

# LAS COMPETENCIAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DE VOLUMEN CON APOYO EN LAS WEBQUEST

Samantha Analuz Quiroz Rivera, María Dhelma Rendón, Ruth Rodríguez Gallegos

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey Campus Monterrey

[samanthaq\\_rivera@hotmail.com](mailto:samanthaq_rivera@hotmail.com), [maria.dhelma.rendon@itesm.mx](mailto:maria.dhelma.rendon@itesm.mx), [ruthrdz@itesm.mx](mailto:ruthrdz@itesm.mx)

## Resumen

El presente artículo versa sobre el desarrollo de competencias de modelación matemática en el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado de educación primaria. Se considera que la estrategia de modelación matemática ha traído consigo múltiples ventajas en el trabajo presentado por otras investigaciones, por lo que por medio de un enfoque cualitativo, la presente investigación identificó cuáles competencias de modelación matemática fueron desarrolladas por los alumnos desde este nivel educativo. Se eligió el cálculo de volumen de diversos prismas y se registró el proceso de aprendizaje que siguieron los alumnos. Por último, se incluyeron los resultados del trabajo con el recurso educativo Webquest, una tecnología de la información que recientemente ha tenido auge en el mundo educativo y que ayudó a promover un trabajo autónomo para la búsqueda y selección de información.

Palabras clave: *Matemáticas, modelación, competencias, webquest, cálculo de volumen*

## Introducción

En México la educación básica que comprende el nivel de preescolar, primaria y secundaria tiene el carácter de obligatoriedad, de acuerdo al artículo tercero constitucional. Recientemente la Secretaría de Educación Pública ha prescrito la Reforma curricular que en educación primaria se empezó a establecer en el ciclo escolar 2009-2010 (SEP, 2009).

Dentro de los cambios realizados en el enfoque de las Matemáticas, destaca el cambio de una metodología basada en la resolución de problemas a una basada en competencias. Sin embargo estas dos prácticas no están muy desvinculadas una de la otra ni resultan dicotómicas. Un punto importante y relevante en el aprendizaje del alumno es la gran cantidad de saberes que poseen antes de llegar al aula, es decir, que los alumnos han de traer consigo saberes que son producto de sus experiencias vitales: hoy los alumnos son sapientes (Ávila, 2001).

Actualmente existen diversos estudios e innovaciones en el campo de las estrategias didácticas de las matemáticas, uno de ellos, que ha acarreado numerosas investigaciones puesto que tiene su génesis en la relación entre los problemas que se enseñan en la escuela y el mundo real, es la modelación. En palabras de Trigueros (2006) hablar de modelación en la enseñanza es referirse a proporcionar problemas que sean suficientemente abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego sus conocimientos previos y sus habilidades creativas, todo ello para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión en términos matemáticos y mediante la revisión, reflexión y aplicación de sus conocimientos y la comunicación de resultados.

Blomhoj (2004) define un modelo matemático como una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado y, por el otro, una situación de naturaleza no matemática, que se obtiene de la situación problemática basada en contextos reales. Para fines del presente trabajo, se define una competencia matemática como la habilidad para utilizar y

relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información como para ampliar el conocimiento y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana (Universidad del Gobierno Vasco, 2008). La definición de competencia de modelación matemática se refiere a la habilidad de identificar preguntas relevantes, variables, relaciones o suposiciones en una situación del mundo real dada, trasladar éstas a las matemáticas e interpretar y validar la solución del problema matemático en relación con una situación dada, así como la habilidad de analizar o comparar modelos dados mediante la investigación de las suposiciones hechas, revisando propiedades y ámbitos del modelo proporcionado (Niss & Blum, 2007).

Las competencias de modelación matemática que establece el Informe del Programme for International Student Assessment (INESCE, 2003) son: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.

La presente investigación, basada en la tesis de Quiroz (2010), pretende estudiar la modelación matemática en un grupo de sexto grado de educación primaria con el trabajo del cálculo de volumen de diversos prismas, con el propósito de conocer las competencias de modelación que se lograron desarrollar. Dada la importancia de la tecnología en el aprendizaje actualmente, se hace uso en la investigación del recurso educativo Webquest, definido por Cabero (2007) como un tipo de unidad didáctica que plantea a los alumnos una tarea o resolución de un problema y un proceso colaborativo, basado principalmente en recursos existentes en Internet.

