

## UNA APROXIMACIÓN SOCIEPISTEMOLÓGICA A LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

**Edith Miriam Soto Pérez, Rosa María Farfán Márquez.**

UASLP y Programa de Doctorado de la UAG. Cinvestav, IPN

[miriam@fciencias.uaslp.mx](mailto:miriam@fciencias.uaslp.mx), [rfarfan@cinvestav.mx](mailto:rfarfan@cinvestav.mx)

### Resumen

En este trabajo se presenta un primer acercamiento, al análisis de las prácticas preprofesionales de dos estudiantes de una carrera de formación docente en matemáticas; es un intento por conocer las actuaciones de los futuros profesores y las razones u orígenes de sus prácticas, con el propósito de reconocer los Elementos Sustantivos que dirijan su desarrollo profesional. Dicho acercamiento ha sido realizado desde un enfoque socioepistemológico; pues nuestro objetivo es: dilucidar, caracterizar y categorizar dichos Elementos Sustantivos, reconocer las relaciones que se dan entre ellos; así mismo poder establecer cómo se generan y transforman desde su naturaleza epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural. Nuestras aportaciones son una primera aproximación al objetivo establecido, por lo que se espera más adelante darle continuidad a esta investigación de tal manera que sea el fenómeno de reproducibilidad el que vaya dándole solidez a nuestros hallazgos.

**Palabras clave:** *Socioepistemología, Reproducibilidad, Formación de Profesores, Logaritmo*

### Introducción

Esta investigación parte del enfoque socioepistemológico al fenómeno de reproducibilidad, centrándonos en las prácticas preprofesionales de estudiantes que se están formando como profesores de matemáticas de nivel medio superior (EPM).

Se plantea como problemática, hacer un reconocimiento de los Elementos Sustantivos (ES) que debe impulsar el formador de profesores de matemáticas en las prácticas preprofesionales. El objetivo es, dilucidar, caracterizar y categorizar dichos ES; reconocer las relaciones que se dan entre ellos; así mismo poder establecer cómo se generan y transforman desde su naturaleza epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural.

Antes de precisar en qué consiste el fenómeno de reproducibilidad y cómo desde el enfoque socioepistemológico, se pretende responder a los objetivos planteados, se hace necesario establecer como punto de partida una concepción sobre lo que entenderemos por prácticas preprofesionales y desarrollo profesional.

En lo que respecta al *desarrollo profesional de un EPM*, lo entenderemos como “... su progreso respecto de su capacidad para analizar lo que ocurre en su práctica y adecuar su actuación a dicho análisis”, “de tal manera que muestre flexibilidad, autonomía y capacidad de adaptación al contexto”. (Climent, N. y Carrillo, J. (2007). “Este desarrollo profesional debe considerar necesariamente nuestro conocimiento profesional, nuestras concepciones y nuestra capacidad para reflexionar sobre el fenómeno educativo”. (Carrillo, 2007).

Por otro lado, *las prácticas preprofesionales* constituirán el medio a través del cual se espera impulsar el desarrollo profesional de los EPM. Lo anterior con sustento en los referentes teóricos que la matemática educativa ofrece, y de modo que estos EPM puedan establecer las relaciones entre la teoría que da fundamento al ejercicio docente y su práctica. Más específicamente, a

través de estas prácticas preprofesionales, se espera que el pensamiento y la acción (o la teoría y la práctica) guarden entre sí una estrecha relación dialéctica, esto es, como “... un proceso de interacción por medio del cual el pensamiento y la acción se reconstruyen permanentemente, en el seno del proceso histórico vivo que se manifieste en toda situación social real” (Carr y Kemmis, 1988, citado por Castillo, 2003 p. 114).

Por su parte, el fenómeno de reproducibilidad que estudiado desde la perspectiva socioepistemológica espera explicar cómo se generan y a qué responden las prácticas sociales en el contexto de la construcción del conocimiento, se dirigirá aquí a las prácticas preprofesionales de los EPM. Específicamente se comparte la visión que sobre el estudio de reproducibilidad de una situación didáctica, se describe en Lezama (2005. p 349), como la construcción de un modelo que se propone reconocer los aspectos que caracterizan a los actores, elementos dinámicos del proceso que resultan determinantes **y no exclusivos de la situación**, así como esclarecer el papel jugado por las acciones individuales y colectivas constitutivas de las historias de clase, con el propósito de que dicho modelo se constituya en un factor de predicción. Para lo cual es necesario rescatar los invariantes en el estudio de varias historias de clase, o, como en nuestro caso, rescatar los invariantes en el estudio de varias historias de prácticas preprofesionales.

