REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

www.fisem.org/web/union

ISSN: 1815-0640
Número 40. Diciembre de 2014
páginas 95-113

Dinamización Matemática:
A formação continuada como complemento da formação inicial: uma abordagem a partir de oficinas pedagógicas para professores dos anos iniciais do ensino fundamental na disciplina de matemática

Marta Burda Schastai, Sani de Carvalho Rutz da Silva

Fecha de recepción: 9/03/2013
Fecha de aceptación: 15/04/2014

Resumen	En este artículo se presenta un estudio sobre la formación del profesorado en los primeros años (que corresponde a la escuela etapa para niños de 6 a 10 años) a partir de talleres educativos para el contenido de las fracciones. La investigación se basó en una investigación cualitativa interpretativa, el análisis de los procedimientos adoptados por un grupo de profesores en los primeros años y sus ubicaciones. Por lo tanto, se concluyó que la continuación de la educación ayuda a aumentar el conocimiento de los docentes, tanto en profundidad conceptual, como en las estrategias de enseñanza y, en la práctica guiada del maestro en el aula, constituye un complemento a la formación inicial. **Palabras clave:** formación inicial, fracciones
Abstract	This article discusses a study on Teacher Education in the first years (corresponding to stage school for children 6 to 10 years) from educational workshops for the content of fractions. The research was based on a qualitative interpretative research, analyzing the procedures adopted by a group of teachers in the first years and their placements. Thus, it was concluded that continuing education helps to increase the knowledge of teachers, both in conceptual depth, as in teaching strategies and, when guided practice the teacher in the classroom, constitutes a complement to initial training. **Keywords:** initial training, fractions.
Resumo	O presente artigo aborda um estudo sobre a Formação de Professores dos Anos Iniciais (etapa que corresponde ao ensino para crianças de 6 a 10 anos) a partir de oficinas pedagógicas referentes ao conteúdo de frações. A investigação pautou-se na pesquisa interpretativa de natureza qualitativa, analisando os procedimentos adotados por um grupo de professores dos Anos Iniciais e os respectivos posicionamentos. Assim, concluiu-se que a formação continuada contribui para ampliar o conhecimento dos professores, tanto no aprofundamento conceitual, quanto nas estratégias de ensino e que, ao se pautar na prática do professor em sala de aula, constitui-se em um complemento da formação inicial. **Palavras-chave:** formação inicial, frações.

1. Introdução

Desde a promulgação da Constituição Federal do Brasil em 1988, que em seu artigo 205 determinou a educação como direito de todos e dever do Estado e da família, houve a convocação da sociedade para colaborar na promoção e incentivo de uma educação de qualidade que tornasse possível o pleno desenvolvimento da pessoa e a prepare para exercer sua cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Neste contexto, a escola assumiu sua função social ocupando o espaço de difusão do saber para todos e o professor passou a ser considerado cada vez mais responsável pela mediação nos processos de formação de cidadãos, na superação dos fracassos escolares e na redução das desigualdades sociais. Nos discursos das políticas públicas em prol da formação de cidadãos e suprimento de trabalhadores qualificados no mercado de trabalho tem-se destacado o conhecimento como base necessária à participação social e política.

Este discurso situa a escola como um espaço em que o professor desenvolve suas capacidades de aprender a trabalhar com o processo de ensino e aprendizagem de forma que o aluno construa seus conhecimentos e saiba utilizá-los na sociedade em que vive.

Segundo Tardif (2002) o professor precisa ser detentor de uma pluralidade de saberes para poder ensinar, tais como: saberes das disciplinas, dos currículos, do processo pedagógico, da sua experiência de vida na sala de aula, enfim, ele precisa ser um estrategista que desenvolva ações efetivas com aquilo que sabe, para que o ensino escolar resulte na elevação da qualidade da aprendizagem dos alunos.

Nas duas últimas décadas, tem sido observado intenso esforço na Política Educacional Brasileira para proporcionar aos professores uma formação voltada para a formação de cidadãos. Tem-se como exemplo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional no ano de 1996; a criação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica no ano de 2002; os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Médio nos anos de 2002 e 2006**,** respectivamente.

No entanto**,** estes esforços não têm sido suficientes para um eficaz resultado no sentido da escola proporcionar ao aluno o conhecimento suficiente para atender ao que o governo pretende com as novas regulamentações.

Maldaner (2011) é um severo crítico nesta questão quando afirma que, apesar das inovações sugeridas pelas novas regulamentações do governo, a educação brasileira ainda convive com uma realidade muito distante dos discursos políticos. O modelo de ensino pretendido na escola formal exige um professor reflexivo e com uma formação abrangente, porém as pesquisas voltadas para a análise docente revelam que as práticas pedagógicas nas organizações escolares não condizem com este tipo de profissional.

Os resultados das avaliações externas realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), mostram que, embora haja uma melhora significativa na qualidade da escola pública, ainda não foi atingido o patamar desejável especialmente ao se comparar com os resultados obtidos pelos países desenvolvidos. Há programas específicos de acompanhamento pedagógico e recursos financeiros para aquelas escolas que obtiveram notas muito baixas no IDEB, contudo estes programas necessitam de profissionais devidamente capacitados para efetivar a qualidade do ensino almejado.

Críticos do modelo da formação do professor relatam o distanciamento entre o que se aprende nos bancos acadêmicos e a realidade da prática na sala de aula. Segundo Pimenta (2007, p.16) ainda prevalece na formação do profissional professor "um currículo formal com conteúdos e atividades de estágios distanciados da realidade das escolas, numa perspectiva burocrática e cartorial que não dá conta de captar as contradições presentes na prática social de educar...".

A opinião generalizada dos pesquisadores da educação é de que nas ciências da educação, por muito tempo, houve negligência em relação aos saberes necessários para que o desenvolvimento da capacidade e competência do professor fosse suficiente para cumprir as exigências do ensino formal que hoje se pretende.

Buriasco (1999, p. 54) comenta que há na formação do professor um "formato apenas expositivo das aulas que estimula um aprendizado passivo; os futuros professores são acostumados muito mais a receber conhecimento do que a se apropriar dele, ou a criá-lo". Direcionando este posicionamento para a disciplina de Matemática, a autora afirma que a formação do professor concentra-se na prática matemática e não na prática do professor de Matemática, havendo "ausência de um olhar sobre o conteúdo matemático" necessário para a Educação Básica[1].

Visando sanar esta deficiência no ensino da Matemática, professores dos Centros de Formação Continuada em Educação Matemática e Científica da Rede Nacional de Formação Continuada das Universidades: Federal do Espírito Santo (UFES), Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) e Universidade Federal do Pará (UFPA) organizaram o material para o Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática[2] para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental[3] que correspondem ao ensino para crianças de 6 a 10 anos. O objetivo principal deste Programa concentrou-se na utilização do princípio da problematização dos conteúdos e das práticas cotidianas dos professores em sala de aula.

A partir do material disponibilizado por este Programa**,** foi proposto para um grupo de professores da rede pública que lecionam nos dois últimos anos do Ensino Fundamental (correspondente ao ensino para crianças de 9 e 10 anos) no município de Ponta Grossa – Paraná, um curso de formação continuada, cujo conteúdo pautou-se no ensino de frações.

