

## CURSO DE HABILIDADES. UNA ALTERNATIVA PARA INCIDIR EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Isabel Tuyub Sánchez, Martha Jarero Kumul

Facultad de Matemáticas-UADY

[isabel.tuyub@uady.mx](mailto:isabel.tuyub@uady.mx), [jarerok@uady.mx](mailto:jarerok@uady.mx)

### Resumen

Las escasas herramientas matemáticas con las que cuentan los alumnos preuniversitarios se refleja en los altos índices de reprobación hacia los primeros semestres de estudio superiores. Este trabajo surge de considerar la pertinencia de una propuesta didáctica para favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas en alumnos que inician sus estudios en una facultad de ciencias exactas. En este extenso, discutiremos la experiencia del curso implementado dos veces a nivel piloto, con los cuales se obtuvieron resultados sobre su incidencia ante esta problemática.

**Palabras clave:** *Habilidades matemáticas, curso piloto*

### Introducción

Uno de los problemas que enfrentan las Instituciones de Educación Superior en México, es el bajo índice de eficiencia terminal; que se vincula con la deserción y el rezago estudiantil, que a su vez se relaciona con los altos niveles de reprobación escolar. Situación que se hace más crítica en programas relacionados con ciencias exactas.

La reprobación escolar se atribuye a diversas causas, mismas que clasifica Espinoza García (citado en Nava, Rodríguez y Zambrano, 2007), en causas de origen social y familiar, de origen psicológico, económicas, atribuibles al rendimiento escolar o causas físicas debidas a problemas de salud y alimentación inadecuada. Sin embargo, algunos factores que limitan la capacidad institucional para retener a los estudiantes son las diferencias entre los conocimientos con que egresan del bachillerato y el mínimo de aptitudes requeridas en los programas de licenciatura, así como la diversidad de planes de estudio de la educación media que conlleva distintos perfiles entre los aspirantes a la educación superior.

El reto y dificultad a la que se enfrenta un estudiante universitario durante su primer semestre o año de estudios, consiste en lograr asimilar en el corto tiempo, una serie de conocimientos nuevos. Para ello, se precisa contar con ciertas habilidades que no necesariamente han sido desarrolladas con anterioridad, por ejemplo, la habilidad para llevar a cabo procesos de análisis e interpretación de resultados matemáticos, la habilidad de un análisis gráfico de soluciones, entre otros. Más aún Diversas investigaciones dan cuenta de las carencias en los conocimientos matemáticos en alumnos preuniversitarios (Cadenas, 2007; Pochulu, 2004; Caronía, Zoppi, Polasek, Rivero y Operuk, 2008), entre los que destacan dificultades en la aplicación de propiedades, significados atribuidos a las literales, la no-aceptación de falta de cierre, así como dificultad en la lectura y comprensión de los enunciados de los problemas a resolver y consignas de trabajo, las cuales son atribuibles a la falta o no ejercitación de habilidades

La Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY) ha enfrentado problemas de reprobación y rezago escolar, cerca de los últimos 20 años. Este problema se ha observado mayormente en los primeros semestres, en las asignaturas de Cálculo y Álgebra

(Aparicio, Jarero y Ávila, 2007). Para tratar de atender este problema, desde 2005 se ha implementado y dado seguimiento a cursos de nivelación en matemáticas que se ofrecen a estudiantes de nuevo ingreso; basados en una prueba diagnóstica diseñada específicamente para valorar los conocimientos básicos del bachillerato.

El trabajo realizado a lo largo de cinco años, mediante la validación y ajuste de la prueba diagnóstica, ha permitido la determinación de su confiabilidad, así como el reconocer aquellos estudiantes con potencial de éxito y los potencialmente en riesgo de reprobación y rezago escolar durante su primer año de estudios. Además, se ha logrado la identificación de un conjunto de conceptos matemáticos en los que regularmente los estudiantes presentan dificultades, así como la ausencia de habilidades específicas necesarias en contextos de resolución de problemas donde se usan conceptos matemáticos que aún no son significativos para el estudiante.