Para lo anterior, la reflexión guiada sobre la práctica preprofesional por parte del estudiante para profesor, juega dentro del fenómeno de reproducibilidad un papel relevante, pues nos permite ir recorriendo su historia de práctica con datos significativos para su análisis, a la par propicia su desarrollo profesional.

Es importante mencionar además que, el enfoque socioepistemológico en Cantoral y Farfán (2003), se plantea como una aproximación sistémica que incorpora para la investigación de la construcción social del conocimiento; su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. Mientras que: “Estudiar el fenómeno de reproducibilidad de una situación didáctica o situación de aprendizaje implica establecer explícitamente los factores que posibilitan el logro de los propósitos didácticos de una misma clase, al repetirse en distintos escenarios” (Lezama, 2005).

En este trabajo, los avances teóricos logrados hasta el momento sobre el fenómeno de reproducibilidad desde un enfoque socioepistemológico, son llevados, al contexto de las prácticas preprofesionales de EPM, con la intención de reconocer los factores que posibilitan el logro de los propósitos didácticos, entre ellos, las actuaciones de estos estudiantes como elementos de interacción social en calidad de guías de actividades de aprendizaje.

En dichos avances teóricos correspondientes a profesores en ejercicio, se observan diversas prácticas que los profesores implementan con el fin de promover el aprendizaje en sus alumnos; por ejemplo:

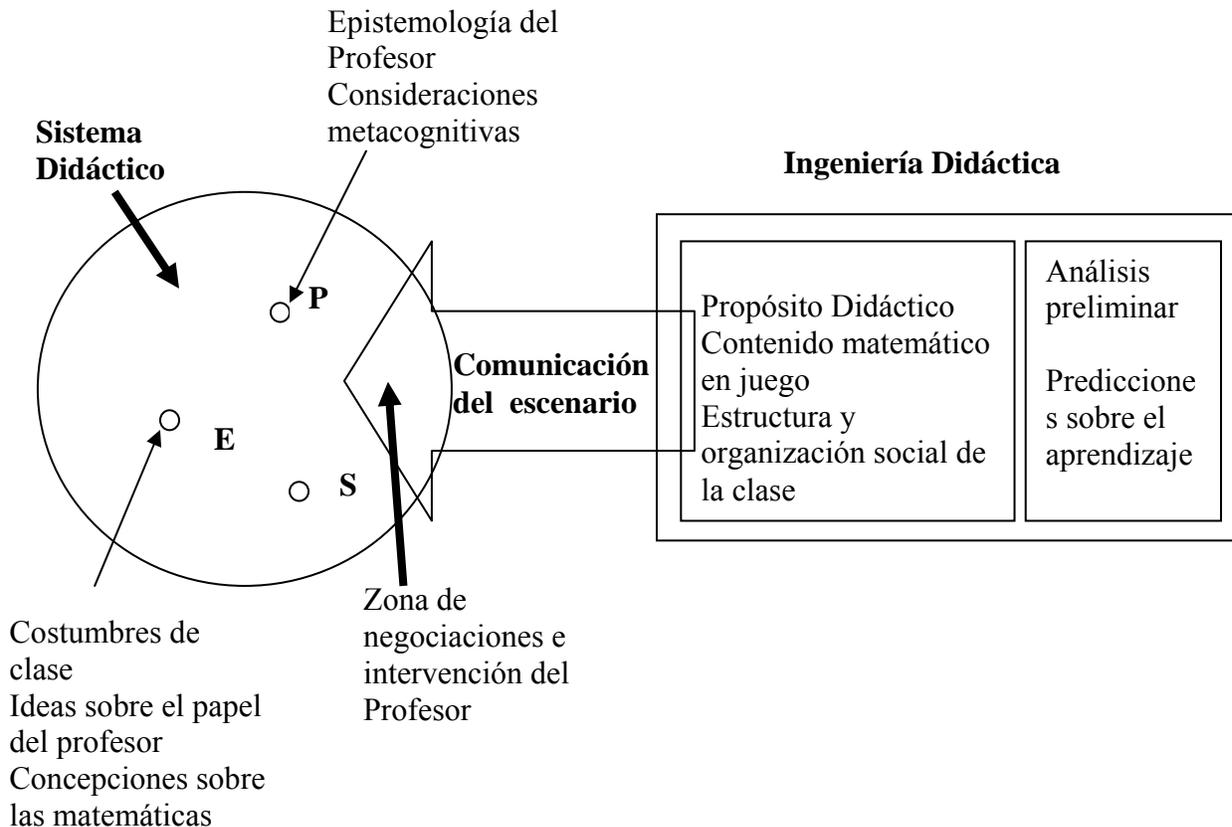
- Al interior del sistema didáctico el profesor es quien propone problemas, plantea y diseña actividades, sigue el curso de las interacciones del alumno con el saber a aprender. La intencionalidad didáctica del profesor y aceptación del problema por parte del estudiante provocará en ambos el desarrollo de un conjunto de prácticas e interacciones que caracterizan el contrato didáctico.
- El profesor tiene una posición privilegiada dentro del sistema porque domina el contenido matemático de la situación, conoce las características de sus estudiantes e interviene en el establecimiento de los propósitos de la ingeniería, adaptándola a partir de las características de sus alumnos. (Lezama, 2005).