As atividades foram distribuídas em oficinas pedagógicas que exploraram as três ideias das frações que foram adaptadas por Cleiton Batista Vasconcelos e Elizabeth Belfort (Belfort e Vasconcelos, 2006) do programa "Salto para o Futuro" da TV Escola, na série "Discutindo Práticas em Matemática".

[1] No Sistema Educacional Brasileiro, a Educação Básica inclui a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e Ensino Médio. A Educação Infantil corresponde ao ensino direcionado às crianças de 0 a 6 anos, o Ensino Fundamental corresponde ao ensino de crianças de 6 a 14 anos e o Ensino Médio destina-se a adolescentes acima de 14 anos.

[2] Pró-Letramento Matemática é um Programa de Formação Continuada de Professores para a melhoria da qualidade de aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. É realizado pelo MEC em parceria com as Universidades que integram a Rede Nacional de Formação Continuada e com adesão dos Estados e Municípios. Todos os professores que estão atuando como professores regentes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas podem participar (BRASIL, 2008).

[3] No Brasil, os Anos Iniciais do Ensino Fundamental correspondem ao ensino para crianças de 6 a 10 anos.

Estudos realizados sobre o Ensino de Matemática têm revelado que o aprendizado de frações é bastante sofrível, mesmo sendo conteúdo abordado sistematicamente a partir dos dois últimos anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (crianças com 9 e 10 anos). Entre estes estudos aponta-se a dos pesquisadores educadores Tânia M. M. Campos, Angélica Fontoura G. Silva e Ruy César Pietropalo (2009, p.131), afirmando que os alunos não assimilam, suficientemente, o conteúdo de frações para caracterizar um aprendizado, ainda que no Brasil se inicie “no 4º ano do Ensino Fundamental sendo retomado e ampliado sistematicamente nas duas séries iniciais subsequentes e, pontualmente, em todas as demais séries do Ensino Fundamental e Médio”.

Ainda, segundo Campos et al (2009, p.131), “os alunos egressos da educação básica têm pouco domínio das noções fundamentais relativas a esse assunto.” Dentre as diversas explicações prováveis para esse fraco desempenho, está a não proposição em sala de aula de atividades que possam favorecer a construção do conceito de números fracionários. A ausência de um processo metodológico adequado para que o aluno entenda, por exemplo, que as operações com frações são do mesmo conteúdo dos números racionais na forma decimal, com algumas particularidades que exigem diferentes estratégias e algoritmos, é uma situação verificada no dia a dia do ensino escolar (CAMPOS et al, 2009, p.132).

Outro exemplo é a metodologia adotada para encontrar o resultado da adição e da subtração de frações com denominadores diferentes em que se privilegia o algoritmo do Mínimo Múltiplo Comum – MMC. O cálculo do MMC é considerado pelos professores como um grande problema, especialmente porque exige a divisão simultânea de números, o que demonstra a preocupação dos professores com a operacionalização e não com os conceitos envolvidos.

Os alunos, ao efetuarem o cálculo do MMC entendem que estão tornando os denominadores das frações iguais, mas não conseguem explicar porque é necessário encontrar frações com denominadores iguais para realizar a adição e a subtração, processando-se assim, uma aprendizagem mecânica, conforme pode ser interpretado pelo relato dos alunos “o professor falou que era para fazer assim” é a resposta comum que se ouve dos alunos quando indagados porque calculam o MMC. Da mesma forma quando a questão é “Por que deixar os denominadores iguais?”, a resposta é “porque o professor ensinou que senão ficar igual não dá para resolver”.

Buriasco (1999, p. 24), comenta que assim se processa o “modelo frontal”, um método em que é “sempre o professor que apresenta as matérias à classe, ocupando quase todo o tempo em dar informações ou instruções de como fazer os exercícios, quer seja verbalmente quer seja escrevendo no quadro de giz e, em tentar manter silêncio na classe”. A autora destaca que este modelo de ensino obscurece a “capacidade de aprendizagem fazendo-os [os alunos] supor que são menos capazes do que realmente são” (BURIASCO, 1999, p. 26).

Realmente, com este processo de ensino não há espaço para investigar o porquê da necessidade de tornar os denominadores iguais. Muitos alunos continuam realizando a adição/subtração dos denominadores como se estivessem operando com os números naturais. E aí, o problema é de Aprendizagem ou de Ensino?

Um direcionamento para este questionamento está em Buriasco (1999, p. 33) ao atribuir o fracasso na aprendizagem da Matemática à inadequada introdução do ensino desta disciplina feita pelos professores. Toma-se como exemplo o conteúdo do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental (corresponde ao ensino para crianças de 9 e 10 anos), quando é introduzido o conceito de fração pela representação das frações a partir de figuras geométricas planas (círculos, quadrados, retângulos) em que os alunos "dividem" o todo de acordo com a quantidade de partes indicadas no denominador e pintam as partes indicadas no numerador. Tal procedimento se dá de forma descontextualizada.

Buriasco (1999, p. 63) vê nesta situação uma deficiência da atuação do professor que pode acontecer, "pela sobrecarga de atividades relacionadas direta ou indiretamente com o seu trabalho [o que os leva a] seguir atalhos, a economizar esforços, a realizar apenas o essencial para cumprir a tarefa que tem nas mãos." Esta situação em grande parte da atuação profissional do professor se dá pela espera de "que lhes digam o que fazer, iniciando-se um processo de depreciação da experiência e das capacidades adquiridas ao longo dos anos. A qualidade cede lugar à quantidade".

Neste contexto, o professor deixa de ensinar os alunos em virtude de não estar suficientemente preparado para a escola que hoje a sociedade exige. Este preparo não se encontra em cursos ou técnicas que não sejam resultado de um trabalho permanente de reflexão sobre as práticas pedagógicas e uma construção pessoal e profissional. Sem esta busca profissional é difícil para o professor proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa voltada para a compreensão de conceitos, evidenciando-se, assim, a necessidade de uma formação continuada que tenha como base o aprofundamento teórico e metodológico.

Sob estes pressupostos, no presente artigo descreve-se um curso de formação continuada tendo como tema o conteúdo de frações. O curso foi organizado em oficinas pedagógicas e foram abordadas as três ideias das frações apresentadas na programação do "Salto para o Futuro" da TV Escola, na série "Discutindo Práticas em Matemática", exibida pela primeira vez pela TV Escola no dia 28 de agosto de 2006 e, mais tarde, adaptadas por Cleiton Batista Vasconcelos e Elizabeth Belfort (Belfort e Vasconcelos, 2006), sendo elas: fração como parte de uma unidade, representação de frações na reta e fração como parte de um conjunto de elementos.

2 Procedimentos metodológicos para a realização das oficinas

Para a realização das oficinas foram convidados 15 professores que atuavam no Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa – Paraná nos dois últimos anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (corresponde ao ensino para crianças de 9 e 10 anos), os quais por uma questão de ética não são nominados, e suas respostas e desempenho foram avaliados como o todo de uma amostra.