### **Método**

Considerando en conjunto la experiencia académica adquirida tras la implementación de los cursos de nivelación, las exigencias de los cursos universitarios y las necesidades de los estudiantes preuniversitarios, se decide elaborar una propuesta de atención expresada en un curso que permita fomentar habilidades matemáticas. Este curso parte de considerar la diferencia entre habilidad y eficiencia de aplicar un algoritmo; la diferencia entre saber y conocer. Por ejemplo, se sabe que la eficiencia algorítmica se puede lograr de forma mecánica (automatizada) al realizar muchos ejercicios, en cambio, la habilidad se logra en la confrontación de errores y en acciones que permitan la reconstrucción de significados de conceptos.

El Curso de Desarrollo de Habilidades Matemáticas (CDHM) tiene como propósito el progreso de formas de pensamiento y habilidades matemáticas en estudiantes que inician estudios superiores. Para ello, se integra el estudio de conceptos y procesos matemáticos con el desarrollo de habilidades matemáticas cognitivas, no solamente se estudian las nociones y propiedades que permiten definir un concepto, sino, se busca desarrollar habilidades y formas de pensar matemáticamente. Es decir, propiciar que los estudiantes tengan oportunidad de pensar analíticamente, construir ejemplos y contraejemplos, resignificar en distintos contextos conceptos matemáticos que han sido los principales temas de reprobación de la Facultad de Matemáticas, generar argumentos de justificación de resultados matemáticos, entre otros aspectos.

El CDHM se centra en la noción de *relación matemática*. Dado el actual esquema pedagógico-didáctico seguido en la educación básica y media, así como los requerimientos (conocimientos previos y habilidades) para cursar satisfactoriamente los cursos de los primeros semestres en esta facultad de ciencias, se ha pensado en un programa temático organizado en torno al desarrollo de tres tipos de pensamiento asociados a la matemática: 1) numérico, 2) algebraico, 3) geométrico; los cuales se prestan para el desarrollo de habilidades como es la comunicación oral y escrita (Posso, Gómez y Uzuriaga, 2007).

### **Morfología del curso**

El CDHM se ha implementado en dos ocasiones a nivel piloto, con la intención de mejorar y acercarse a los objetivos deseados. Las actividades se desarrollaron a través de un cuaderno de situaciones y ejercicios secuenciados; en la primera aplicación incluía un conjunto de dieciocho actividades, que estudiantes debían trabajar de forma individual como grupal. Dichas actividades

no son tareas, sino más bien espacios para reflexionar sobre situaciones problemas que permiten la interacción y están relacionadas con un proceso de construcción de conocimiento (Martínez-Sierra, 2007). En su segunda aplicación el cuaderno de actividades estaba conformado por un compendio de trece actividades y tres evaluaciones, cuya dinámica de trabajo permaneció, solo que con asignación de tiempos por cada ejercicio y evaluaciones individuales al finalizar cada bloque de actividades que englobaban un mismo tema.

En la primera puesta en escena de la propuesta didáctica participaron 27 alumnos de nuevo ingreso a la Facultad de Matemáticas (19 hombres y 8 mujeres). En la segunda aplicación de la propuesta didáctica participaron 20 estudiantes (16 hombres y 4 mujeres) trabajando nuevamente quince horas.

El CDHM se diseñó considerando los temas que más causan confusión y a través de distintos registros de representación (numérico, algebraico y gráfico) los cuales se prestan para el desarrollo de habilidades como es la comunicación oral y escrita (Posso, Gómez y Uzuriaga, 2007). Así las relaciones matemáticas se contemplan en tres contextos: El uso de fracciones en sus distintos significados (Gairin, 1998; Arroyo, 2004; Parra y Flores, 2007), el uso de ecuaciones matemáticas (Ruiz, 2008), donde se involucra el significado de incógnita y variable, y el uso de función como una relación de dependencia entre variables, con problemas de modelación (Cabra y Gómez, s.f.) e interpretación.

## Resultados y discusión

La primera aplicación del curso nos permitió confrontar el nivel de los elementos a abordar con la realidad estudiantil, de donde los estudiantes destacan que trabajaron con formas y significados diferentes de las fracciones, ecuaciones y funciones que no conocían, sugirieron que las actividades se reduzcan en cantidad pero no en calidad y que aparezcan algunos más complejos. A partir de esta información y de una reflexión con los colegas del Cuerpo Académico de Enseñanza de las Matemáticas, se rediseñaron las actividades para una segunda implementación, tomando en cuenta la experiencia y énfasis de habilidades fundamentales detectadas en el curso piloto; se reforzaron las que causaron discusión y se reformularon otras para lograr el objetivo propuesto.

