunque ya nadie sepa muy bien por qué se construyeron un día ni para qué sirven hoy. Dicho en otras palabras, se corre el riesgo de querer formar a los futuros profesores no a partir de las necesidades praxeológicas que plantea el ejercicio de la profesión, sino a partir de los equipamientos praxeológicos *ya disponibles*, dejando bajo la responsabilidad del futuro profesor la capacidad de poder “aplicar” estos equipamientos a las situaciones concretas con las que se va a encontrar.

En lugar de centrarse únicamente en el *equipamiento praxeológico* del profesor, conviene situar en el corazón mismo de la formación profesional las *cuestiones, dificultades o problemas* a los que el profesorado debe aportar respuesta a través de su actividad profesional. De este modo, el problema de la descripción de las *praxeologías didácticas* con las que el profesor se tiene que equipar se convierte en el problema de determinar las *cuestiones* que están en el origen de estas praxeologías. Las designaremos como cuestiones “cruciales” o “umbilicales” ya que son las que explican la emergencia, existencia y desarrollo de estas praxeologías. El problema de la

formación admite entonces una nueva formulación, que podemos considerar como “dual” de la anterior:

¿Cuáles son las *cuestiones cruciales* con las que deben enfrentarse los profesores en su práctica docente y qué puede hacer la formación para ayudarles a construir *respuestas satisfactorias* a estas cuestiones?

El carácter “dual” de las dos formulaciones radica en que las respuestas a las cuestiones cruciales son, precisamente, los ingredientes básicos del *equipamiento praxeológico del profesor*. Pero este planteamiento tiene la virtud de mantener abierto el problema de la descripción de este equipamiento praxeológico y, por lo tanto, de su construcción y difusión en los procesos de formación. Hay que precisar entonces que estas cuestiones no son dificultades personales de los profesores debido a una supuesta falta de vocación, de interés o de dedicación. Remiten, al contrario, a problemas con que debe enfrentarse *la profesión de profesor* y a los que ésta debe aportar una respuesta colectivamente, es decir mediante la elaboración (o la puesta a disposición) de los recursos técnicos y teóricos – praxeológicos – apropiados. Tanto en la detección y formulación de estas cuestiones como en la elaboración y difusión de las respuestas, la didáctica de las matemáticas halla su función como saber instrumental básico para el profesorado.

Delimitar el ámbito en el que se debe abordar el problema

Para concretar la afirmación anterior, es bueno precisar que la TAD define la didáctica de las matemáticas como la *ciencia de las condiciones y restricciones de la difusión social de las praxeologías matemáticas*, difusión que incluye tanto los procesos de enseñanza y aprendizaje en instituciones escolares o de formación, como los procesos transpositivos entre diferentes tipos de instituciones, tanto de enseñanza como de producción y utilización de las matemáticas. Es evidente, en este sentido, que no sólo el problema de la formación del profesorado entra de pleno en su campo de estudio, sino que, al ser la escuela la institución “difusora” por excelencia y el profesorado su principal actor, la profesión docente y sus problemas constituyen, como decíamos al principio, uno de sus ejes prioritarios de investigación.

	Civilización		
	Sociedad		
	Escuela		
	Pedagogía		
	Disciplina		
Área	Sector	Tema	Cuestión

Figura 1. Escala de los niveles de codeterminación didáctica

En la definición que hemos propuesto, se considera como *condiciones y restricciones* de difusión de las matemáticas todo aquello que permite, favorece o impide esta difusión, siendo las *restricciones* aquellas condiciones difícilmente modificables en un momento dado y desde cierta posición institucional dada. Por ejemplo, el profesor en clase crea ciertas *condiciones* para que los alumnos puedan llevar a cabo una determinada actividad matemática, aportando las cuestiones y materiales que considera apropiados, interviniendo en los momentos cruciales, haciendo progresar, valorando y evaluando el trabajo de los alumnos, etc. Pero el hecho que haya una escuela, una clase con alumnos de una misma edad, sesiones de 50 minutos tres veces a la semana y un currículum oficial, aún siendo *condiciones* que hacen posible los

procesos de enseñanza y aprendizaje, representan, para el profesor, *restricciones* a su capacidad de acción y decisión (que el profesor como tal, desde su posición de profesor, no puede modificar).

Tradicionalmente la investigación didáctica se ha centrado en el estudio de las condiciones creadas en el aula y, generalmente, al alcance del profesor que podrían mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A partir del estudio de los procesos de transposición didáctica, la TAD ya propuso no focalizarse únicamente en el ámbito circunscrito de la clase y considerar aquellas condiciones que no crea el profesor pero que son necesarias para que los procesos de enseñanza y aprendizaje puedan tener lugar (o dejen de tenerlo). Más recientemente, Chevallard (2001) propuso una manera de estructurar estas condiciones y restricciones siguiendo una jerarquía que designa como la *escala de niveles de codeterminación didáctica* y que se esquematiza en la Figura 1.

Los profesores en su práctica docente se encuentran con restricciones y condiciones que afectan su trabajo matemático en el aula con sus alumnos y que son específicos de la disciplina que enseña: se requiere disponer de determinadas nociones o herramientas matemáticas antes de poder construir otras, etc. Como profesores pueden actuar sobre alguna de estas condiciones pero no sobre otras (que actúan entonces como restricciones). Y también se encuentran con restricciones y condiciones que provienen de los niveles superiores de codeterminación, las que afectan la forma de organizar el estudio de una disciplina en el centro – nivel de la pedagogía –, o de organizar el estudio en un determinado tipo de centro escolar – nivel de la escuela –, de organizarlo en una sociedad u otra, y de hacerlo siguiendo los principios y valores de una determinada civilización.

Bajo la presión de la pedagogía y las ciencias de la educación (que se dedican al estudio de las condiciones y restricciones no específicas de ningún contenido praxeológico dado), la didáctica de las matemáticas ha tendido tradicionalmente a circunscribir su ámbito de actuación a los niveles inferiores específicos de la disciplina.⁷ Pero es importante reconsiderar hoy esta delimitación original del objeto de estudio para poder afrontar un número importante de fenómenos que, desde los niveles más altos de determinación, afectan de un modo determinante las condiciones concretas de difusión de la disciplina. Esto no significa que la didáctica deba ocuparse de todos los fenómenos sociales, escolares, y pedagógicos (lo que sería tan absurdo como imposible), pero sí que debe estudiar los *efectos didácticos de estos fenómenos*, es decir la manera cómo afectan la difusión de las praxeologías matemáticas en un determinado entorno institucional.

Por lo tanto, si nos tomamos en serio la *complementariedad de las dos formulaciones* del problema de la formación del profesorado que hemos propuesto y asumimos que las cuestiones cruciales del profesorado deben estar en la base de su formación (asunción en la que coincidiríamos con muchos autores como Linares (2004), Da Ponte (2004), Azcárate (2004), García et al. (2006)), entonces la didáctica debe ampliar su objeto de investigación para abarcar aquellos fenómenos que surgen en los distintos niveles de la escala de codeterminación. Sólo despojándose de las limitaciones propias de la función docente – cuyo ámbito de actuación difícilmente puede rebasar los límites de la institución escolar – podrá la didáctica ampliar la mirada hacia aquellas condiciones no creadas ni modificables por el profesor pero que afectan de manera a veces determinante su capacidad de acción.