Para estes professores inicialmente foi aplicado um questionário com perguntas abertas e fechadas com o objetivo de identificar as características da formação inicial da história profissional e de sua prática pedagógica em sala de aula. Também foram aplicados dois testes: o pré-teste que ocorreu antes do início das oficinas e o pós-teste aplicado após o término das oficinas com o objetivo de avaliar o nível de conhecimento dos professores em relação ao conteúdo de frações.

Os resultados do questionário e do pré-teste forneceram indicativos a respeito das lacunas existentes nos conhecimentos dos professores e forneceram dados que demonstraram a necessidade de intervenção pedagógica no que se refere aos conceitos e estratégias de ensino de frações. Mediante análise das dificuldades encontradas pelos professores foram planejadas oficinas pedagógicas abordando três ideias das frações conforme seguem. O pós-teste avaliou os avanços em relação ao aprofundamento do conteúdo de frações.

Ideia 1: Fração como parte de uma unidade

Segundo Campos et al (2010) a ideia de fração como parte de uma unidade é desenvolvida a partir da percepção de que ao realizar uma divisão de números inteiros nem sempre a resposta é um número inteiro, sendo então necessário recorrer à representação de partes de um inteiro, ou seja, um número fracionário. Exemplo: “Dividir três chocolates igualmente entre dois amigos. Quanto receberá cada um?” O número inteiro não é adequado para responder a essa questão, uma vez que na divisão será entregue um chocolate para cada amigo, sobrando o terceiro chocolate que, para ser distribuído igualmente, deve ser fracionado.

Assim, uma das formas de introduzir o conceito de fração é pensar a fração como parte de uma unidade contínua que não pode ser representada por um número inteiro. No exemplo citado, a unidade é a barra de chocolate que precisou ser dividida em duas partes iguais para então ser redistribuída. Cada uma dessas partes corresponde à metade da barra do chocolate e pode ser representada pela fração 1/2.

Segundo Belfort e Vasconcelos (2006, p.1) ao se pensar “fração como parte de uma unidade que foi dividida em partes iguais” o denominador representa a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador representa a quantidade de partes consideradas. A representação da fração 2/5, por exemplo, corresponderia a uma barra de chocolate que foi dividida em cinco partes iguais sendo representadas duas dessas partes, conforme mostra a Figura 1.

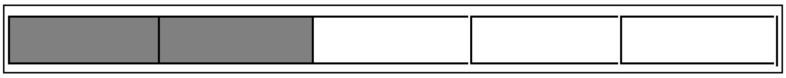

Figura 1. Representação da fração 2/5

Ao explorar fração como parte de uma unidade, Belfort e Vasconcelos (2006) alertam que o significado da palavra igual não se refere à forma ou quantidade, mas sim, à área.

Na Figura 2 observa-se que as partes pintadas dos retângulos representam a fração 1/2 sem que todas tenham a mesma forma.

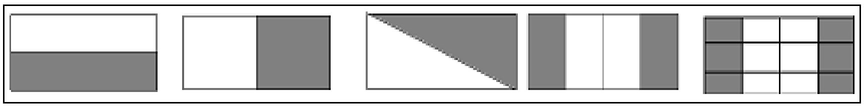

Figura 2. Diferentes representações da fração 1/2 na figura geométrica

Portanto, ao dividir o todo em partes iguais, é necessário considerar os termos “partes iguais” em relação à área e não em relação à forma. Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (que corresponde ao ensino para crianças de 6 a 10 anos) é comum observar que os alunos “dividem” o todo contínuo em partes que não são iguais em relação à área e nem à forma.

> É muito comum ele [o aluno] ter de repartir ou o pão, ou o bolo, ou o chocolate com o irmão ou irmãos, ou com um ou mais amigos. Cada um deles recebendo 1/2 ou 1/3 ou 1/4 do pão, do bolo ou do chocolate. Mas

> essa ideia deve ser aprimorada na escola, pois é muito comum os meninos pequenos falarem que querem a “metade maior”. Isso significando que o conceito de fração como parte de um todo que foi dividido em partes iguais ainda não está bem construído (Belfort e Vasconcelos, 2006, p. 1).

Neste sentido, é importante que o professor, a partir das noções de fração que o aluno traz de casa, proponha situações de ensino para que ele amplie esse conhecimento, dividindo quantidades discretas e contínuas em partes iguais, sistematizando e abstraindo o conceito de divisão.

Sob estes pressupostos, a ideia de fração como parte de uma unidade foi explorada a partir da divisão de figuras geométricas planas em partes iguais em relação à área e da construção das peças do Tangran, desenvolvidas nas Oficinas 1 e 2.

A Oficina 1 recebeu a denominação “Divisão de figuras geométricas planas em partes iguais em relação à área” e teve como objetivos: incentivar a leitura e interpretação de textos matemáticos para o desenvolvimento de estratégias de ensino da Matemática; discutir os procedimentos utilizados para a construção do metro quadrado e do meio metro; aperfeiçoar habilidades de divisão de figuras geométricas planas em partes iguais, no que se refere à área.

Nesta oficina foi abordada a origem das frações; a leitura de frações; a construção de uma superfície com a medida de um metro quadrado; a construção de uma superfície com a medida de meio metro quadrado; a comparação do metro quadrado (forma de quadrado) com meio metro quadrado (forma de retângulo, triângulo) e a divisão de figuras geométricas planas em partes iguais, com o objetivo de proporcionar aos professores a reflexão sobre os conceitos envolvidos na construção dos números racionais e despertar neles o interesse pela leitura.

Para tanto, inicialmente o formador propôs aos professores os seguintes questionamentos: “Como se faz a leitura de frações?” “Existe uma única maneira de se fazer a leitura de frações?” “Quais são as regularidades encontradas na leitura das frações?” “Qual é a palavra utilizada no sistema monetário derivada do termo ‘avos’?” “O que significa a palavra ‘denominar’?

Estes questionamentos desencadearam discussões entre os professores e o formador a respeito do campo conceitual relacionado ao conceito de fração, transformando o estudo de textos em uma ação desafiadora e de interesse dos professores. Na sequência foram propostas algumas atividades.

A primeira será descrita a seguir e teve como enunciado:

a) Utilizando folhas de jornal represente duas superfícies, uma de um metro quadrado e outra de meio metro quadrado. b) Pergunta: A área da superfície de meio metro quadrado é igual à metade da área da superfície de um metro quadrado?

Em resposta ao item “a”, os professores construíram a superfície com um metro quadrado de área colando as folhas de papel umas às outras e, posteriormente, medindo e recortando uma superfície quadrada de um metro de lado, sem nenhuma dificuldade.

Para a construção da superfície com meio metro quadrado de área todos os professores utilizaram o mesmo processo colando as folhas de papel umas às outras e, posteriormente, medindo e recortando uma superfície quadrada com meio metro de lado, ou seja, com 50 cm de lado, convictos de que estavam resolvendo a questão corretamente.

Para responder ao item “b”, os professores sobrepuseram às duas superfícies construídas, conforme exposto na Figura 3 e perceberam que cometeram um equívoco.