En su segunda aplicación, nuestro interés se fundamentó en determinar el impacto de las actividades en la interacción entre los estudiantes, quienes fueron puestos en un escenario diferente al que están acostumbrados, ubicados no en sillas individuales mirando hacia un pizarrón, sino más bien en mesas de trabajo, en equipos de tres personas y dos de cuatro integrantes.

A continuación, a manera de ejemplo consideraremos el análisis de las situaciones en las que se realizaron las actividades de fracción y ecuación, las actividades de la primera noción se enfocan más a que el estudiante identifique los distintos significados que se le atribuyen al símbolo  $a/b$ , como objeto, como operación, como proporción, entre otros; así como que identifique errores algebraicos de operaciones con fracciones. Las actividades sobre la noción de ecuación, se le presentan diversas situaciones en distintos registros de representación, y reflexionar cuándo una expresión es una ecuación, sus tipos de soluciones, su comportamiento gráfico, su uso.

Debido al estado de análisis de la implementación del curso piloto al momento de realizar el escrito. La manera en cómo se está considerando la forma de evaluar el curso es a través de una

evaluación formativa y colaborativa. El logro de los propósitos se pretende evaluar con la forma de interacción y respuestas de los estudiantes. Proporcionaremos algunos indicadores (de naturaleza matemática, sobre dificultades y de naturaleza no matemática, enfocado a aspectos sociales) que pueden dar evidencia de la pertinencia del curso de habilidades.

Con respecto a las actividades que se ubican en la sección de uso de fracciones, la mayor incidencia de dificultad fue al momento de identificar los distintos significados de la noción de fracción, como se aprecia en la parte de la evaluación representada en la Figura 1, en donde no se muestran ejemplos concretos, sino más bien resultados generalizados.

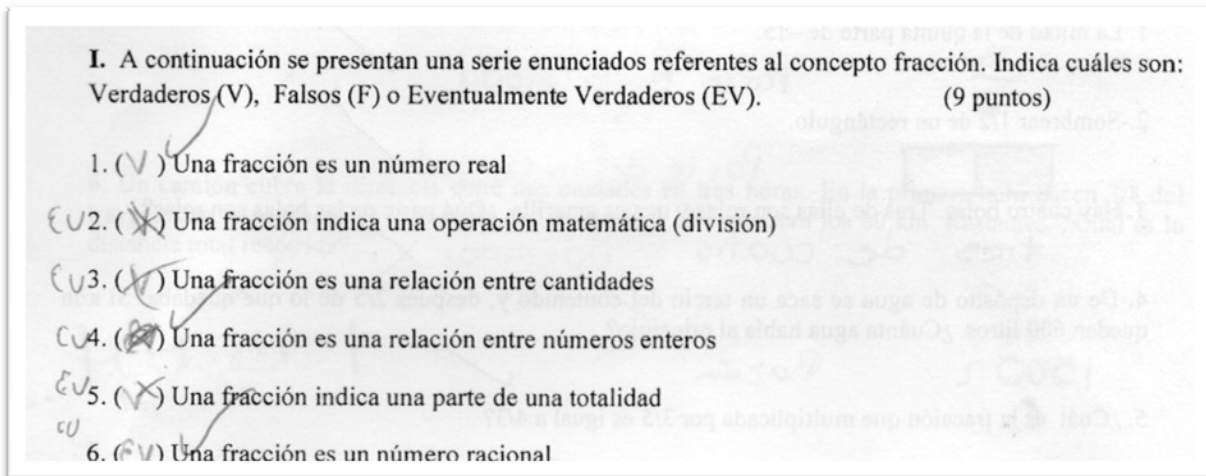


Figura 1. Parte de la evaluación sobre el uso de fracciones

Con respecto a elementos de naturaleza no matemática identificados en este uso está la interacción, la cual en un principio fue únicamente de sujeto y objeto, a pesar de estar reunidos por mesas y que las actividades se mencionaban hacerlo en equipos; sin embargo se apreció un cambio de interactuar con el objeto (ejercicios del material de actividades) a la interacción entre sus iguales, objeto e instructor, como se aprecia en la Figura 2.