⁷ Este tema se desarrolla en Gascón y Bosch (2007).

EXPERIMENTAR NUEVOS DISPOSITIVOS DE FORMACIÓN

Como decíamos al principio, los problemas ligados a la formación de maestros y de profesores de secundaria han sido uno de los principales motores de la evolución de la TAD durante estos últimos 15 años. Este avance ha sido posible gracias a un doble movimiento que integra las dos problemáticas de la formación que acabamos de examinar. Por un lado, el hecho de situar en el corazón de la formación las cuestiones cruciales de la *profesión de profesor* impulsa constantemente nuevos desarrollos teóricos para dar respuesta al desafío que suponen tanto los nuevos problemas que se plantean como el contraste empírico de las propuestas experimentadas. Por otro lado, como fruto de estos desarrollos nuevos y también del “capital de conocimiento” recogido de investigaciones previas, la didáctica de las matemáticas no sólo aporta contenidos praxeológicos para poder elaborar respuestas a las cuestiones planteadas, también contribuye con nuevas herramientas para organizar y evaluar la formación de los profesores, tanto técnicas – de ingeniería didáctica – como teóricas.

Consideraremos aquí dos ejemplos de programas de formación de profesores, ambos relativos al profesorado de matemáticas de secundaria: el del Instituto Universitario de Formación de Maestros (IUFM) de Aix-Marsella coordinado por Yves Chevillard desde 1992 hasta 2006 (<http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/index.html>) y el programa impartido por Josep Gascón en la asignatura Didáctica de las Matemáticas de la licenciatura de matemáticas de la UAB, asignatura que hasta este curso se convalidaba por una parte importante del Certificado de Aptitud Pedagógica (CAP). Son, como veremos, dos programas de muy distinta envergadura pero que comparten un doble principio: el considerar la didáctica de las matemáticas como el saber teórico-técnico medular de la formación y el situar los problemas generados por la relación de los profesores con las matemáticas en el centro del cuestionamiento profesional.

La formación de profesores de secundaria en el IUFM de Aix-Marsella

Desde el curso 1991/92 hasta por lo menos hoy día⁸ la formación de profesores de secundaria en Francia que organizan los IUFM consta de dos cursos, un primero voluntario que se dedica básicamente a la preparación de las oposiciones de entrada al cuerpo de funcionarios docentes⁹ y que no consideraremos aquí, un segundo curso obligatorio para los alumnos-profesor en prácticas. Sin entrar en muchos detalles, sólo recalcaremos que la formación de estos futuros profesores en el IUFM se simultanea con unas prácticas en un colegio o instituto de la zona donde se les asigna un tutor que es a la vez profesor del centro. Los profesores en prácticas tienen una carga horaria de unas 6-8 horas de clase semanal, suficiente para hacerse cargo de, por lo menos, una asignatura anual completa. Los alumnos-profesores realizan, además, observaciones de clase en el aula de su tutor y una estadia de “práctica acompañada” en grupos de 3 en otra clase y centro, donde alternan la observación de un conjunto de sesiones con algún tipo de pequeña intervención bajo la batuta del profesor responsable de la asignatura.

⁸ Existe en la actualidad una propuesta de cambio en el modelo de formación inicial del profesorado cuyos detractores denuncian como la “masterización” de la formación y que traslada la formación de los IUFM a las universidades.

⁹ En Francia hay dos cuerpos de profesores de secundaria: los “certificados” que pueden dar clase en la etapa obligatoria (11-16 años) que se imparte en los “colegios” y los “agregados” que imparten clase en la etapa post-obligatoria en los “liceos” (16-18 años). Para presentarse a la oposición de agregado se requiere una titulación superior (4 años) a la mínima necesaria para el certificado (3 años).

La formación del profesorado de secundaria de matemáticas del IUFM de Aix-Marsella se divide en dos grandes bloques: una “formación general común” para todos los profesores de las distintas disciplinas (de 3 horas semanales) y una formación específica en didáctica de las matemáticas (de 6 horas semanales). Ésta se organiza generalmente en dos dispositivos de formación separados: un seminario de didáctica impartido por un investigador del área (3 horas a la semana) y un trabajo de tutoría en grupos reducidos (3 horas a la semana) con profesores-investigadores cuyo objetivo principal es atender los problemas específicos de los estudiantes tanto en relación con su práctica docente como con su formación en el IUFM.¹⁰

No entraremos a describir con detalle el conjunto de los dispositivos de formación específicos (fuera de la “formación general común”) que se organizan cada curso, con las variaciones y adaptaciones habituales. Sólo mencionaremos que a cada alumno-profesor le corresponden dos observaciones de clase realizadas por un miembro del equipo de formadores a principios y mediados de curso, observaciones de las que se recoge una grabación en vídeo o un informe descriptivo detallado. El propio alumno debe también entregar al final del curso un informe de observación de una clase realizada por uno de sus compañeros de la estadía en “práctica acompañada”, junto con un análisis de las dificultades encontradas y una propuesta de solución alternativa. Finalmente, también se le pide al alumno-profesor que entregue a final de curso un trabajo de recopilación, análisis y desarrollo de un tema de enseñanza (a ser posible que corresponda con alguna de las observaciones de las que ha sido objeto) en el que se presente y analice todo el material preparatorio utilizado por el profesor, el diseño de la organización didáctica, su puesta en marcha efectiva así como el material y trabajo escrito realizado por una pequeña muestra de 2 o 3 alumnos.

Lo que queremos destacar aquí es únicamente un dispositivo metodológicamente muy innovador en lo que se refiere al acercamiento de la formación en didáctica de las matemáticas a la práctica profesional del profesor: el de “las preguntas de la semana”.

El dispositivo de formación “Las preguntas de la semana”

El objetivo principal del dispositivo de las preguntas de la semana es el de situar en el corazón de la formación didáctica impartida en el IUFM aquellos problemas, dificultades, dudas o inquietudes con que se topan los alumnos profesores durante su primera experiencia de práctica profesional. Se pide a los alumnos que entreguen cada semana, por escrito y de forma concisa, en una hoja firmada, una dificultad con que se han encontrado durante la semana anterior y los interrogantes que ésta les ha suscitado. El “contrato” alrededor de este dispositivo puntualiza los aspectos siguientes. La pregunta puede tratar sobre cualquier ámbito relacionado con la práctica del alumno, tanto en sus tareas docentes como en el resto de actividades de formación, y no tiene por qué estar relacionada con las matemáticas. Las preguntas no se van a considerar como dificultades personales de cada alumno, que el profesor y el propio alumno debieran solventar con cierto apremio, sino como dificultades objetivas ligadas a la *profesión* de profesor de matemáticas. Finalmente, el trabajo que se hará sobre estas preguntas en el dispositivo asociado “Fórum de preguntas” tendrá por objetivo aportar elementos de respuesta a la pregunta formulada, y no al autor de la misma. Más concretamente, el trabajo que se realiza en el seminario de didáctica de las matemáticas consiste en recopilar “materiales” para la construcción de una respuesta apropiada que, en última

¹⁰ Ver, para mayor precisión, Chevallard (2007b, 2007c) y Cirade (2006, 2008).

instancia, cuando se llega a la toma de decisiones en una situación concreta de la práctica docente, debe ser siempre una reelaboración personal de cada profesor.