### **Metodología**

El método de investigación que se sigue en el presente trabajo es cualitativo. La investigación se dirigió a alumnos de sexto grado de educación primaria pública. La muestra, no probabilística de tipo homogéneo, consistió en cuatro equipos de tres integrantes cada uno. Para realizar el análisis de los resultados, se partió de la pregunta y objetivos de investigación, y se elaboraron dos grandes categorías, que se desglosan en indicadores específicos: competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado en el cálculo de volumen y proceso de aprendizaje del cálculo de volumen.

La recolección de datos se llevó a cabo en el aula de clases de los estudiantes, un ambiente natural y cotidiano. El rol del investigador fue de observador participante, es decir, desempeñó la función de docente guía en el desarrollo de las cinco sesiones de 45 minutos de la investigación. Se utilizaron cuatro instrumentos, que permitieron recolectar información de las dos categorías establecidas (véase la tabla 1). Los instrumentos fueron llenados por el investigador en durante el desarrollo de las sesiones y posterior a ellas con ayuda de registros en audio y video. Se utilizó la triangulación metodológica, que recolecta información de diferentes formas por medio de diversos instrumentos para minimizar los sesgos inherentes a los instrumentos y, apoyada con el marco teórico permite a validar los resultados

Objetivo específico que pretende responder	Categoría	Instrumentos elegidos
1.- Identificar las competencias de modelación que se lograron desarrollar en el trabajo con los alumnos con el cálculo de volumen utilizando las Webquest como tecnología de apoyo.	1.- Competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado con el cálculo de volumen.	Tabla de rúbrica Diario de campo
2.- Describir qué procesos siguen los alumnos para resolver el problema de cálculo de volumen	2.- Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen.	Entrevista y guía de observación.

Tabla 1.-Objetivos específicos e instrumentos elegidos

## Resultados

La investigación se inició con el análisis de datos desde que se recababan en el aula de clases. Esta serie de datos no estructurados fueron revisados y permitieron definir las unidades de análisis previamente prescritas por el Program for International Student Assessment (INECSE, 2003) referentes a las competencias de modelación matemática, para luego llevar a la creación de las siguientes categorías:

### Categoría 1

Se observó el trabajo de los alumnos centrando la atención en las seis competencias de modelación matemática. Se fueron observando las competencias a medida que los alumnos realizaban las actividades que la webquest les pedía. A continuación se presentan incluidas en el diagrama de modelación de Rodríguez (2010) las partes de la webquest que se diseñaron (véase la figura 1).