Además, en el fenómeno de reproducibilidad:

- El profesor juega un papel determinante, es el polo del sistema didáctico que requiere dinamismo, pues exige de él que vaya más allá del dominio disciplinar, pues pone en acción sus concepciones acerca de la actividad como de los alumnos.
- Las interacciones entre profesores y alumnos permiten observar en toda su realidad, el sistema didáctico y los roles que asumen sus participantes. En estas pueden presentarse interacciones ambiguas, cuando no les quedó claro a ninguno de los participantes la dirección a la que había que dirigirse. O la interacción del profesor cuando observa que algún equipo de estudiantes no avanza, y entonces interviene al grado de que dichos estudiantes se hacen dependientes del profesor.
- Otro aspecto se refiere a la forma en que se ven afectadas las actividades de los estudiantes por carencia de antecedentes matemáticos (umbral de conocimientos).  
Lezama (2003).

El siguiente diagrama establece las consideraciones para el análisis del fenómeno de Reproducibilidad.

(Lezama, 2003, p. 39)



Es importante mencionar que con el propósito de ser coherentes con el enfoque socioepistemológico al fenómeno de reproducibilidad descrito, se propone a los EPM, poner en

escena una situación didáctica en el sentido de Brousseau (1986), específicamente sobre logaritmos, tomada de Ferrari (2008).

### Metodología

Los datos empíricos obtenidos son producto de la observación de las prácticas preprofesionales y de la reflexión guiada, que tiene una doble función: que impulse el desarrollo profesional de los EPM y que permita ir recogiendo su historia de práctica para el análisis epistemológico, cognitivo, didáctico y sociocultural. Para dicho análisis se consideran los avances teóricos logrados hasta el momento sobre el fenómeno de reproducibilidad desde un enfoque socioepistemológico, es decir, se atraen los elementos para un modelo de reproducibilidad de situaciones didácticas. Reconociendo su complejidad sistémica y evolutiva.

Las prácticas preprofesionales que están siendo objeto de observación en estos momentos y material base para este trabajo, las realizaron dos de las mejores estudiantes, de los últimos semestres de la carrera de Profesor de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UASLP, con estudiantes menos avanzados de esta misma Facultad. Una primera práctica se llevó a cabo en apoyo a los alumnos de uno de los grupos de primer año que estaba repitiendo el curso “Taller de Física y Matemáticas” por haberlo reprobado; y la segunda práctica con el grupo de “Didáctica de las Matemáticas”.

Se está aún realizando el análisis y categorización de los elementos presentes en el proceso de adaptación de las EPM a su nuevo rol, sin embargo se reportan aquí algunos avances. Se espera reconocer los obstáculos que enfrenta y cómo los supera, mediante la reflexión guiada. Y Se pretende dar continuidad a este tipo de investigaciones para rescatar los invariantes en el estudio de varias historias de prácticas preprofesionales.

Las sesiones fueron video grabadas para su revisión y reflexión.

Dichas estudiantes repasaron la Teoría de Situaciones Didácticas y la correspondiente Ingeniería Didáctica, basada en los resultados de investigación correspondiente al tema de logaritmos presentada en Ferrari (2001) y Ferrari (2008); a la par hicieron un reconocimiento del contexto sociocultural del grupo con el que realizaron la práctica.

Enseguida se presenta la primera actividad de la situación didáctica en cuestión.

La siguiente actividad ha sido tomada de la Tesis Doctoral en Matemática Educativa de Marcela Ferrari (2008).

### Actividad 1

#### Jugando con funciones logarítmicas.

Necesitamos reconstruir un juego, pero necesitamos que nos ayuden a completarlo y a descubrir las leyes que lo rigen. Por tanto, es todo un desafío.