Cada curso, las preguntas entregadas por los alumnos-profesores se recogen en un archivo y se ponen a disposición de la clase para su posterior consideración en el seminario y las sesiones de tutoría. De esta forma, tanto el equipo de formadores como el propio grupo de estudiantes dispone de una información de primera mano sobre lo que se puede considerar como el conjunto de *cuestiones umbilicales* con que se encuentra inicialmente un profesor novel, es decir aquellas que se generan en el día a día de su práctica docente y que se pueden considerar como centrales para la profesión. En términos cuantitativos, la recopilación de las preguntas durante un curso escolar puede llegar fácilmente al millar y ocupa generalmente más de un centenar de páginas. Desde el curso 2000/01 hasta el 2006/07, se han recopilado más de 7000 preguntas que afectan, como es de esperar, a todos los aspectos de la vida profesional con los que debe familiarizarse un profesor de matemáticas durante su formación y que recorren los distintos niveles de la escala de codeterminación didáctica.

No pretendemos presentar aquí una clasificación razonada de las preguntas recogidas, lo que constituye un trabajo de investigación de una inmensa envergadura, tan sólo parcialmente elaborado de momento.¹¹ Nuestro propósito es dar una pincelada del tipo de cuestionamiento que puede surgir, de forma espontánea, por parte de los alumnos-profesores durante su primer año de formación y práctica docente acompañada. Se podrían realizar diversos recorridos por el enorme conjunto de preguntas recogidas, desde su análisis por temas (suponiendo que dispusiéramos de una buena clasificación temática a priori), hasta la consideración de la evolución cronológica de las preguntas durante el periodo de formación. Se observaría por ejemplo cierto avance en “el nivel de especificidad matemática” del cuestionamiento a medida que progresa la formación didáctica de los alumnos, así como un paralelismo natural entre las preguntas planteadas y las distintas actividades que se suceden durante el curso escolar. Por ejemplo los primeros meses surgen cuestiones que puede situarse en el *nivel pedagógico* de la escala de determinación, relacionadas con la actitud del profesor el primer día de clase, la organización de los alumnos en el aula, la forma de tratarlos, los problemas de comportamiento, etc..¹²

- En lo que respecta a la primera clase, ¿hay que considerarla únicamente como un primer contacto con los alumnos (material de la asignatura, rellenar las fichas personales, etc.) o conviene también presentar el contenido matemático del año?
- ¿Hay que colocar a los alumnos en la clase o dejarles elegir el sitio?
- ¿Qué recomendaciones hacer a los alumnos en relación con el comportamiento en clase?
- ¿Es mejor pedir a los alumnos que traigan un cuaderno o un clasificador?

Dentro de este “nivel de cuestionamiento”, la variedad de preguntas es impresionante, desde las relativas a la gestión de las tareas para hacer en casa, a las que refieren al trato con algunos alumnos particulares:

¹¹ Un primer análisis de este dispositivo se halla en la tesis doctoral de Gisèle Cirade (2006) que comentaremos con más detalle en el último apartado de nuestra presentación.

¹² Para facilitar la lectura, hemos hecho una traducción bastante libre de las preguntas, adaptándolas a la terminología escolar española.

- ¿Cuál es la “dosis” de trabajo razonable para dar a un alumno de 3º de la ESO?
- ¿Qué hacer con los alumnos que no hacen las tareas o que no traen el libro a clase?
- ¿Qué hacer con un alumno que no tiene ningunas ganas de estudiar?

Encontramos también preguntas relativas al trabajo del profesor fuera del aula, en el centro escolar o en el propio instituto de formación, lo que ya situaría el cuestionamiento a niveles de generalidad aún mayores (escolar o social):

- ¿Cómo preparar una reunión con los padres?
- ¿Cómo estar al corriente de las instrucciones ministeriales que salen en el BOE?
- ¿Cuándo hay que pasar el cursillo de primeros auxilios? ¿Dónde se hará?
- ¿Qué influencia puede tener la comunidad de profesores sobre los programas? ¿Cómo ejercerla?
- ¿Cómo y quién elabora los exámenes de selectividad?
- ¿Qué hacer si se sospecha de un caso de maltrato hacia un alumno?

Cabe señalar que los niveles de codeterminación en los que aparecen las preguntas están siempre muy entrelazados, lo que pone en entredicho, en cierta manera, el carácter más o menos “específico” de los fenómenos didácticos. Así, por ejemplo, la cuestión de la disciplina en clase – nivel pedagógico o escolar – presenta también una dimensión social de respeto hacia los demás y de actitud en el trabajo, así como de compromiso con el propio proceso de estudio. Pero el tratamiento praxeológico de esta cuestión no se puede realizar sin llegar a los niveles más específicos que acostumbra a estar en el trasfondo de la dificultad, como es el interés generado por la actividad matemática concreta que emprenden los alumnos – nivel de la cuestión o tema – o el sentido de esta actividad en relación con las demás actividades de estudio – nivel del sector, área o incluso disciplina. Del mismo modo, la gestión de una reunión de padres puede tener consecuencias muy concretas en el estudio de un tema del currículum o en la actitud general de los alumnos hacia las matemáticas. Y recíprocamente.

En general, dada la naturaleza didáctica de la formación que reciben los alumnos, es más fácil para ellos plantear cuestiones poco “matemáticas” y centrarse en aquellas que interpretan como más “pedagógicas”. Así al principio surgirán más preguntas propias de la enseñanza de una disciplina, como podría ser la programación de las clases o las que remiten a la organización didáctica general del curso:

- ¿Es mejor dedicar toda una hora a las clases tipo “lección” y a las de “ejercicios”, o mejor alternar en cada clase una parte de lección y otra de ejercicios?
- ¿Cómo hacer la planificación de todo un curso? ¿Cuánto tiempo prever para cada capítulo (aunque dependa de los capítulos)? ¿Unas dos semanas?
- ¿Es bueno pasar 3 o 4 veces sobre la misma parte del programa mediante una evolución creciente o mejor tratarlas de manera más profundizada y hacer posteriormente un breve repaso?

Y poco a poco se irá llegando a preguntas más específicas, sobre la organización de los distintos bloques de contenidos, hasta llegar a los sectores y los temas:

- ¿Es mejor abordar el temario un tema tras otro o llevar en paralelo los trabajos numéricos y los geométricos?
- ¿Es bueno separar en el cuaderno los temas de cálculo y los de geometría?
- ¿Cómo abordar el tema de los triángulos isométricos y semejantes? ¿Para qué sirven en realidad estas nociones?
- ¿Cómo explicar la regla de los signos “menos por menos igual a más”?
- En el capítulo “Potencias” los alumnos tienen que aprender la fórmula $(10^m)^n = 10^{m \times n}$ pero la fórmula $(a^m)^n$, con a entero no está en el programa. Me pregunto por qué y los alumnos también.