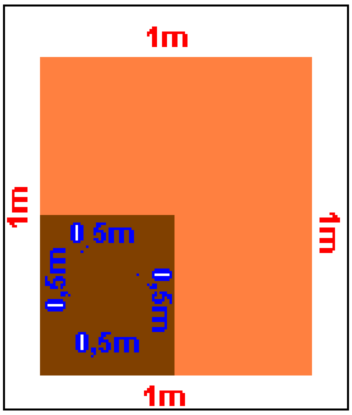

Figura 3. Sobreposição das superfícies de 1 m^2 e de 1/2 m^2

A partir da sobreposição das superfícies os professores perceberam que o quadrado por eles construído como sendo uma superfície de meio metro de área representava a quarta parte do metro quadrado e não a metade da superfície de um metro quadrado, portanto, havia um erro nesta construção.

A reflexão sobre o erro cometido desencadeou nos professores o processo de construção do conhecimento em ação. Segundo Vergnaud (1994) na execução de uma ação é que começa a reflexão sobre aquilo que se está aprendendo.

Após o grupo de professores ter percebido que a superfície quadrada inicialmente construída com 50 cm de lado era de 1/4 do metro quadrado criou-se um clima favorável para a construção do conhecimento: houve questionamentos, explicações, argumentações, análises e o cálculo da área de um quadrado de 0,5 m, obtendo-se 0,25 m^2 que corresponde à metade de meio metro quadrado e não 0,5 m^2.

Na sequência, os professores por meio de dobraduras representaram a partir da superfície de um metro quadrado de área a metade do metro quadrado, conforme mostra a Figura 4.

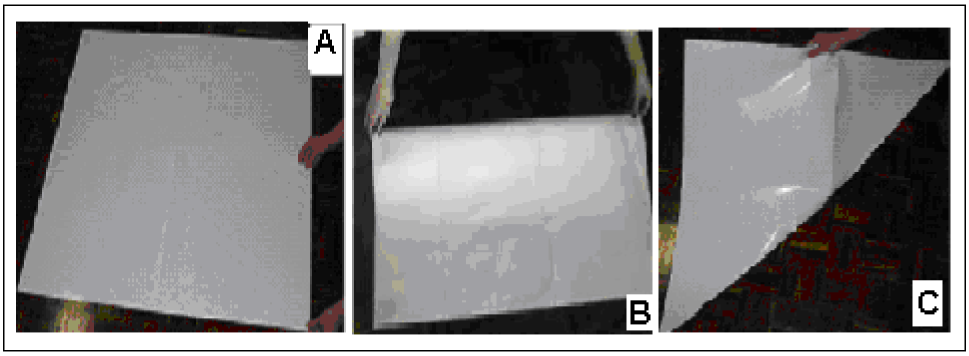

Figura 4. Divisão da superfície de um metro quadrado ao meio

Para representar meio metro quadrado alguns professores dobraram a superfície de um metro quadrado ao meio de forma a obter um retângulo conforme se visualiza na Ilustração B da Figura 4 e outros dobraram a superfície de um metro quadrado de forma a obter um triângulo conforme se visualiza na Ilustração C da figura 4. Posteriormente, o formador solicitou aos professores que comparassem as duas superfícies de meio metro quadrado recortando a superfície triangular e sobrepondo sobre a superfície retangular com o objetivo de oportunizar a visualização da igualdade em relação à área.

Assim os professores tiveram a oportunidade de vivenciar a divisão da superfície quadrada em partes iguais em relação à área independentemente da forma. Ao término desta atividade um professor verbalizou:

> Nunca mais vou esquecer como representar uma superfície com 1/2 m^2 de área. Tinha pensado que é um quadrado com meio metro de lado. Como se fala meio metro quadrado eu pensei na forma quadrada com 1/2 metro de lado. Pode ter a forma quadrada ou não, os pedreiros sabem disso e eu só sabia na fórmula.

Esta reação verbal vai ao encontro do objetivo da formação continuada em tornar o professor reflexivo. Na visão de Alarcão (2010, p.1), “ser reflexivo é muito mais do que descrever o que foi feito em sala de aula”. Percebe-se na fala do professor, que o mesmo não apenas expressa a falta de conhecimento para efetuar a divisão de uma superfície de um metro quadrado em duas partes iguais, como também a sua reflexão a partir da vivência de uma situação prática. É sob este contexto que Schön (2000) defende o profissionalismo adequado, ou seja, a percepção do profissional em relacionar a teoria à prática.

A Oficina 2 teve como título “O Tangran - um recurso lúdico para o ensino de frações”. Nesta oficina propôs-se a construção do Tangran[4] utilizando-se dobradura com papel sulfite, com o objetivo de reforçar os conceitos trabalhados na Oficina 1, ou seja, a divisão de uma superfície plana em partes iguais, considerando como partes iguais aquelas que possuem a mesma área, ampliando o conceito de fração como parte de um todo, a partir da fixação de cada uma das partes como uma unidade de medida.

Para a construção do Tangran foi disponibilizado para cada professor uma folha de papel sulfite da qual, por meio de dobraduras e recorte orientados pelo formador, cada professor retirou o maior quadrado possível. O quadrado foi novamente dobrado de forma a obter 16 quadradinhos, conforme mostra a Figura 5,

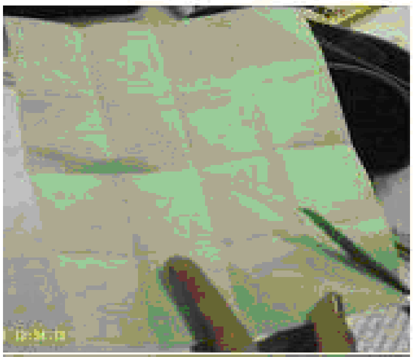

Figura 5. Início da construção do Tangran – vinco demarcando 16 partes de áreas iguais

[4] O Tangran é um quebra-cabeça chinês muito antigo composto por sete peças: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Essa atividade exerce grande atração tanto em crianças como em adultos e permite desenvolver a criatividade e explorar o pensamento lógico na composição e transformação de figuras.

Cada quadradinho passou a ser considerado como uma unidade de medida de área, e a partir da folha de papel quadriculada, os professores seguiram as orientações do formador e construíram o Tangran[5] por meio de dobraduras e recortes, conforme mostra a Figura 6,

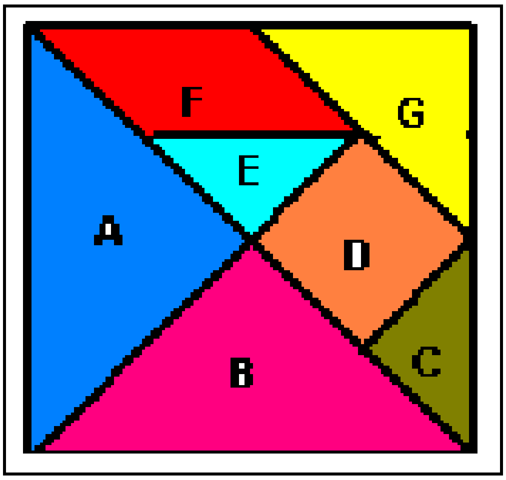

Figura 6. Peças do Tangran

À medida que os professores construíam o Tangran, identificavam as peças nomeando-as com as letras A, B, C, D E, F, e G, ao mesmo tempo em que visualizavam a composição e decomposição de figuras geométricas planas a partir do quadrado inicial e calculavam a área dessas peças[6].