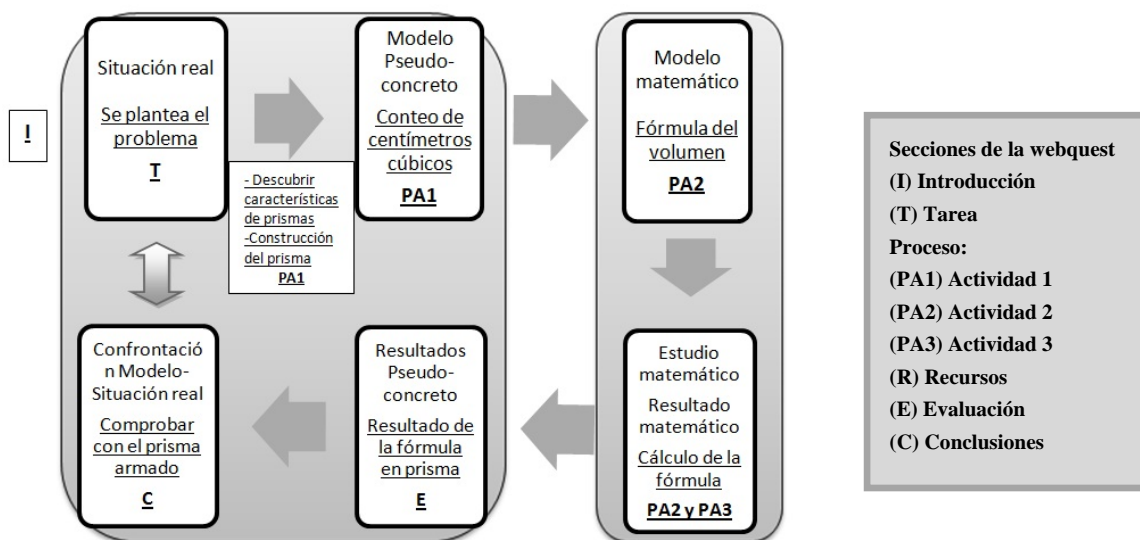


Figura 1.- Descripción de las partes de la Webquest en el proceso de modelación.

En la sesión uno, primeramente en la parte de “Introducción” de la webquest, se presentó al estudiante el tema a tratar. Posteriormente, en la sección “Tarea” se les propuso el problema: ¿Qué cantidad de agua cabe en un prisma rectangular? Luego se les planteó la primera Actividad consistente en identificar características de los cuerpos geométricos y elaborar el prisma indicado llenando una tabla con esta información, que la obtendrían de la sección “Recursos”.

Durante estas acciones se examinó el grado en que los alumnos comprendían el problema y reconocían los datos indispensables para la solución de su incógnita. Los alumnos de los equipos 1 y 2 tuvieron mayor diálogo explicando qué iban a hacer, y pudieron distinguir la incógnita a la que debían dar respuesta. En la actividad del llenado de la tabla, los cuatro equipos tuvieron diversas discusiones acerca de las respuestas con base en sus conocimientos previos. Sin embargo, con la búsqueda de información en las ligas de internet pudieron determinar las características de los prismas. Con ello los alumnos estructuraron la situación a modelarse, siendo ésta la primera competencia de modelación matemática.

En la actividad dos, se pidió la construcción de un prisma mediante el dibujo de su desarrollo plano de éste. Los alumnos tuvieron una dificultad debido al mal uso de instrumentos de medición, se observó que los equipos 1, 3 y 4 realizaban mediciones constantemente para obtener las medidas exactas, mientras que el equipo 2 operó con precisión la medición para el trazo del prisma. Al final los cuatro equipos trazaron correctamente sus desarrollos planos, pudieron reconocer y comprender el problema, identificando los datos que les servirían, por tanto, lograron traducir la realidad a una estructura matemática, segunda competencia de modelación matemática.

La siguiente competencia sobre la interpretación de los modelos matemáticos en términos reales se observó cuando los alumnos argumentaban el proceso de resolución que seguían. Algunas de las respuestas fueron:

- Equipo 1: “Porque haremos el envase para saber cuánto jugo le cabe”.
- Equipo 2: “Para contar lo que cabe”.
- Equipo 3: “Para ver el jugo hecho y así vaciarle agua y contarla”.
- Equipo 4: “Porque la pregunta del principio hay que responderla”.

Como tercera actividad los alumnos debían encontrar la manera de calcular el volumen del prisma que habían hecho. El diario de campo reveló la reflexión de manera correcta para resolver el problema mediante las discusiones de los alumnos con la utilización del prisma que habían armado. Los alumnos interactuaron con la fórmula del volumen, bajo la guía del docente con preguntas clave. El equipo 2 llegó al modelo matemático “volumen = largo por ancho por altura” (véase la figura 2). Para el equipo 4 su modelo fue “volumen = área de la cara por la altura”. Cada equipo trabajó con su modelo matemático reformulándolo constantemente para obtener el resultado apropiado, siendo ésta la cuarta competencia de modelación.

Nosotros hicimos una multiplicación que multiplicamos lo ancho por lo largo y nos salió el resultado

$$V = L \times a \times a$$

La fórmula para que salga el volumen de un prisma es multiplicando el área de la base x la altura.

Figura 2.-Modelo matemático del equipo 2.