La variedad es tanta que cualquier muestra que podamos aportar acaba “traicionando” la riqueza del conjunto por su falta de representatividad. Sin duda algunas preguntas son más fáciles de formular que otras, por su generalidad y porque suponen un menor compromiso por parte del que las plantea. Otras, en cambio, son más difíciles de asumir por las debilidades – erróneamente consideradas como personales – que el alumno-profesor cree desvelar. Es el caso, por ejemplo, de las “ignorancias matemáticas” que algunos alumnos se atreven a expresar, sin necesariamente vincularlas a una situación de enseñanza (forma generalmente “encubierta” por parte de los profesores de abordar la problematización matemática):

- ¿Cómo se justifica matemáticamente una igualdad del tipo $\frac{3 \text{ km}}{\text{h}} \times 4 \text{ h} = (3 \times 4) \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \text{h} = 12 \text{ km}$?
- ¿Qué diferencia hay entre un cociente y una fracción? ¿Qué es una fracción de magnitudes? La expresión $\frac{5x-3}{2}$ se llama cociente o fracción?
- ¿Qué es una afinidad?
- ¿Cuándo se puede aplicar la regla de l'Hôpital? (condición sobre f y g)
- Me doy cuenta hoy que nunca he trabajado en una geometría no euclidiana. Además sólo he estudiado axiomáticas de la geometría euclidiana por mi cuenta, fuera de la universidad. Lo vivo como una carencia y me pregunto si es normal. ¿Me podría aconsejar alguna publicación?
- Me pregunto de dónde vino históricamente la necesidad de trabajar con radianes cuando ya había los grados para medir ángulos. ¿Es por su relación con la longitud de arco? Pero tampoco se sabe medir el arco ni hay transportadores en radianes. ¿Cuál es entonces su utilidad? ¿Cómo introducir esta nueva noción? ¿De qué problema partir?
- ¿Me podría recomendar algún buen tratado de estadística?

Como se puede entrever, la recopilación semanal de preguntas permite un acceso directo a una importante porción de la práctica profesional del profesorado, mostrando su complejidad, sus innumerables recovecos y la “multidimensionalidad” de las

dificultades encontradas, que recorren casi todos los niveles de la escala de codeterminación. Volveremos más adelante sobre los fenómenos que el análisis de estas preguntas permite poner en evidencia. Pero antes presentaremos un segundo programa de formación del profesorado también basado en la TAD y en el análisis didáctico-matemático de cuestiones profesionales cruciales para el profesorado.

La formación didáctica de los licenciados de Matemáticas de la UAB

Nuestro segundo ejemplo de dispositivo de formación de profesores de Secundaria basado en la TAD es la asignatura de *Didáctica de las Matemáticas* impartida en la licenciatura de matemáticas de la UAB desde el curso 1987/88. El contenido y la organización docente de esta asignatura han evolucionado paralelamente al desarrollo de la TAD a lo largo de estos más de 20 años de vida. Por motivos de brevedad, explicaremos a continuación el resultado final de esta evolución y la situación actual de la formación matemático-didáctica que se propone.

Ante todo queremos subrayar que, desde nuestro punto de vista, una formación didáctica básica es útil y necesaria para *todas las profesiones* del matemático y no únicamente para la profesión de profesor de Primaria y Secundaria, como se suele considerar habitualmente. Dicho en otros términos, la necesidad de formación didáctica de los profesores de matemáticas no proviene únicamente de su futura condición de *profesores*; se deriva en primer lugar de su condición de *matemáticos*. Este punto de vista es una consecuencia de nuestra concepción de la didáctica de las matemáticas como disciplina que se hace cargo de manera integrada del “hacer” y del “enseñar” matemáticas, esto es, del carácter inseparable de la *construcción* y de la *difusión* de los conocimientos matemáticos.

El objetivo inicial de la formación que aquí presentamos es el de proporcionar a los estudiantes los instrumentos para *analizar las praxeologías matemáticas escolares* (principalmente de la Educación Secundaria) como punto de partida para llevar a cabo un trabajo de *ingeniería matemática* encaminado a diseñar nuevos modelos de praxeologías matemáticas escolares que denominamos *Modelos Epistemológicos de Referencia* (MER). Algunos de estos MER específicos de los diferentes ámbitos de la actividad matemática escolar (por ejemplo, “proporcionalidad”, “lugares geométricos”, “divisibilidad”, “optimización”, “problemas de contar”, etc.) son posteriormente utilizados por los propios estudiantes como fundamento para el diseño, experimentación y posterior evaluación de *procesos de estudio*, esto es, para acabar realizando un verdadero trabajo de *ingeniería didáctica* que implementan en el aula en unas sesiones de prácticas docentes acompañadas por un tutor.

La experiencia obtenida a lo largo de todos estos años en la docencia de esta asignatura muestra que el análisis crítico de los contenidos de la matemática escolar, cuando se lleva a cabo utilizando las herramientas que proporciona la didáctica de las matemáticas, comporta el cuestionamiento de todos los niveles de la estructuración “oficial” del currículum de matemáticas y no únicamente de los niveles más específicos (cuestiones y temas) en los que tradicionalmente queda encerrado el profesor. En particular, dicho análisis crítico suele dar como resultado la modificación y ampliación de las relaciones y los lazos, muchas veces ocultos en el currículum oficial, entre las diferentes áreas de la matemática escolar: Aritmética, Álgebra, Geometría, Cálculo, Probabilidad y Estadística. Así, por ejemplo, los grupos de alumnos diseñan praxeologías matemáticas escolares en las que integran: la proporcionalidad con las

relaciones funcionales, los problemas aritméticos con la modelización algebraica, la geometría sintética con la analítica, los problemas de optimización con técnicas gráficas y los parámetros estadísticos con la geometría métrica.

Volviendo a la forma de organizar esta formación, digamos que los estudiantes trabajan desde el principio en pequeños grupos de 3 o 4 miembros y es en el seno de este grupo en el que llevan a cabo todas las actividades que se realizan en el aula, así como las prácticas docentes en un instituto de enseñanza secundaria y la redacción de la correspondiente “Memoria de prácticas”. Las clases se desarrollan en sesiones de dos horas de duración y se dividen en dos partes: en la primera el profesor plantea una situación problemática y presenta y ejemplifica algunas técnicas de análisis didáctico. En la segunda parte de la sesión los alumnos trabajan en pequeños grupos sobre las cuestiones que aparecen en dicha situación poniendo en práctica y desarrollando las técnicas de análisis de que disponen en cada momento.