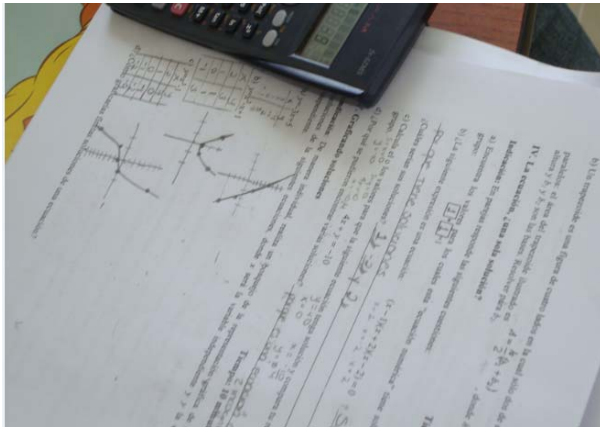


Figura 2. Interacciones en el curso de habilidades.

Con respecto a la situación de uso de la ecuación, comparado con la anterior, los estudiantes tuvieron dificultades al momento de despejar una variable de una ecuación de dos o tres letras. Las preguntas eran respondidas con dudas; no vislumbraban la relación que existía entre la dimensión espacial a emplear y el número de incógnitas, ligado al bosquejo gráfico de las soluciones de dos variables y de una incógnita.

Por ejemplo, en la Figura 3 a), la mayoría de los estudiantes utilizaron tablas para obtener la gráfica de todas las soluciones, y cuando se les pidió proporcionar una gráfica de una ecuación se obtuvieron diferentes respuestas como dibujar rectas en los puntos de solución como se aprecia en la Figura 3 b).

a)



b)

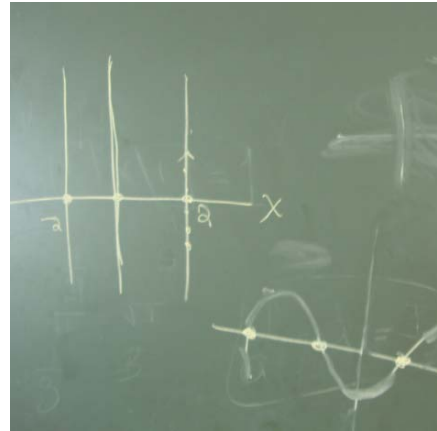


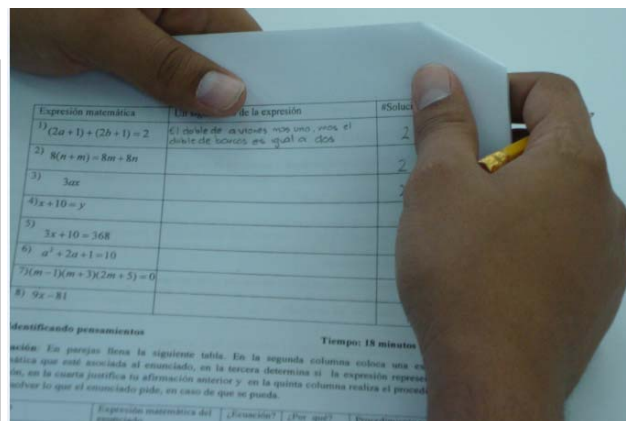
Figura 3. Una de las actividades propuestas para el uso de la ecuación y algunas soluciones de los estudiantes de la segunda implementación del curso piloto.

Cuando se colocaban problemas que involucraban situaciones cercanas a los estudiantes, los resolvían sin complejidad. Cuando se les proporcionaban diversas ecuaciones para que ellos plantearan un problema asociado y que proporcionaran su solución, el 100% de los alumnos optó por primer responder el número de soluciones de una ecuación. Al momento de discutir sus respuestas con el grupo la mayoría no representó correctamente algún ejemplo lógico con significado que relacione la relación de igualdad, es decir, pareciese que los estudiantes solo miran letras que hay que despejar, pero no tienen un significado sobre dependencia o comportamiento. En la Figura 4 a) se muestra una actividad referente a lo que se comenta, en b) y c) se aprecian estudiantes que primero contestaron el número de soluciones antes de colocar un significado coloquial a la ecuación. En c) se aprecia un ejemplo sobre un significado de la primera ecuación de la actividad: “el doble de naves más uno, mas el doble de barcos más uno es igual a dos”.