En la sección de “Evaluación” de la webquest, se les pidió a los niños reflexionar sobre el cálculo del volumen de un prisma triangular, y si el modelo que construyeron serviría o no para este propósito, analizándolo para encontrar las inconsistencias y, en todo caso, corregirlas.

El equipo 1 llegó a una respuesta correcta modificando su modelo. El equipo 2 rápidamente contestó que utilizarían el mismo modelo “ $V = Ab + h$ ”, pero cambiándole la base para obtener el área del triángulo y luego multiplicándolo por la altura. El equipo 3 llegó a la fórmula de obtener el área de la base de los prismas y luego multiplicándola por la altura. En el equipo 4 decidieron investigar cómo contar estas unidades en un triángulo y llegaron a la fórmula del área del triángulo multiplicándola luego por la altura. Este proceso describe claramente el desarrollo de la competencia de modelación reflexión, análisis y crítica a los modelos elaborados.

Por último, en la sección de “Conclusiones” de la webquest, se les pidió que hicieran una presentación de PowerPoint explicando su procedimiento y mostrando su modelo matemático al grupo. El diario de campo muestra que el equipo 1 presentó en las diapositivas correctamente el proceso y el trabajo que hicieron. El equipo 2 explicó, de manera pausada, incluso los errores sus integrantes habían cometido cuando ellos resolvían su problema. Los equipos 3 y 4 tuvieron algunas correcciones por parte de sus compañeros. Es por esto que se pudo registrar el cumplimiento de la sexta competencia sobre la comunicación del modelo y sus resultados.

### *Categoría 2*

Los resultados de la siguiente categoría proceso de aprendizaje del cálculo de volumen, fueron divididos en tres indicadores. En el primer indicador fue observado que los alumnos lograban aprender las características de los prismas y los conceptos de arista, vértice, caras y bases. Esto se basa en los registros hechos en la guía de observación cuando los alumnos llenaron la tabla de características de los prismas correctamente y en las entrevistas donde doce alumnos demostraron conocer lo que cada concepto significaba.

El segundo indicador comprobó que los alumnos construyeron y armaron desarrollos planos. A pesar de algunas dificultades con los instrumentos de medición, la entrevista documentó la descripción de los alumnos sobre el proceso de construcción de su prisma y sus dificultades, así como la información que buscaron para llegar a este resultado. Los doce alumnos expresaron cómo llevaron a cabo el proceso de armado de una manera muy similar.

Por último, del indicador sobre calcular el volumen de los prismas construidos, se registró que efectivamente los alumnos pudieron llegar a calcular el volumen del prisma que armaron. Los equipos siguieron diversos procedimientos, pero al final llegaron al resultado correcto.

## **Discusión**

En esta sección se presentará la triangulación de datos, es decir se analizarán los resultados de las diferentes fuentes y métodos de recolección utilizados (Hernández, 2010). El análisis se presentará organizándolo en las dos categorías principales que se describieron anteriormente.

### *Competencias de modelación matemática que se desarrollan.*

Para iniciar el ciclo de modelación, los alumnos fueron enfrentados a una situación problema. De acuerdo a Trigueros (2006), el diseño de las situaciones constituye un elemento central para que el uso de la modelación tenga éxito, puesto que un problema planteado en buenos términos favorece el compromiso de los estudiantes en su solución.

El trabajo del docente fue orientar sus discusiones, realizando preguntas que le permitieran saber si los alumnos habían comprendido el problema, cumpliendo la función que Trigueros (2006) establece. Con los resultados presentados en los instrumentos, se puede afirmar que todos los equipos conocían la incógnita y los datos que el problema les proporcionaba, y con ello, que era posible su resolución. De acuerdo a Bosch (2006) los alumnos entendieron la situación real e iniciaron la construcción de hipótesis para la construcción del modelo de resolución adecuado, desarrollando la competencia de estructurar el campo o situación a modelarse.

En la actividad del armado del prisma, los instrumentos reflejaron su creatividad e interés por el descubrimiento, al concentrarse en su trabajo y buscar diversas maneras de armar dicho prisma, beneficio que, según Aravena (2007), tienen las actividades basadas en la modelación de situaciones reales. Las dificultades se vieron superadas después de múltiples discusiones, los alumnos revisaron sus errores y los corrigieron, haciendo del proceso de modelación un ciclo, en el que el alumno puede retroceder las veces necesarias si detecta algún error (Hodgson, 1995). Por ello, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación matemática de traducir la realidad presentada en el problema a una estructura matemática.