Los contenidos del curso se agrupan en dos grandes bloques. El primero, más breve, constituye un recorrido por diferentes modelos docentes “ideales” y su relación con los modelos epistemológicos de las matemáticas que los sustentan. Se elabora así un “mapa” útil para caracterizar los modelos docentes (esto es, las maneras efectivas de organizar la enseñanza de las matemáticas) que han vivido y siguen viviendo en las instituciones escolares. De esta manera se proporcionan a los estudiantes algunos instrumentos y técnicas útiles para analizar y diseñar las praxeologías matemáticas escolares y para interpretar algunos fenómenos matemático-didácticos emergentes. El segundo bloque, que constituye el grueso del curso, está estructurado como ya hemos dicho en torno al análisis de diversos ámbitos de la matemática escolar y en la elaboración de propuestas alternativas a las praxeologías matemáticas escolares.

Cruzando transversalmente estos dos bloques de contenidos, se llevan a cabo, en pequeño grupo, y como parte fundamental de la formación, unas *Prácticas docentes* en el marco de un instituto de enseñanza secundaria y bajo la supervisión de un profesor tutor. Además, a lo largo de este último curso académico, se ha incorporado un nuevo dispositivo, semejante al desarrollado en el IUFM de Marsella, con características ligeramente diferentes, que denominamos con el mismo nombre: *Las Preguntas de la Semana*. Con el objetivo de ejemplificar muy brevemente las relaciones entre estos dispositivos, describiremos los principales aspectos de los mismos.

Los dos bloques de contenido se desarrollan de manera relativamente “simultánea”. Esto significa que los diferentes criterios y técnicas de análisis didáctico aparecen siempre “en acto”, utilizados para realizar efectivamente un análisis matemático-didáctico de una organización didáctica particular. A medida que el curso avanza los estudiantes disponen de una gama más amplia de técnicas de análisis y de un conocimiento más extenso y profundo de fenómenos didácticos y pueden utilizar ambas cosas para seguir avanzando en su trabajo de ingeniería matemática primero y de ingeniería didáctica después.

Cuando los estudiantes ya han adquirido una pequeña experiencia en el análisis de las praxeologías u Organizaciones Matemáticas (OM) escolares, eligen una OM concreta y, trabajando en grupos reducidos, inician su periodo de *Prácticas de didáctica de las matemáticas* bajo la supervisión del tutor asignado. Cada grupo ha de llevar a cabo un “ciclo didáctico” completo que comprende las siguientes tareas: analizar y comparar las diferentes formas de estructurar la OM elegida tal como aparecen en diversos libros de texto y en el currículum oficial; proponer y justificar una organización alternativa de la misma; diseñar, en base a los análisis anteriores, un

proceso de estudio; experimentar el proceso de estudio diseñado con un grupo de alumnos (bajo la supervisión del profesor tutor); evaluar el proceso diseñado y experimentado y proponer criterios de modificación del mismo. En las clases de la asignatura de didáctica de las matemáticas, antes de empezar las Prácticas, se proponen como parte de las situaciones problemáticas para estudiar y discutir en gran grupo, los problemas relativos al “*diseño curricular local*” que se plantea cada uno de los pequeños grupos.

Una vez finalizada la experiencia, el grupo de estudiantes debe entregar una *Memoria de Prácticas* tanto al profesor tutor como al responsable de la asignatura. Dicha memoria consta de tres partes principales: análisis epistemológico y diseño de una Organización Matemática; elaboración de una Organización Didáctica; análisis y evaluación de una experiencia.

Como decíamos anteriormente, todas las profesiones del matemático y, en particular, la profesión de profesor requieren que el matemático domine las técnicas que le permiten llevar a cabo la *tarea de hacer preguntas* como una parte esencial de su trabajo profesional. Esta es una de las razones por las que situamos las *Prácticas* en el centro de la formación didáctico-matemática de los futuros profesores. En efecto, en las Prácticas surgen preguntas y dificultades de manera “espontánea” y constituyen un “medio experimental” muy adecuado para contrastar hasta qué punto se han asumido los objetivos de la formación. En cualquier caso es responsabilidad del profesor formador el trabajo de *reformular las preguntas* y relacionarlas con *fenómenos* más comprensivos (matemáticos y didácticos) para que las preguntas no se reduzcan a meras “anécdotas” o “curiosidades” aisladas, a la espera de una simple “receta” de actuación.

El dispositivo de *Las Preguntas de la Semana* ha sido integrado en este proceso de formación de la siguiente forma: cada grupo debe presentar cada semana una o dos preguntas sobre cualquiera de las temáticas relacionadas con la formación (ya sean los contenidos planteados en clase, cuestiones aparecidas en las Prácticas o cuestiones de naturaleza esencialmente matemática). Dichas preguntas se presentan por escrito y se tratan en “gran grupo” en la primera clase de la semana siguiente. Las preguntas se van acumulando y al finalizar el curso cada grupo ha constituido su propio “cuestionario”. La cualidad y la relevancia de estas preguntas constituyen un índice de la formación del grupo y serán tenidas en cuenta en el momento de la evaluación. En este sentido, las preguntas que propone cada grupo deben ser el resultado de la discusión dentro del grupo y han de responder a cuestiones que provengan de una problemática realmente “vívida” por el grupo. En muchas ocasiones surgen nuevas preguntas en el momento en que el profesor propone, en gran grupo, elementos de respuesta para las preguntas planteadas por los pequeños grupos. Se hace observar a los alumnos que si las preguntas son *artificiales*, es decir, *si los alumnos hacen preguntas sólo porque el profesor pide que se hagan preguntas*, entonces el proceso de estudio queda anulado puesto que la comunidad de estudio en formación no podrá construir conocimientos “verdaderos” y funcionales como respuesta a los interrogantes planteados.

La evaluación del curso incluye, como hemos dicho, el conjunto de preguntas formuladas por cada grupo, la memoria de prácticas y la calificación (global e individual) por parte del profesor tutor al grupo y sus integrantes. Se añade, finalmente, una prueba escrita individual para evaluar, por un lado, la capacidad individual de los estudiantes para describir, analizar y diseñar algunas organizaciones matemáticas escolares y, por otro lado, el grado efectivo de participación de cada estudiante en su grupo de trabajo.

Son claras las diferencias de “formato” y de vinculación del alumnado entre los dos programas que acabamos de describir: en un caso profesores en prácticas con una clase bajo su responsabilidad que reciben obligatoriamente una formación didáctica en el IUFM; en el otro una asignatura optativa semestral para estudiantes de licenciatura que se convalida por una parte del CAP. Queremos resaltar, para acabar este apartado, las dos principales características que tienen en común. En primer lugar, el hecho de no renunciar a impartir una formación teórica basada en los conocimientos de didáctica de las matemáticas elaborados hasta la fecha en el ámbito de la TAD sino, al contrario, mostrar su pertinencia y utilidad a partir del tratamiento de las cuestiones prácticas que encuentran o se plantean los futuros profesores. En segundo lugar, el hecho de asignar un papel importante al análisis didáctico de las matemáticas que se enseñan, análisis que empieza generalmente por un cuestionamiento del currículum y del origen y razón de ser del saber a enseñar, como motivación para introducir en la formación herramientas necesarias – muchas de ellas matemáticas – para llevar a cabo el análisis.

Veremos que la ruptura con la “transparencia matemática” de la cultura de los futuros profesores¹³ constituye un elemento especialmente sensible no sólo de la formación del profesorado de matemáticas sino de su emergencia y desarrollo como verdadero colegio profesional.