Na sequência, os professores foram desafiados a montar quadrados utilizando 2 peças, 3 peças, 4 peças, 5, peças, 6 peças e, finalmente, as 7 peças do Tangran. Este exercício constituiu-se em uma ação lúdica que contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio lógico auxiliando na visualização de cada uma das partes em relação ao todo.

Neste sentido, a Oficina 2 teve como objetivos: identificar as peças do Tangran pela semelhança da área, pelo tamanho e forma geométrica; compor e decompor figuras geométricas planas utilizando as peças do Tangran como unidades de medida**;** introduzir o conceito de fração como parte de um todo contínuo. Para tanto, foi proposto o exercício:

Quadro 1. Exercícios da Oficina 2. Fonte: Autoria própria

b) Comparando a área das peças do Tangran
b1) Com base no Tangran construído e considerando que as suas peças C (ou E) têm valor igual a uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça D? 2. Qual é a área da peça F? 3. Qual é a área da peça G? 4. Qual o valor da área da peça A (ou B)? 5. Qual é área do Tangran inteiro construído?

[5] Ver passo a passo da construção do Tangran no Caderno Pedagógico intitulado "Oficinas na formação continuada de professores – uma estratégia a partir do Pró-Letramento Matemática para a construção do conceito de frações" (SCHASTAI e Silva, 2012).
[6] Para maiores detalhes do uso do Tangran em resolução de problemas que envolvem a compreensão de área e de frações ver LIMC (2010).

b2) Se a peça D do Tangran construído for considerada como uma unidade de medida, responda: 1. Qual é a área da peça C (ou E)? 2. Qual é a área da peça F? 3. Qual é a área da peça G? 4. Qual é a área da peça A (ou B)? 5. Qual é a área do Tangran?
b3) Considerando que as peças A (ou B) do Tangran construído têm valor igual a uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça C (ou E)? 2. Qual é a área da peça D? 3. Qual é a área da peça F? 4. Qual é a área da peça G? 5. Qual é a área do Tangran?
b4) Considerando o Tangran construído como uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça A (ou B)? 2. Qual é a área da peça D? 3. Qual é a área da peça F? 4. Qual é a área da peça G? 5. Qual é a área da peça C (ou E)?

Esta atividade mostrou-se inovadora para os professores, fazendo-os refletir sobre o processo de ensino, conforme se percebe na verbalização de uma professora:

> ... não estou bem segura em como trabalhar com meus alunos, mas com esse tipo de atividade estamos relacionando os eixos números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma. É possível explorar vários conceitos a partir de uma única atividade... o conteúdo ganha significado.

A tendência dos professores que exercem o magistério dentro de uma prática tradicional baseada na reprodução do conhecimento é de insegurança diante das situações que fogem do domínio que possuem.

Assim, as atividades vivenciadas pelos professores na formação continuada podem despertar a reflexão e eliminar a “passividade” do professor. Silva (2005, p. 9) comenta que é comum os professores construírem para o ensino de frações “organizações Matemáticas muito rígidas para números fracionários...”, ou seja, baseadas em regras que não privilegiam a construção de conceitos e as conexões entre os conteúdos.

A insegurança dos professores consiste em trabalhar com o “novo”, e é esta uma das funções da formação continuada: oportunizar ao professor condições de refletir sobre sua prática, de forma a ampliar seu conhecimento e desenvolver diferentes estratégias de ensino.

Ideia 2: Representação de frações na reta numérica

Estudos e pesquisas mostram que a maioria dos alunos brasileiros da Educação Básica não relaciona as frações com as medidas. Segundo Silva (1997, p.131) poucos professores utilizam o conhecimento de que o sistema de medida foi o responsável pelo surgimento das frações. Um dos fatores que pode estar interferindo neste processo refere-se ao uso do Sistema Métrico Decimal (SMD), em que se utiliza na prática social a representação das medidas na forma decimal e, dessa forma, a representação de medidas na forma fracionária passa despercebida, consequentemente abrindo uma lacuna entre a representação dos números racionais na forma decimal e a representação dos números racionais na forma fracionária.

Recordando que no SMD, a unidade fundamental de medida de comprimento é o metro (m), a décima parte do metro é o decímetro (dm), a centésima parte do metro é o centímetro (cm), a milésima parte do metro é o milímetro (mm), portanto, cada uma destas subunidades correspondem a uma fração podendo ser representadas respectivamente por 1/10, 1/100, e 1/1000.

Quando o aluno não faz esta correspondência dificilmente consegue perceber ao medir, por exemplo, o comprimento de uma mesa com 2 metros e 50 centímetros que esta medida pode ser representada por 2 metros e 50/100 do metro ou por 2,5 m. A representação das subunidades do metro por meio de frações, é pouco utilizada como uma estratégia para explorar o conceito de fração como ponto localizado na reta. Belfort e Vasconcelos (2006, p. 2), apontam que visualizar números fracionários na reta numérica é verificar a divisão de uma unidade em partes iguais. Só que, ao invés de destacar partes, destacam-se pontos da reta.

Para representar os números naturais utiliza-se uma semirreta conforme mostra a Figura 7. O número 1 é representado por um ponto na reta que dista uma unidade do zero para a direita, o número 2 pelo ponto que dista uma unidade para à direita do número 1, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre intervalos iguais.

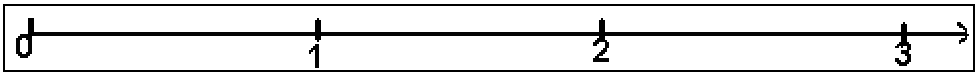

Figura 7. Representação dos números naturais na semirreta

Ampliando conceito de números naturais, ao representar a fração 2/5 Belfort e Vasconcelos (2005) utilizam um segmento de reta de 0 a 1 dividido em 5 partes iguais e nomeando os pontos respectivamente por A, B, C, D e E, conforme se visualiza:

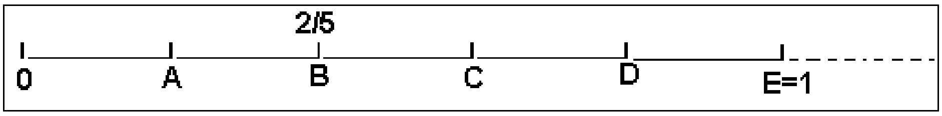

Figura 8. Representação da fração 2/5 no segmento de reta

O ponto A corresponde à fração 1/5 porque demarca a primeira parte do todo que foi dividido em 5 partes iguais, o ponto B corresponde à fração 2/5 porque demarca a segunda parte do todo que foi dividido em 5 partes, e assim sucessivamente. O ponto E corresponde a 5/5 e é equivalente a unidade considerada, ou seja, ao intervalo de 0 a 1.