En la actividad dos se les pedía a los alumnos que trataran de calcular el volumen que había en el prisma, estaban empezando a matematizar el problema, elaborando el modelo matemático a partir de los datos con que contaban (Aravena, 2007). De acuerdo con las respuestas más recurrentes, se analiza que los alumnos tenían una idea clara de lo que estaban haciendo en relación con la situación planteada, puesto que eran capaces de argumentar sus procedimientos que, de acuerdo a Trigueros (2006), es una consecuencia importante de la modelación matemática. Con los resultados de ambos instrumentos, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación de interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

Dentro de la competencia de trabajar con un modelo matemático, las discusiones de los equipos permitieron que llegaran a encontrar la respuesta correcta, aunque con procesos de resolución diferentes. Después de analizar el proceso que siguieron los alumnos para la creación de un modelo matemático y sus conversaciones, los cálculos que hacían y las correcciones a sus modelos, es posible afirmar que los alumnos produjeron y armaron un modelo matemático.

Sin embargo, era claro que los equipos, a excepción del equipo 2, no habían llegado a crear un modelo matemático perfecto y podía ser mejorado. Por ello, con la propuesta de acomodar su modelo para que fuera factible de utilizarlo para cualquier prisma, lo revisaron y pusieron al descubierto sus ideas, justificaron sus puntos de vista, confrontando, reconsiderando y modificando sus ideas (Trigueros, 2006). Se pudo observar claramente que los alumnos reflexionaron, analizaron y dieron una crítica al modelo y sus resultados.

Por último, en la actividad con la que darían a conocer sus resultados obtenidos por medio de una presentación de PowerPoint, los niños trabajaron en equipo en sus presentaciones y los resultados fueron alentadores. Los resultados muestran que cuatro equipos pudieron explicar sus procesos de resolución mostrando incluso sus errores y cómo los superaron. Los alumnos lograron desarrollar, gracias a las actividades basadas en la modelación, habilidades comunicativas como la explicitación de ideas, la comunicación de métodos y la justificación de procesos (Aravena, 2007). Con base en las presentaciones realizadas, y en los instrumentos que muestran las observaciones, se afirma que los alumnos pudieron desarrollar una competencia de modelación matemática de comunicar a los demás sobre el método y sus resultados.



### *Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen*

La guía de observación comprueba que los alumnos llenaron correctamente la tabla que se les proponía completar con el nombre, dibujo, y las características de diversos prismas, como el número de vértices, el de aristas, el de caras y la forma de éstas. En la entrevista también los alumnos mostraron una comprensión de lo que cada término significa, por tanto, se afirma que los alumnos pudieron conocer las propiedades básicas de los prismas.

Se registró también que los equipos no tuvieron problema con el dibujo y armado del desarrollo plano del prisma, siéndoles de gran utilidad la búsqueda de información en internet que les permitió guiar su construcción. Las discusiones ocurrieron durante todo este proceso, validando lo que Vara (2004) en su investigación reconoce, que en el estudio de la geometría el tratamiento de problemas debe desarrollar la capacidad para producir conjeturas, comunicarlas y validarlas. En la entrevista, los alumnos describieron el proceso que siguieron de manera muy clara y precisa. Por tanto se afirma que se pudo cumplir con el propósito de construir y armar desarrollos planos de prismas con efectividad.

Con las observaciones realizadas se muestra que los cuatro equipos pudieron construir una fórmula para calcular el volumen del prisma y contestaron el problema correctamente, aunque utilizando diversos métodos de resolución. Así, la actividad permitió que los alumnos resolvieran problemas sobre volumen, y no sólo reducirlo a la aplicación de una fórmula, probando las matemáticas como un desafío que los llevó por múltiples caminos para encontrar una solución al problema planteado (Arteaga, 2005). Los instrumentos analizados validan que el propósito de calcular el volumen de diversos prismas fue cumplido satisfactoriamente.