LAS MATEMÁTICAS COMO PROBLEMA PROFESIONAL

Hemos visto que el problema de la formación del profesorado de matemáticas es un problema abierto para la investigación en didáctica de las matemáticas, tanto cuando se plantea en términos del equipamiento praxeológico necesario para el ejercicio de la profesión de profesor de matemáticas como cuando se plantea en términos de las cuestiones cruciales con las que se enfrentan estos profesionales de la docencia. Es evidente que el problema debe permanecer abierto porque el conjunto de cuestiones está en evolución permanente, ya sea por los cambios que afectan al sistema de enseñanza en su conjunto, como por los nuevos desafíos que plantea la difusión de las matemáticas en nuestra sociedad también cambiante. Del mismo modo, tampoco se puede zanjar de una vez por todas el problema del equipamiento praxeológico del profesorado, en primer lugar porque cambian las cuestiones a las que este equipamiento debe aportar respuesta, pero también porque, a partir de la investigación didáctica y del desarrollo de la propia práctica docente, surgen constantemente nuevos recursos, nuevos conocimientos, nuevos desafíos y también la necesidad de modificar y renovar las antiguas praxis. Como indican Chevallard y Cirade (en prensa), dispositivos de formación como el de las “preguntas de la semana” tienen la virtud de permitir “identificar poco a poco y colectivamente los principales *problemas de la profesión* con los que se enfrentan no sólo los profesionales en formación sino también, casi siempre, *la propia profesión*. Porque una formación de profesionales es necesariamente co-extensiva de una nueva definición (con pretensión de mejora) *de la profesión*.”

La línea de investigación iniciada por estos dos autores sobre la identificación y el análisis de estos *problemas de la profesión* saca a relucir interesantes resultados sobre el alcance y las posibilidades de tratamiento de esta problemática. Nos detendremos aquí un momento sobre un aspecto esencial de los fenómenos detectados: el que tiene que ver con la problematicidad *matemática* de este cuestionamiento y, más en general,

¹³ Ruiz-Higueras (2001).

con la compleja relación que se establece entre la profesión de profesor de matemáticas y la disciplina que tienen que enseñar.

Matemáticas que hay que enseñar y matemáticas para la enseñanza

En su trabajo de tesis doctoral centrado en el proceso de formación inicial de los profesores de matemáticas de secundaria en el IUFM de Aix-Marseille, Gisèle Cirade (2006) analiza los tipos de dificultades con que se encuentran los alumnos-profesores para asumir y transformar las “normas institucionales” del oficio al que se inician. En el análisis meticuloso que lleva a cabo del dispositivo de las preguntas de la semana, que completa con otros tipos de datos empíricos como los informes de observación de clase por parte de los formadores y los que redacta el profesor-tutor, esta investigación pone en evidencia que, al iniciarse en el oficio de profesor, los alumnos profesores descubren bastante pronto algo que su formación disciplinar previa no les permitía sospechar: a saber, que las matemáticas resultan ser, desde distintas perspectivas, algo *problemático*.

En algunos casos la problematicidad proviene de las propias *matemáticas que hay que enseñar* y, entonces, no suele ser muy costoso obtener la información necesaria para construir las respuestas apropiadas a través de los colegas profesores o de recursos fácilmente disponibles para los miembros de la profesión. La formación inicial – tanto matemática como didáctica – y las prácticas tuteladas del joven profesor constituyen aquí la vía ideal para subsanar el problema. Pero en muchos otros casos, la diferencia va más allá de los contenidos de enseñanza y, entonces, la búsqueda de elementos de respuesta ya adquiere una mayor complejidad, como cuando surgen cuestiones del tipo: ¿cómo explicar la regla que menos por menos es igual a más?, ¿qué diferencia hay entre una razón, una fracción y un cociente?, ¿por qué se miden los ángulos en radianes?, ¿por qué es tan importante la función de proporcionalidad, cuando no nos hablaban nunca de ella en la universidad?, ¿se necesitan realmente los números reales en la educación secundaria?, ¿para qué sirve la noción de mediana?, etc.

Así, poco a poco, la formación impartida consigue sacar a relucir cuestiones de mayor calado que entrarían dentro de lo que Cirade designa como las *matemáticas para la enseñanza*, haciendo referencia a aquellas praxeologías matemáticas que se requieren para concebir y gestionar los procesos didácticos. Lo normal es que el joven profesor recurra de entrada a materiales de las “matemáticas sabias”, a las que su formación inicial brinda acceso, pero descubre rápidamente la inadecuación de estos materiales para responder a los problemas planteados. Y es que la mayoría de las cuestiones planteadas requieren *elaboraciones matemáticas originales* que la autora nombra “elaboraciones transpositivas intermedias”, por situarse a caballo entre las matemáticas “sabias” y las “escolares”. Son pues herramientas *matemáticas* de uso *didáctico* necesarias para el diseño, implementación y evaluación de los procesos formativos. Estas elaboraciones – que constituyen un trabajo perpetuo de actualización y revisión constante de las matemáticas escolares – distan mucho de ser triviales desde el punto de vista de los recursos matemáticos que solicitan. Un trabajo como las “Matemáticas de las magnitudes físicas” de Hassler Whitney (1968) puede ser un buen ejemplo de este tipo de elaboración intermedia, elaborada aquí por un matemático “sabio” para aportar una respuesta funcional a la necesidad de justificar expresiones del tipo $\frac{3 \text{ km}}{\text{h}} \times 4 \text{ h} = (3 \times 4) \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \text{h} = 12 \text{ km}$, expresiones fundamentales en las técnicas basadas en los “factores de conversión”, tan apreciados por los profesores de ciencias

experimentales como repudiados por los amantes del purismo matemático.¹⁴ Junto a la ausencia de un discurso tecnológico-teórico adaptado al “cálculo con magnitudes”, se podrían aportar otros muchos ejemplos de “deficiencias tecnológicas” que, desde distintos ámbitos de la matemática escolar, siguen planteando serias dificultades en la docencia sin que se disponga todavía de una respuesta apropiada y validada para la profesión.¹⁵

De todos modos, la experiencia nos muestra que no basta con que existan bonitos “discursos tecnológico-teóricos” disponibles, realizados por matemáticos que, en algún momento de su carrera, se han preocupado e incluso volcado hacia los problemas matemáticos de la educación. La mayoría de las veces estas propuestas no son compatibles con las condiciones y restricciones bajo las que actúa el profesor. Es necesario un verdadero trabajo de *investigación didáctica* y de *producción praxeológica* que asegure la integración y eficiencia de estas tecnologías matemáticas en las praxeologías docentes, es decir que aporte herramientas efectivas para el desarrollo y viabilidad de nuevas *praxeologías didácticas* acordes con las restricciones que afectan la labor docente desde los distintos niveles de codeterminación. En definitiva, si ya cuesta objetivar la problematización que se esconde detrás de las “matemáticas elementales”, todavía es más costoso – y no sólo para el joven matemático recién licenciado – asumir que la infraestructura matemática y didáctica necesaria para abordar esta “matemática elemental desde un punto de vista superior” y adecuarla a las condiciones y restricciones que plantea su utilización efectiva en el aula, no es tarea ni de un solo profesor, ni de algunas tardes de reflexión. Representa un trabajo de una envergadura y complejidad suficientes como para requerir el esfuerzo de toda una comunidad investigadora, que en nuestro caso es la de la investigación en didáctica de las matemáticas.