Segundo Belfort e Vasconcelos (2006) quando o professor explora a ideia de fração enquanto um ponto localizado na reta numérica desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ajuda o aluno a visualizar a fração como um novo tipo de número, além de se constituir em um recurso didático para a visualização de frações equivalentes.

Para a representação da equivalência de frações alerta-se que a unidade representada nos segmentos de reta deve ter a mesma medida. Na Figura 9, visualizam-se dois segmentos de reta, um dividido em 5 partes iguais e outro em 10 partes iguais mostrando as frações equivalentes: 1/5 e 2/10; 2/5 e 4/10; 3/5 e 6/10; 4/5 e 8/10 e 5/5 e 10/10 por estarem representadas em pontos correspondentes nos dois segmentos.

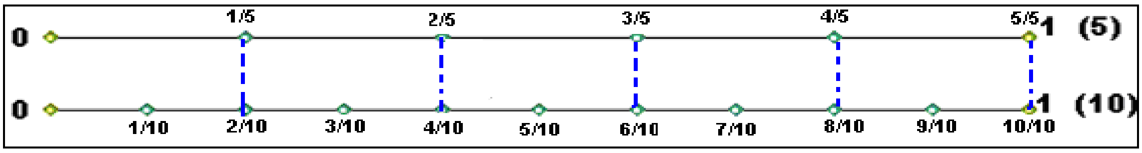

Figura 8. Representação de frações equivalentes em segmentos de reta

Nesta perspectiva, a Oficina denominada “Representação de frações em um segmento de reta” teve como objetivos: localizar frações em um segmento de reta; reconhecer fração enquanto número localizado em uma reta; identificar frações equivalentes por meio da comparação de pontos localizados em um segmento de reta. O início desta Oficina se deu a partir da leitura do texto “Representação de frações na reta numérica”, reforçando-se o conceito de fração como divisão do todo em partes iguais e a ideia de que para localizar as frações na reta numérica não se considera a área, mas os pontos marcados em intervalos iguais.

Na sequência foram propostos, aos professores, exercícios reforçando-se a ideia de frações enquanto números a serem localizados em segmentos de reta e a equivalência de frações. Um dos exercícios consistia em traçar 7 segmentos de reta com 30 cm de comprimento um logo abaixo do outro e na divisão de cada um deles em partes iguais conforme as seguintes orientações:

- primeiro segmento de reta dividir em duas partes;

- segundo segmento de reta dividir em 10 partes;

- terceiro segmento de reta dividir em 4 partes;

- quarto segmento de reta dividir em 8 partes;

- quinto segmento de reta dividir em 5 partes;

- sexto segmento de reta dividir em 15 partes.

Após a divisão dos segmentos em partes iguais foi solicitada aos professores a localização das frações: 1/2, 5/10; 3/4; 6/8; 4/5 e 12/15 respectivamente no primeiro, segundo, terceiro, quarto, quinto e sexto segmentos. No sétimo segmento deveriam ser indicadas as frações que correspondessem a um mesmo ponto nos segmentos de retas, ou seja, as frações equivalentes.

Na figura 9, observa-se a resolução do exercício.

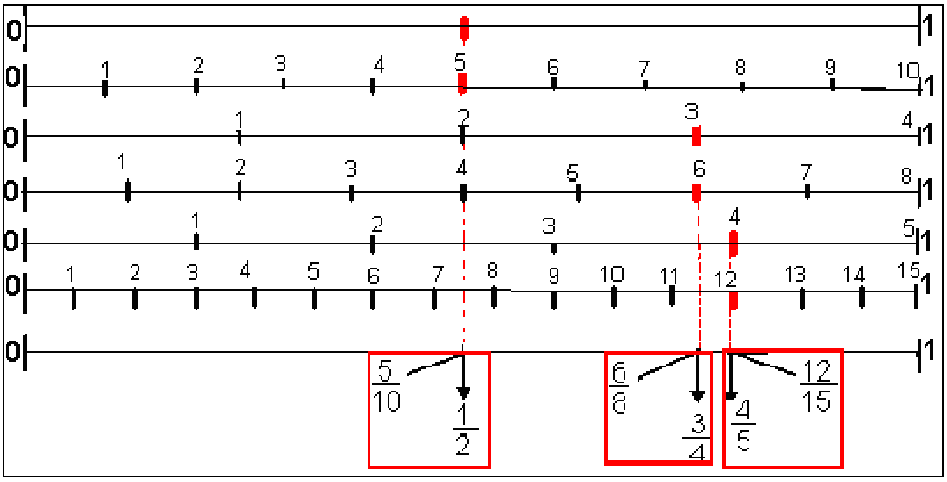

Figura 9. Representação de frações no segmento de reta

Ao término da atividade, um dos professores referindo-se à questão do pré-teste, em que todos os professores não haviam obtido êxito, verbalizou:

> Nunca trabalhei com a representação de frações na reta numérica. Quando vi aquela questão no teste me apavorei.

Este depoimento indica que, por algum motivo, não foi abordada a ideia de fração como um número localizado em um segmento de reta nos Cursos de Formação Inicial dos professores dos Anos Iniciais.

Lima (2010) ressalta que a representação da fração no segmento de reta é um processo que facilita a compreensão do conceito de fração como um número racional, e pode ser utilizada como uma estratégia para o ensino de frações equivalentes. Nesta perspectiva, um professor posicionou-se:

> Eu aprendi como representar frações em um segmento de reta. Qualquer ponto da reta pode ser representado por uma fração, é só observar em quantas partes o intervalo entre 0 e 1 (unidade) foi subdividido. A quantidade de subdivisões fica no denominador que diz em quantas partes a unidade foi dividida, e o numerador corresponde ao ponto em que for considerado.
>
> Trabalhar com frações na reta numérica para mim é novidade. Estou pensando em propor para os meus alunos uma atividade parecida com essa relacionando o centímetro e o milímetro. O centímetro será o todo e cada milímetro a décima parte do centímetro.

Estas falas remetem a um dos propósitos das oficinas que é dar autonomia ao professor para que possa transferir o conceito apreendido para outras situações ampliando e aprofundando os seus conhecimentos e de seus alunos.

Ideia 3 - Fração como parte de um conjunto

A partir da ideia de fração como parte de um conjunto**,** explora-se o conceito fração de uma quantidade discreta, ou seja, representa-se por meio de frações a quantidade de subconjuntos de um conjunto de elementos. O denominador indica a quantidade de subconjuntos em que o conjunto foi dividido e o numerador representa quantidade de subconjuntos que foram considerados.

Belfort e Vasconcelos (2006, p.3) incluíram esta situação como uma variante da Ideia 1 (Fração como parte de uma unidade) para grandezas discretas. Nesta situação associam-se as frações a subconjuntos de um conjunto, em que cada fração de um conjunto é um subconjunto do mesmo conjunto. Por exemplo, em um conjunto com 5 elementos, cada subconjunto com um elemento corresponde a 1/5 deste conjunto.