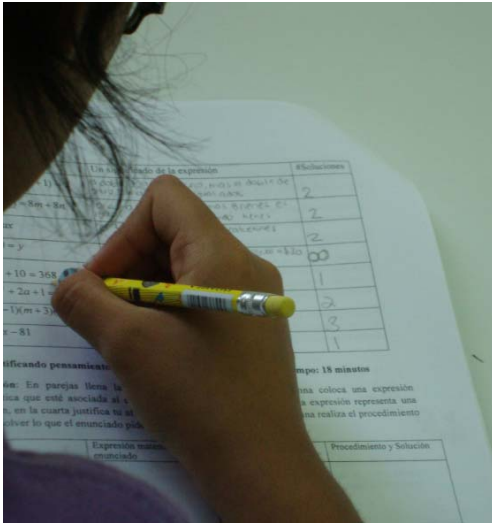
a)

Expresión matemática	Un significado de la expresión	#Soluciones
1) $(2a + 1) + (2b + 1) = 2$		
2) $8(n + m) = 8m + 8n$		
3) $3ax$		
4) $x + 10 = y$		
5) $3x + 10 = 368$		
6) $a^2 + 2a + 1 = 10$		
7) $(m - 1)(m + 3)(2m + 5) = 0$		
8) $9x - 81$		

b)



c)



d)

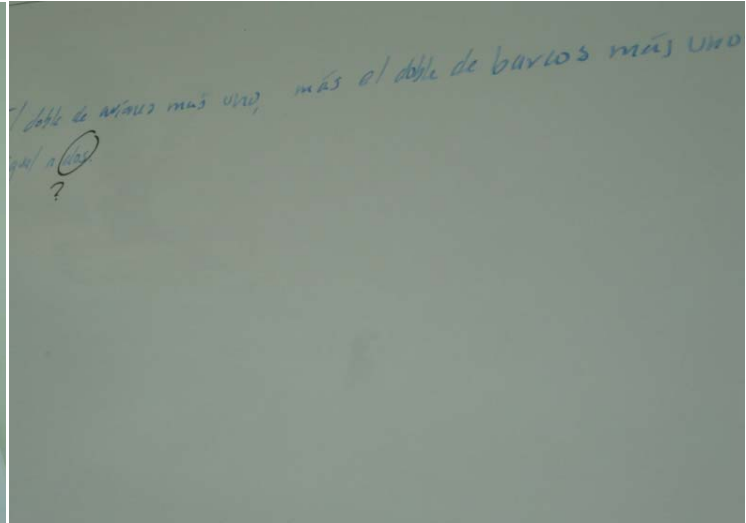


Figura 4. Actividad sobre significados de ecuaciones, cuya segunda columna dos generó discusión entre el grupo.

A pesar de lo que se comenta el párrafo anterior, fue la actividad en donde los estudiantes discutían no solo entre ellos, sino entre los instructores y el grupo completo, y posteriormente daban ejemplos al respecto, aunque cabe notar que al principio de la actividad, el desconocimiento o frustración de no poder proporcionar una interpretación lógica a la igualdad, en un principio solo generó interacción solo entre el objeto y sujeto.

Algo que fue interesante de observar es que las actividades que corresponden al uso de ecuaciones fueron resueltas en más tiempo del considerado y las de fracciones en menos tiempo.

### Conclusiones

Dentro de las interacciones y evaluaciones por escrito, se pudo apreciar en los estudiantes la ausencia de habilidades que por su propia naturaleza no se abordan de manera directa en alguna materia universitaria (porque no son parte del contenido temático). El análisis del número de soluciones de una ecuación, el uso de la modelación y graficación en distintos contextos para resolver problemas, la interpretación de las literales como objetos con significado, entre otros, involucran habilidades necesarias para proporcionar un razonamiento lógico y solución a las actividades. Las actividades permitieron que los estudiantes confrontaran errores propios, de sus compañeros así como los comunes que se han estudiado en investigaciones matemáticas para fracciones como ecuaciones.