No podemos detenernos más aquí en el interesante análisis de estas “carencias matemáticas” que descubre Cirade (2006) a partir de la información aportada por los alumnos-profesores, haciendo especial hincapié en el ámbito de “lo numérico” y su tratamiento a lo largo de la secundaria obligatoria, en el tema del álgebra y las funciones en el segundo ciclo de la ESO y el inicio del bachillerato o en algunos temas específicos de la geometría elemental (Cirade 2008). Sólo añadiremos un aspecto significativo que ya hemos señalado en otras ocasiones (Gascón y Bosch 2007) y que el trabajo de Cirade viene a corroborar. A saber, que el tratamiento efectivo de los “problemas de la profesión” en la formación didáctica del profesorado conduce a abordar “grandes cuestiones” que se sitúan en los *niveles intermedios* de la escala de codeterminación y que raramente se plantean desde la problemática docente puesto que no forma parte de sus objetivos el cuestionar estos niveles. En efecto, la formación didáctica del profesorado no puede evitar plantear y abordar cuestiones de gran calado que van más allá de los niveles específicos en que se sitúa la labor docente (los de la “cuestión” o el “tema”). Al enorme conjunto de preguntas que plantean los alumnos-profesores no se puede responder con propiedad y eficiencia sin abordar también, al mismo tiempo, cuestiones como: ¿Qué (praxeologías) matemáticas deben formar parte del currículum obligatorio: qué problemas y técnicas y con qué justificaciones tecnológico-teóricas? ¿De dónde viene y qué sentido tiene la actual estructuración de las (praxeologías) matemáticas escolares en las áreas o bloques de contenido actuales? ¿Cuáles son las cuestiones que están en el origen – y conforman la razón de ser – de los distintos

¹⁴ Para más detalles sobre este tema, ver Bosch (1994) y Chevallard y Bosch (2000).

¹⁵ El caso de los límites de funciones o el de la proporcionalidad y las funciones elementales serían un buen ejemplo de ello. Cf. Espinoza, Bosch, Gascón (2003), Bolea, Bosch, Gascón (2001), García (2005).

sectores o temas de las matemáticas escolares? ¿De qué (praxeologías) se compone y a qué cuestiones responden: el álgebra, la geometría, la estadística, las funciones elementales o, más específicamente, los límites de funciones, la semejanza de triángulos, los números enteros, la proporcionalidad, la desviación típica? Etc. Ante la amplitud de este tipo de cuestionamiento, es evidente que la investigación en didáctica debe considerarse como una fuerza productora indispensable para, junto con la propia institución de formación, ayudar a aportar respuestas a las necesidades praxeológicas que están en la base del proceso de formación.

La investigación en didáctica de las matemáticas y la profesión de profesor

Que se hable tanto hoy día de la “profesionalización del profesorado” es un indicador que el oficio de profesor – tanto el de matemáticas como de las demás especialidades – no constituye todavía una verdadera *profesión* sino que sigue manteniendo muchos rasgos de lo que el sociólogo americano Amitai Etzioni (1969) definió como una “semiprofesión”.¹⁶ En particular, y si bien es cierto que las asociaciones de profesores de matemáticas actúan muchas veces como una entidad cohesionadora de estos profesionales, no por ello substituyen lo que sería un verdadero *colegio profesional de profesores de matemáticas*, que actúe como interlocutor frente a la administración y la sociedad en su conjunto en materia del ejercicio de la función docente, que asista a sus colegiados aportándoles la infraestructura didáctica disponible para el ejercicio de la práctica educativa. En definitiva un ente que, parafraseando a Sarramona (2003), “sepa dar razones del porqué de su actuación, actúe de manera sistemática y, sobre todo, no confíe los resultados a otras variables más importantes que él mismo.”

En la medida en que la profesión de profesor de matemáticas mantenga una cultura dominada por las instituciones con las que interactúa – la matemática universitaria por un lado y la del sistema educativo en general, claramente imbuida por la pedagogía generalista –, es muy difícil que se pueda aportar respuesta a sus necesidades praxeológicas a través sólo de la formación, aunque ésta esté estrechamente vinculada a la investigación didáctica. Es incluso posible que ni tan siquiera se pueda realizar el inventario permanente de estas necesidades o, caso de conseguirse parcialmente, nada asegura entonces que las respuestas a estas necesidades puedan realmente difundirse entre el profesorado. Una verdadera formación profesional que aborde de manera real y efectiva las cuestiones que plantea el ejercicio de la docencia en matemáticas, y no consista solamente en un cursillo preparatorio o en la simple yuxtaposición de los conocimientos matemáticos y pedagógicos disponibles en el momento, necesita un trabajo de estrecha cooperación entre el sistema escolar que constituye el “terreno” de la actividad docente, la investigación didáctica que actúa como fuente de cuestionamiento y producción de recursos praxeológicos para la renovación y mejora de esta actividad y la propia *profesión de profesor de matemáticas*, sobre la que recae, en última instancia, el deber de identificar las necesidades – en perpetua evolución – con que deben enfrentarse sus miembros.

¹⁶ A diferencia de las profesiones, las semiprofesiones se caracterizan por su bajo estatus social, un breve periodo de formación, un cuerpo de conocimientos y competencias poco desarrollado, con poco énfasis en el componente teórico o conceptual de la actividad, una tendencia del profesional por identificarse más con su “empleador” que con su profesión, trabajadores más sujetos al control administrativo, con menor autonomía en la toma de decisiones y debiendo rendir cuentas a los superiores más que a la propia profesión, preponderancia de mujeres, etc.

Y conviene insistir que la cuestión de la *concepción y creación de la infraestructura didáctica* (en nuestro caso didáctico-matemática) necesaria para dar respuesta a estas necesidades no la pueden hacer los profesores solos – aislados o en grupo –. Se debe contar con las aportaciones de la investigación en didáctica de las matemáticas y en la formación como medio de transmisión (y retroalimentación) de estas aportaciones. Como indicaba hace poco Chevallard (2009, la traducción es nuestra):

Si situamos esta cuestión en el marco de una profesión, resulta que no hay ningún misterio: ¿creéis que se espera de los médicos generalistas que se inventen las triterapias contra el sida? De forma general, todos lo sabemos, la creación de la “infraestructura médica” apropiada no puede hacerse sin la movilización de enormes fuerzas productivas. Querría sugerir que no hay motivo para creer que la cosa sea distinta en materia de didáctica.