De acordo com Belfort e Vasconcelos (2006, p.3) o todo é um conjunto - uma grandeza discreta, e o que se divide são os elementos do conjunto, formando subconjuntos. Neste caso, as partes iguais não são necessariamente iguais em forma ou tamanho, sendo apenas iguais em número de elementos. Por exemplo, em um conjunto com quatro pessoas, independente de idade, de cor, de tamanho, de sexo etc., duas quaisquer dessas pessoas representam metade do conjunto, ou 1/2 do conjunto.

Para os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental se faz necessário planejar o número de elementos que compõem o conjunto de objetos que constitui o inteiro, e também, levar em consideração a natureza do objeto. Por exemplo, na prática, faz sentido dividir um pão em duas partes iguais e representar cada uma das partes pela fração 1/2, já não acontece o mesmo quando se propõe a alguém com pouca experiência com as frações, a divisão de um conjunto com três pessoas em dois subconjuntos, representando uma pessoa e meia em cada subconjunto.

Nesta perspectiva foi proposta a Oficina denominada “Fração como parte de um conjunto” que teve como objetivo representar frações e identificar frações equivalentes a partir de um conjunto de elementos.

Inicialmente os professores realizaram o estudo do texto “Fração como parte de um conjunto” e na sequência, foram propostos vários exercícios, dentre os quais se descreve apenas o primeiro, por ter sido o exercício que contemplou a representação de frações a partir de um conjunto de elementos, as frações unitárias e a equivalência de frações. Para este exercício foram utilizados materiais de contagem (material dourado, tampinhas), régua, lápis de cor, lápis de escrever e borracha.

O exercício consistiu na representação de frações a partir de uma quantidade discreta, ou seja, de um conjunto com 12 elementos e na identificação de frações equivalentes.

Com o conjunto de 12 objetos de contagem os professores representaram a divisão deste conjunto em 1, 2, 3, 4, 6 e 12 partes iguais, conforme se visualiza na Figura 10.

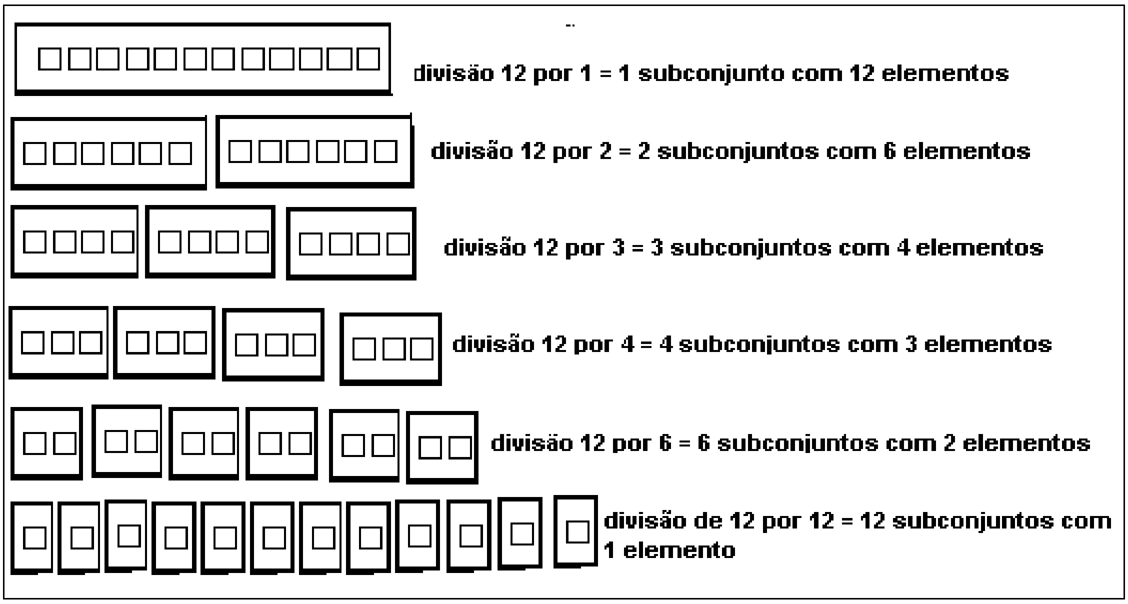

Figura 10. Representação da divisão de 12 elementos em 1, 2, 3, 4, 6, e 12 partes

Após a divisão do conjunto de 12 elementos em 1, 2, 3, 4, 6 e 12 partes iguais, os professores foram orientados pelo formador quanto ao preenchimento da tabela que está representada na Figura 11, registrando na terceira linha o resultado da divisão de 12 elementos em uma parte (12:1=12), ou seja, 12; na quarta linha o resultado da divisão de 12 elementos em duas partes (12:2=6) correspondendo a 6 elementos em uma parte e 12 elementos em duas partes; na quinta linha o resultado da divisão de 12 elementos em 3 partes (12:3=4) correspondendo a 4 elementos em uma parte, 8 elementos em duas partes e 12 elementos em 3 partes e assim sucessivamente até completar a tabela.

Número de partes em que o conjunto foi dividido	Número de elementos nas partes indicadas (subconjuntos)											
	1 parte	2 partes	3 partes	4 partes	5 partes	6 partes	7 partes	8 partes	9 partes	10 partes	11 partes	12 partes
1	**12**	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	**6**	**12**	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3	**4**	**8**	**12**	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4	**3**	**6**	**9**	**12**	X	X	X	X	X	X	X	X
6	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	X	X	X	X	X	X
12	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Figura 11. Reprodução da tabela que apresenta o resultado da divisão do conjunto de 12 elementos em 1, 2, 3, 4, 6 e 12 partes.

Na sequência, os professores pintaram as células da tabela que foi preenchida, seguindo a instrução de que quantidades iguais deveriam ser pintadas da mesma cor para facilitar a posterior visualização das frações equivalentes, conforme mostra a Figura 12.

Número de partes em que o conjunto foi dividido	Número de elementos nas partes indicadas (subconjuntos)											
	1 parte	2 partes	3 partes	4 partes	5 partes	6 partes	7 partes	8 partes	9 partes	10 partes	11 partes	12 partes
1	12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	6	12	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3	4	8	12	X	X	X	X	X	X	X	X	X
4	3	6	9	12	X	X	X	X	X	X	X	X
6	2	4	6	8	10	12	X	X	X	X	X	X
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Figura 12. Identificação de quantidades iguais com uma mesma cor

As frações que correspondem às mesmas quantidades de elementos são equivalentes e como cada cor está associada a um mesmo número, o processo de identificação fica facilitado conforme se visualiza na Figura 13.

COR DA QUADRÍCULA/QUANTIDADE DE ELEMENTOS	FRAÇÕES REPRESENTADAS POR QUANTIDADES IGUAIS DE ELEMENTOS
2	$\frac{1}{6}$ e $\frac{2}{12}$
3	$\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{12}$
4	$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{12}$
6	$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{6}{12}$
8	$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{8}{12}$
9	$\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$
10	$\frac{5}{6}$ e $\frac{10}{12}$
12	1, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{6}$ e $\frac{12}{12}$

Figura 13. Frações equivalentes conforme o número de elementos dos subconjuntos
Fonte: LIMC (2010)

Ao abordar o conceito de fração a partir de um conjunto de elementos, os professores perceberam que podem propor atividades aos alunos de modo que eles relacionem os conceitos que trazem de sua prática com a sistematização do aprendizado. Moreira e David (2010, p. 97) seguindo as recomendações dos PCN consideram que é dever do professor refletir e posicionar-se sobre que abordagem adotar; que noções e conceitos associados devem ser explorados; de que exemplos dispor e em que conhecimentos anteriores apoiar-se para ilustrar a ideia em discussão.