Se identificó la *interacción* como un elemento no matemático que permitió generar habilidades, ya que funcionaron como herramientas propias del estudiante para resolver problemas y se intensificaban cuando algo les es confuso y quieren entenderlo con claridad.

Este curso contribuyó en los estudiantes, a tomar en cuenta aspectos que no son objeto de estudio de materia alguna, sino herramientas que refuerzan ciertas habilidades necesarias para los primeros cursos de cálculo y álgebra superior. Cabe mencionar que las habilidades no matemáticas adquiridas, como puede ser la capacidad para interactuar, gesticular; son habilidades de carácter social que trascienden el uso solo en situaciones dentro de la matemática.

El propósito del curso se cumplió en el momento en que las interacciones con sus iguales permitieron “pasar”, por ejemplo, de tabular puntos de una curva a mirar comportamiento gráfico de distintas ecuaciones, de tener más cuando de hablar de la noción de fracción en determinado contexto, de resolver problemas con procedimientos, construir argumentos entre ellos para explicar y comunicar su solución, aun creemos que falta refinar para abarcar habilidades contundentes y además profundizar en cómo poder evaluarlas para saber si en verdad este curso trasciende en sus cursos de licenciatura posteriores y de qué manera.

Si bien la apreciación de los estudiantes, es que los temas propuestos en el curso de habilidades son temas ya vistos por ellos y ambas comunidades consideraron a este curso como un repaso de matemáticas, se pudo apreciar un avance en la manera en cómo discuten e interactúan para resolver un problema, la manera natural de que se reúnan en equipo, confronten resultados distintos, identifiquen errores y realicen acciones en un ambiente donde no se obedece a lo que el profesor quiere escuchar y juntos reconstruir significados de conceptos permite generar habilidades básicas para cursar los estudios universitarios.

## Referencias

Aparicio, E., Jarero, M. y Ávila, E. (2007). La reprobación y rezago en cálculo. Un estudio sobre factores institucionales. *Premisa. Revista de la sociedad Argentina de Educación Matemática*. 35, 3 – 12.

Arroyo, S. (2004). *Los significados de las fracciones*. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos17/significados-fracciones/significados-fracciones.shtml>.

Cabra D. y Gómez J. (s.f.). *La función lineal en diferentes contextos*. Recuperado de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110456\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110456_archivo.pdf).

Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la universidad de los andes. *Revista ORBIS*, 2(6), 68 -84.

Caronía, S.; Zoppi, A.; Polasek, M.; Rivero, M.; Operuk, R. (2008). Un análisis desde la didáctica de la matemática sobre algunos errores en el álgebra. *Premisa. Revista de la sociedad Argentina de Educación Matemática*. 39, 27 – 35.

Gairin J. (1998). *Elección de un modelo para el estudio de las fracciones positivas*. Recuperado de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GairinJ98-2655.PDF>

Martínez-Sierra, G. (2007). Sobre la naturaleza y significados de los exponentes. Un caso de los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. En C. Dolores, G. Martínez, R. Farfán, C. Carrillo, I. López y C. Navarro (Eds). *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula* (pp. 123-168). México: Díaz de Santos.

Nava, G., Rodríguez, P. y Zambrano, R. (2007). Factores de reprobación en los alumnos del Centro Universitario de Ciencias de la Salud de la Universidad de Guadalajara. *Revista de Educación y Desarrollo*. Recuperado de [http://www.cucs.udg.mx/revistas/edu\\_desarrollo/anteriores/7/007\\_Nava.pdf](http://www.cucs.udg.mx/revistas/edu_desarrollo/anteriores/7/007_Nava.pdf)

Parra, M.A. y Flores, R. (2007). De la representación pictórica al algoritmo en problemas con fracciones: El proceso de solución de alumnos de secundaria con bajo aprovechamiento. En

Memoria *electrónica del Congreso Nacional de Investigación Educativa IX*, 1-10. Disponible en [CD-ROM]. Mérida, Yucatán. Consejo Mexicano de Investigación Educativa A.C.

Pochulu, M. D. (2004). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan en la universidad*. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>

Posso, A., Gómez, C. y Uzuriaga, V. (2007). Dificultades que aparecen en el proceso de Enseñanza-aprendizaje de la Matemática al pasar del bachillerato a la Universidad. *Scientia et technica* 13(34), 495-499.

Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación* 47(3), 1-8.