BIBLIOGRAFÍA

- Azcárate P. (2004). Los procesos de formación: en busca de estrategias y recursos. En Castor E., De la Torre E. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. VIII Simposio de la SEIEM*. A Coruña: Universidade da Coruña. Recuperado el 20 de mayo de 2009 en <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>
- Blanco L. J. (2001). La Educación Matemática en los Planes de Estudio de Formación de Profesores de Primaria, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 4/2, 411-414.
- Bolea P., Bosch M., Gascón J. (2001). La transposición didáctica de Organizaciones Matemáticas en proceso de algebrización. El caso de la proporcionalidad, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21/3, 247-304.
- Bosch M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Bosch M., Espinoza L., Gascón J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23/1, 79-136.
- Bosch M., Gascón J. (2005). El tractament integrat de la formació del professorat de matemàtiques. *Notícies de la Societat Catalana de Matemàtiques*, 21, Julio 2005.
- Bosch M., Gascón J. (2007) 25 años de transposición didáctica, en Ruiz-Higueras, L., Estepa, A., García, F.J. (Eds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén, 385-406.
- Chevallard Y. (1985). *La Transposition Didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage, Grenoble (2ª edición 1991).
- Chevallard Y. (1999). Enseignement des mathématiques et besoins professionnels. Le cas des élèves-instituteurs, *XVI colloque inter-IREM des PEN et autres formateurs d'instituteurs en mathématiques*, Bordeaux. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente, *XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, Huesca. <http://yves.chevallard.free.fr>.

- Chevallard Y. (2003). Didactique et formation des enseignants, *Journées d'études INRP-GÉDIAPS Vingt ans de recherche en didactique de l'Éducation Physique et Sportive à l'INRP (1983-2003)* (Paris, 20/03/2003). <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2004a). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée*. Lyon. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2004b). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. *3^e Université d'été Animath*, Saint-Flour (Cantal), 22 al 27 août 2004. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2005). La didactique dans la cité avec les autres sciences. Contribution au *symposium de didactique comparée*, Montpellier, 15 et 16 septembre 2005. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2006a). Les mathématiques à l'école et la révolution épistémologique à venir. Conférence plénière donné le 26 octobre 2006 dans le cadre des *Journées 2006 de l'APMEP* (Clermont-Ferrand, 26-28 octobre 2006). <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2006b). Emanciper la didactique? La tension entre « alléance disciplinaire » et scientificité. Exposé présenté dans le cadre du *séminaire de l'axe II (Didactique et anthropologie des connaissances scolaires) du l'UMR ADEF*. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2007a). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En Ruiz-Higueras, L.; Estepa, A., García, F.J. (Eds). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica*. (pp. 705-746). Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén. Jaén.
- Chevallard Y. (2007b). *Journal du Séminaire de formation de formateurs 2006-2007*. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2007c). *Séminaire de formation des professeurs stagiaires de mathématiques, années 2000-2001 à 2006-2007*, Marseille: IUFM d'Aix-Marseille. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y. (2009). Didactique et formation des enseignants. *Conférence à l'IUFM de Toulouse 28/04/09*. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard Y., Bosch M. (2000), Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie I. Une Atlantide oubliée. *Petit x*. 55 5-32.
- Chevallard Y., Cirade G. (2006). Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques, *Actes du 13^e colloque de la CORFEM (Toulouse, 22-23 juin 2006)*.
- Chevallard Y., Cirade G. (en prensa). Pour une formation professionnelle d'université : éléments d'une problématique de rupture. *Actes du Colloque « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants? »* Mai 2007, Arras (France).
- Cirade G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème*

- professionnel*, Tesis doctoral. Université Aix-Marseille I. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709>.
- Cirade G. (2008). Les angles alternes-internes : un problème de la profession, *Petit x*, 76, 5-26.
- Da Ponte J. P. (2004). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. En Castor E., De la Torre E. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. VIII Simposio de la SEIEM*. A Coruña: Universidade da Coruña. <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>.
- Douglas M. (1987). *How Institutions Think*. London: Routledge & L. Kegan Paul.
- Etzioni, A. (1969). *The semi-professions and their organization: teachers, nurses, social workers*. Nueva York: Free Press.
- Flores P. (2004). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. En Castor E., De la Torre E. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. VIII Simposio de la SEIEM*. A Coruña: Universidade da Coruña. <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>.
- García M., Sánchez V., Escudero I. (2006). Learning through reflexión in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 64: 1-17.
- García, F. J. (2005). *La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*, Tesis Doctoral, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén.
- Gascón J., Bosch M. (2007). La miseria del “generalismo pedagógico” ante el problema de la formación del profesorado. En Ruiz-Higueras L.; Estepa A., García F.J. (Eds). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica*. (pp. 201- 240). Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén. Jaén.
- Gascón J., Sierra T. A. (2002) Reconstrucción escolar de la numeración para la formación de maestros. En Peñalva M., Torregrosa G. Valls J. *Aportaciones de la Didáctica de las Matemáticas a Diferentes Perfiles Profesionales*. Universidad de Alicante (213-227).
- Linares S. (2004). Investigación sobre formación de profesores. En Castor E., De la Torre E. (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. VIII Simposio de la SEIEM*. Universidade da Coruña. <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>.
- Puig L. (2005). Enseñar a enseñar las matemáticas. *El País Digital* 11/07/05.
- Rico L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista de curriculum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15.
- Ruiz Higueras, L. (2001) La invisibilidad institucional de los objetos matemáticos. Su incidencia en el aprendizaje de los alumnos. En Chamorro, C. (Ed.) *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*, p. 229-263. Madrid: Instituto Superior de Formación del Profesorado. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Ruiz Higueras L. (2005). Las clases prácticas en Didáctica de las Matemáticas, En A. Contreras, A. Cruz, A. Estepa, R. Quijano (Eds.), *Las clases prácticas en didáctica de las Ciencias*, Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones.

- Ruiz Higuera L., Estepa A., García F. J. (2007). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)*, Jaén: Diputación de Jaén.
- Ruiz Higuera L., García F. J., (en prensa). Didáctica de las Matemáticas y Formación de Maestros, *Actas del IIe Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique* (Uzès, Francia, noviembre 2007).
- Serramona J. (2003). La enseñanza como profesión. *Educació Física. Lectures curtes*. <http://www.educaciofisica.com/1.laenseñanzacomoprofesion.htm>.
- Sierra T. A. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. Tesis Doctoral. Madrid: Colección digital de tesis de la Universidad Complutense de Madrid. www.ucm.es/BUCM/2009.htm.
- Sierra T. A. (2004). Análisis de un proceso de estudio en torno a la numeración. En De Castro C., Gómez M. (Eds.) *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas*. Barcelona: Edebé (39-74).
- Sierra T. A. (2006). La interrelación entre lo matemático y lo didáctico en la reconstrucción escolar de los sistemas de numeración. En Ruiz-Higuera L.; Estepa A., García F.J. (Eds). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica*. (pp. 359-381). Jaén: Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Whitney H. (1968). The mathematics of physical quantities. Part II: Quantity Structures and Dimensional Analysis. *American Mathematical Monthly*. 75 227-256.
- Wilhelmi M. R. (2005). Papel de la didáctica de las matemáticas en la formación de profesores de secundaria, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 8/1, 159-179.