Ao término desta oficina, os professores passaram a analisar a possibilidade de discutir com os alunos o conceito de grandeza discreta e contínua, conforme a manifestação de um dos professores,

> Explorar a natureza da grandeza a ser utilizada para representar as frações faz sentido porque os alunos ficam mais críticos e terão uma visão maior do que quando fazem apenas cálculo.

Também houve o posicionamento dos professores a respeito de suas estratégias de ensino em sala de aula, percebendo que omitiam aspectos importantes da relação entre o conteúdo de frações e o dia a dia, conforme relato de um dos professores:

> Eu trabalho com a fração de grandezas discretas, passo exercícios dos livros didáticos para que os alunos encontrem 1/3 de 12 laranjas, 1/2 de uma dúzia de ovos. Nesta atividade nós fizemos a mesma coisa com os cubinhos de material dourado, a diferença é que também encontramos as frações equivalentes, isso foi novidade.

Neste comentário percebe-se que o professor muitas vezes traz como bagagem profissional somente “conhecimento absolutizado em sua forma compacta, abstrata e formal” (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 102), e que na formação continuada oportuniza-se saberes docentes “mobilizados, problematizados e ressignificados” (FIORENTINI e CASTRO, 2003, p.127). Percebe-se assim, que mais um dos objetivos da formação continuada foi atingido.

3 Considerações finais

As oficinas pedagógicas voltadas para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações desenvolvidas na perspectiva do Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais Pró-Letramento Matemática contribuíram para:

- Desestabilização dos professores no que se refere ao domínio do conteúdo de frações e a concepção de uma matemática pronta e acabada promovendo a inquietação que se transforma em incentivo para a busca de novos conhecimentos;
- Aprofundamento do conteúdo de frações por meio da contextualização e do trabalho com as diferentes ideias: como parte de um todo, parte de um conjunto e ponto de um segmento de reta;
- Troca de experiências entre os professores e desenvolvimento da autoestima ao conseguirem compreender a fração enquanto um número que quantifica;
- Inserção da prática de leitura de textos referentes às estratégias de ensino, conteúdos e pesquisas na área de Matemática e Educação Matemática;

- Desenvolvimento da autonomia dos professores para planejar as aulas a partir dos conceitos a serem construídos de acordo com as orientações dos PCN e para analisar a abordagem dos livros didáticos.

Conclui-se que a formação continuada dos professores promovida pelas Redes de Ensino é válida quando proporciona aprofundamento teórico e conceitual como complemento da formação inicial. A vivência de estratégias de ensino e o acompanhamento sistematizado por membros das equipes centrais das instituições mantenedoras proporcionam segurança para que o professor não se sinta isolado diante do desafio de ensinar e possa refletir constantemente sobre sua prática no sentido de promover um ensino voltado para a formação de cidadãos.

Bibliografía

Alarcão, I. (org.) (2010). Formação reflexiva de professores: estratégias de supervisão: Porto: Porto Editora.

Belfort, E.; Vasconcelos, C. B. (2006). Diferentes significados de um mesmo conceito – o caso das frações. In: LIMC Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e de Ciências. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Pró Letramento Matemática – Estado de Minas Gerais. Sugestões de estudo para frações - 1º Encontro. Disponível em: <http:√www.limc.ufrj.br/rede/mod/resource/view.php?id=855>. Acesso em 10 jan. 2011.

Brasil. Ministério da Educação (2008). Guia de livros didáticos PNLD: Matemática / Ministério da Educação – Brasília: MEC.

Buriasco, R. L. C. de (1999). Avaliação em matemática – um estudo das respostas dos alunos e professores. 238f.Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual Paulista. Marília.

Campos, T. M. M.; et al. Considerações a respeito do ensino e aprendizagem de representações fracionárias de números racionais. In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (orgs.) (2009). Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Recife: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Biblioteca do Educador Matemática, v. 6. Coleção SBEM, p. 131-138.

Forentini, D.; Castro, F. C. de. Tornando-se professor de matemática- o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIORENTINI, D. (org.) (2003). Formação de professores de matemática - explorando novos caminhos com outros saberes. Campinas: Mercado de Letras, p.121-156.

Lima, C. W. Representações dos números racionais e a medição de segmentos – possibilidades com tecnologias informáticas (2010). 201f. Dissertação (Mestrado Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus de Rio Claro. Disponível em: <www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/../woerle_lima_c_me_rcla1.pd>. Acesso 10/08/2011.

Limc. Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e de Ciências. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ.(2010). Material Pró Letramento – Fascículo 4 – Frações. Roteiro de estudos de frações – comentários sobre as atividades propostas. Disponível em: <http://www.limc.ufrj.br/rede/mod/resource/view.php?id=855>. Acesso em 10 jan. 2011.

Lins, R. C.; Silva, H.(2008). Frações. In: BRASIL. Ministério da Educação. Pró-Letramento: Matemática. Brasília: MEC.
Maldaner, A (2011). Educação Matemática - fundamentos teóricos práticos para professores dos anos iniciais. São Paulo: Mediação.
Moreira, P. C.; David, M. M. M. S (2010).A formação matemática do professor - licenciatura e prática docente escolar. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.
Pimenta, S. G. (org.) (2007). Saberes pedagógicos e atividade docente. 5.ed. São Paulo: Cortez.
Schastal, M. B.; Silva, S. C. de R. Caderno pedagógico: as oficinas na formação continuada de professores – uma estratégia a partir do Pró-Letramento Matemática para a construção do conceito de frações. (2012). Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Schön, D. A. (2000). Educando o profissional reflexivo – um novo design para o ensino e aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed.
Silva, M. J. F. da. (1997). Sobre a introdução do conceito de números fracionários. 245f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC. São Paulo.
_____. Investigando saberes dos professores do ensino fundamental com enfoque dos números fracionários para a 5ª série (2005).302f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. São Paulo.
Tardif, M.(2002). Saberes docentes e formação profissional. 5.ed. Petrópolis: Vozes.
VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. (1994). In: Nasser, L. (org.) Seminário Internacional de Educação Matemática. Anais. Rio de Janeiro, p.1-26.

Marta Burda Schastai é licenciada em Matemática pela UEPG (1995), mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela UTFPR – Campus Ponta Grossa (2012). Atualmente exerce a função de professora da Educação Básica atuando na Rede Municipal de Ensino como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e na Rede Estadual de Ensino como professora dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Ponta Grossa-Paraná-Brasil. **martaschastai@gmail.com**

Sani de Carvalho Rutz da Silva: Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (1993), Mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1998) e Doutora em Ciência dos Materiais pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2003). É professora e Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia na Universidade Tecnológica Federal do Paraná-Ponta Grossa-Paraná-Brasil. **sani@utfpr.edu.br**