### **Conclusiones**

El trabajo con la modelación matemática con los alumnos de sexto grado de nivel primario permite evidenciar algunas ventajas para el aprendizaje del cálculo de volumen. Las diversas actividades que los alumnos resolvieron en sus equipos, llevaron al desarrollo de las seis competencias de modelación matemática establecidas en el informe PISA (2003). El desarrollo de dichas competencias permitió a los alumnos experimentar el proceso cíclico de la modelación matemática, en el que pasaron de una situación no matemática a un modelo matemático, que construyeron, trabajaron con él y además pudieron analizarlo y corregirlo; para después llevar la respuesta a la realidad y dar respuesta al problema planteado.

En el proceso de aprendizaje del cálculo de volumen de prismas, se reconocen como ventajas el planteamiento de un reto o situación problema relevante para los alumnos, lo que sirvió de motivación inicial. Además, el trabajo en equipos promovió la confrontación de resultados con los que se enriquecían y mejoraban los procedimientos de solución. Así mismo, se reconocen también las bondades del trabajo con las webquest en el aula. La webquest permitió a los alumnos buscar información necesaria para resolver las tareas que se les pedían, además de brindar una motivación enorme a los alumnos de trabajar con un programa que les permitiera ser ellos los que guiaran su proceso de aprendizaje.

Por último y como sugerencias para futuras investigaciones, se recomienda ampliamente el trabajo con la modelación matemática para alumnos de educación primaria. Sería importante conocer en qué otros contenidos temáticos del grado o de grados inferiores se pudieran desarrollar eficazmente las competencias de modelación matemática. Para el trabajo con la

webquest, es importante señalar que el previo del docente, en la búsqueda de información necesaria y de acuerdo a los gustos e intereses de los alumnos es indispensable para su correcta puesta en marcha.

## Referencias

- Aravena, M. Caamaño, C. (2007). Modelación matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios pedagógicos*, 23, (2), pp. 7-25, Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art01.pdf>
- Arteaga Palomares, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 17 (001), Recuperado el 2 de febrero de 2010 de [redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517102.pdf](http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517102.pdf)
- Ávila, A. (2001). Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas. *Perfiles educativos*, 23 (093) Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=13209305>
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics in National*
- Cabero Almenara, J. (2007). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*, Madrid, España: Mc. Graw Hill.
- Cegarra, J. (2008). Webquest: Estrategias constructivistas de aprendizaje basada en Internet. *Investigación y postgrado*, 23 (001) Recuperado el 30 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=65823104>
- Hernández, S. Fernández, C. y Baptista, L. (2003). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hodgson, T. (1995). Secondary Mathematics Modeling: Issues and Challenges. *School Science and Mathematics*, 97, (5), pp. 351-358, Recuperado el 18 de enero de 2010 de [http://findarticles.com/p/articles/mi\\_qa3667/is\\_199511/ai\\_n8717546/](http://findarticles.com/p/articles/mi_qa3667/is_199511/ai_n8717546/)
- INECSE (2005). *PISA 2003, Pruebas de matemáticas y solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Niss, M. & Blum, M. (2007). Introducción. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Boston: Espringer
- Quiroz, S. (2010). *El desarrollo de competencias de modelación matemática en el trabajo con el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado utilizando las Webquest como tecnología de apoyo*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Virtual Escuela de Graduados en Educación, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey. Monterrey, México.
- Rodríguez, R. (2010, en prensa). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las Ecuaciones Diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. México.
- Secretaría de Educación (2009). *Programa de Estudio 2009, Sexto grado Educación Básica Primaria*, México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Trigueros, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo. Un estudio desde una perspectiva de modelación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11, (31), Recuperado el 18 de enero de 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/140/14003106.pdf>
- Universidad del Gobierno Vasco (2008). *Competencia matemática*, Educación secundaria Obligatoria, Departamento de Educación.
- Vara Orozco, M. (1999). El Geoespacio: un recurso para la enseñanza de la Geometría, *Antología sobre le geoplano y geoespacio*. México: SEP.