1. Hemos encontrado algunas de las fichas de este juego, ¿podrían decirnos qué ficha falta y construirla?

64	4	16	8
6	2	4	3

2. En el reglamento se lee que se necesitan al menos 10 fichas para jugar. **Construyan** las fichas que faltan y **expliquen** las reglas que deben de seguir para construir más fichas.

3. Con estas fichas se puede multiplicar y dividir de una manera más sencilla que la que nos enseñan en la escuela. ¿Cómo creen que se les puede utilizar para tal fin?

Por ejemplo, tomen dos fichas cualesquiera y **determinen** la ficha que se debería elegir, entre las fichas que tenemos, para que podamos decir que “hemos multiplicado dos fichas”.

$$\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \quad ? \quad \begin{array}{|c|} \hline 32 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array} =$$

**Expliquen** la regla de multiplicar que han encontrado y pruébenla con otros pares de fichas.

4. Utilizando las fichas **construyan** las siguientes y **expliquen** brevemente que hicieron.

$$\begin{array}{|c|} \hline 17 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 28 \\ \hline \end{array}$$

5. ¿Cuáles de las siguientes fichas podrían pertenecer al juego si las completamos de acuerdo a las reglas establecidas?

$$\begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 0.25 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 1/32 \\ \hline \end{array}$$

**Expliquen** como construyeron las fichas y si rechazaron alguna, **argumenten** su decisión.

## Resultados y Discusión

*Epistemología de las EPM. Sobre la reflexión anticipada de las EPM ante la resolución y preparación de la situación didáctica, su contexto y su efecto en el trabajo de interacción con sus estudiantes.*

Es importante mencionar que el contexto de trabajo colaborativo entre las dos EPM, en esta etapa de resolución y preparación de la situación didáctica, propició una reflexión enriquecedora, pues permitió compartir y confrontar sus análisis de práctica.

Para poder valorar las actuaciones de las EPM como elementos de interacción social en calidad de guías de actividades de aprendizaje, es necesario conocer la forma en cómo estas EPM se apropian e interpretan la situación didáctica, pues:

“El propósito didáctico de la ingeniería se mantiene aunque el profesor cambie, el propósito didáctico no constituye un elemento subjetivo, sin embargo la manera como el profesor se apropie y lo interprete, sí afectará el desempeño de los estudiantes ya que se

producirán formas de interacción que estarán determinadas por el contrato didáctico.” (Lezama, 2003, p 124).

El objetivo que se plantea para la actividad en juego es: “Introducir a los estudiantes a la covariación logarítmica”, y “Que reconozcan la multiplicación y la suma como herramientas para generar variaciones especiales”. (Ferrari, 2008, p. II/I-26).

Las EPM resolvieron con éxito la actividad (lograron el objetivo plateado), aunque expresaron que se sentían inseguras pues ya no recordaban el tema de logaritmos. Manifestaron que al principio la actividad les causó angustia porque no veían la relación de la actividad con el concepto de logaritmo, el cual consultaron. Retomamos la reflexión sobre cómo Napier estableció precisamente la relación entre una sucesión aritmética y una geométrica para dar origen a este concepto, reconociendo las necesidades y contexto de la época, esto es, recuperando el análisis epistemológico atendido en Ferrari (2001). Esta reflexión jugó un papel muy importante en la práctica de las EPM al momento de institucionalizar los resultados de la actividad, pues hacen uso de este conocimiento para compartir con sus alumnos la importancia que este resultado tuvo en la época de Napier, en la que no se contaba con calculadoras. Este suceso parece aportar evidencia de cómo estas estudiantes relacionan parte del sustento teórico de su práctica, con la práctica en sí.

Después de resolver la situación, se les propuso a manera de reflexión anticipada, reconocer:

- el contenido matemático implicado en dicha actividad
- los conocimientos y habilidades matemáticas que se consideraban necesarias para la resolución de la actividad.
- qué se aprende
- cuáles pudieran ser los obstáculos epistemológicos que se predicen para la resolución por parte de los alumnos.
- y cuál sería su intervención ante la aparición de dichos obstáculos epistemológicos.

Se confrontó lo anterior con la propuesta que se hace en (Ferrari, 2008, p II/I-26), como los argumentos esperados y argumentos deseados.

Entre los aspectos más relevantes de esta reflexión las EPM reconocen como posibles obstáculos epistemológicos el rechazo de la ficha con cero y la construcción de las fichas con decimales o fracciones. El intento por resolver su intervención ante dicho obstáculo les permitió resignificar  $a^0$  y  $a^p$  cuando  $p$  es una fracción, que no pudo ser resuelta con la concepción de que “ $a^p$  representa al número que resulta de multiplicar  $a$  por  $a$  misma un número  $p$  de veces”, sin embargo les pareció más razonable el significado de estos conceptos a través de la actividad de multiplicar sumando. De igual manera resignifican las propiedades que los exponentes heredan a los logaritmos.

Vuelve esto a ser significativo en la interacción con sus alumnos, pues esta resignificación les permitió elaborar una intervención de desbloqueo para con sus alumnos, que demandaba de un dominio más profundo que aquel que lograron con la sola resolución de la actividad.

Por otro lado, se observan diferencias significativas en el trabajo de las dos estudiantes para profesor (practicantes), fuertemente influenciadas por la interacción con los alumnos con los que les tocó trabajar. En la primera práctica (con los estudiantes de “Taller de Física y Matemáticas”); Rosario, una de las practicantes, jugaba un papel muy dinámico, pasaba de una intervención de motivadora a provocadora de conflicto cognitivo, siempre pidiendo a sus estudiantes que explicaran sus respuestas y que las justificaran (*dimensión didáctica*), con dominio y seguridad sobre lo que estaba planteando (*dimensión cognitiva*), de igual manera desarrollaba su papel de des-bloqueadora sin que su intervención hiciera dependientes a sus

estudiantes de ella, esto se logró según su reflexión gracias a la aceptación de la actividad por parte de sus estudiantes y a los conocimientos previos de sus estudiantes (*dimensión sociocultural*). Pero su experiencia con el grupo Didáctica de las Matemáticas fue desalentadora para ella, pues sus estudiantes no aceptaron la actividad, no querían romper con el enfoque tradicional; sus estudiantes expresaron no ver la necesidad de interactuar con sus compañeras de equipo. Por el contrario para Jazmín, la otra practicante, su primera práctica fue difícil, mientras que en la segunda juega un papel muy dinámico.

Después de cada sesión las EPM y la investigadora, intentaban el rescate de los eventos más significativos, se analizaban y se proponían adecuaciones, esto propició la reflexión sobre la práctica. Ambas EPM apoyaban su reflexión en las creencias y concepciones que tenían sobre sus alumnos y sobre la actividad (*dimensión epistemológica*). Rosario mostraba mayor capacidad de análisis de su práctica que Jazmín. De igual manera se observa en las actuaciones de Rosario mayor flexibilidad, autonomía y capacidad de adaptación para enfrentar los retos o conflictos del contrato didáctico; por ejemplo, mayor habilidad de reconocer las dificultades que estaba enfrentando su alumno e intervenir sin que su intervención cambiara el sentido o propósito de la actividad, y capacidad para elaborar preguntas que ayudarán a desbloquear o dar sentido al trabajo del alumno. En tanto que Jazmín confiesa haberse visto ocasionalmente en la necesidad de ayudar a sus alumnos al grado de evidenciar la respuesta.

Ambas expresaron haber logrado un aprendizaje del tema de logaritmos y de la Teoría de Situaciones más significativo.

## Conclusiones

Es aún prematuro establecer a través de este análisis parcial los elementos que dirigen el desarrollo profesional de las estudiantes, pero se vislumbran algunos elementos necesarios para impulsar la capacidad de análisis sobre la práctica, relacionados posiblemente con el desarrollo de habilidades de intervención en el ámbito de los conflictos del contrato didáctico de tal manera que, el alumno obtenga la respuesta a través de razonamiento matemático y no por la decodificación de la convención didáctica. (Brousseau, 1986).

## Referencias

- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas. *Recherches en didactique des mathématiques*. (7)2, 33-115.
- Cantoral, R. y Farfán, R. M. (2003). Matemática Educativa. Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. (6)1, 27-40.
- Castillo, L. (2003). Reflexiones sobre la práctica pre-profesional y la formación docente. *UMBRAL. Revista de Educación, Cultura y Sociedad*. (5), 111-115.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2007). El análisis de clases de matemáticas en la formación inicial del maestro. Un estudio exploratorio. *Investigación en Educación Matemática XI*. 307-314.
- Carrillo, J. (2007). *Del Currículo al Profesor y su Desarrollo Profesional*. Trabajo presentado en XVI Encontro de Investigaçao em Educaçao Matemática, mayo, Portugal.

Ferrari, M. (2001). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Ferrari, M. (2008). Un acercamiento socioepistemológico a lo logarítmico: de multiplicar-sumando a una primitiva. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Lezama, J. (2003). Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Lezama, J. (2005). Una mirada socioepistemológica al fenómeno de la reproducibilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. (8)3, 339-362.