

# Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza de la geometría en décimo año mediante la resolución de problemas

Eithel Eduardo Trigueros Rodríguez  
Universidad Nacional de Costa Rica  
eitheltr@gmail.com

**Resumen:** Se presenta el diseño de una unidad didáctica para el aprendizaje de la Geometría en décimo año de la educación costarricense, aplicando la estrategia metodológica de la resolución de problemas. Esta unidad corresponde al resultado de un proyecto final de graduación de la licenciatura en Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

**Palabras claves:** Resolución de problemas, material didáctico, estudiante, profesor.

## Justificación

La principal razón para el diseño de este proyecto fue crear un texto que sirva como guía para los estudiantes y profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática que incorpore la metodología, disposiciones y contenidos del nuevo programa del MEP. Chevallard (1997), en su teoría de la transposición didáctica, expresa que la puesta en texto del conocimiento es un paso necesario dentro del proceso de transposición de los saberes (transformación que sufre el conocimiento desde que es creado hasta que es enseñado). Por esto los materiales didácticos constituyen una herramienta importante dentro del desarrollo de las lecciones, ya que proveen de una guía que le muestra al profesor una referencia en cuanto a la profundidad de los temas que se desarrollan.

Además, se escoge la metodología de resolución de problemas con el fin de que la unidad permita que “los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de los procesos que involucran la problematización de los contenidos en estudio” (Camacho y Santos, 2004, p. 45).

Sumado a la construcción de conocimiento que pueden realizar los estudiantes, esta metodología ha sido impulsada por organizaciones como la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2012) que afirman que la resolución de problemas debe estar presente como un proceso principal en la enseñanza de las matemáticas. Además el cambio de metodología impulsado por el Ministerio de Educación Pública (MEP) en el que se recomienda la resolución de problemas como método principal de enseñanza, permite crear este tipo de material didáctico que sea de utilidad para los docentes de secundaria.

Bajo estas premisas se planteó el siguiente objetivo específico: Diseñar una unidad didáctica para el aprendizaje de la Geometría en décimo año de la Educación Costarricense, en la que se aplique la estrategia metodológica de la resolución de problemas.

## Marco teórico

Para diseñar la unidad didáctica se adoptó una posición respecto a qué es un problema. Por esta razón se comparte el criterio de Torres (2006) quién afirma que los problemas:

[...] son aquellos que hacen referencia a contextos ajenos a las Matemáticas propiamente dichas, los que llevan dentro una cierta ‘historia’ que se puede contar. [...] serían una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad. (p.6)

Es importante destacar algunos aspectos en esta definición que fueron considerados dentro de la unidad. En primer lugar, la riqueza que da la contextualización a una situación problemática, pues, como lo menciona la autora, los problemas deben incluir este componente. Es por esto que cada guía que se creó en la unidad, inicia con un problema principal puesto en un contexto al cuál se le agregan otros problemas de profundización que pueden estar contextualizados o no.

El segundo aspecto que se deriva de la definición de Torres (2006) es que se marca una gran diferencia entre un problema y un ejercicio, pues un ejercicio es aquella actividad donde la solución se obtiene por utilizar un algoritmo ya conocido por el estudiante y que lo puede aplicar de manera directa e inmediata, mientras que en un problema esto no es posible. El programa de estudio del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2013) también proporciona una diferencia entre un problema y un ejercicio, pues define un problema matemático como aquella tarea que “busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos” donde el estudiante “piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad”. (p.29) Mientras que un ejercicio se define como una tarea matemática propuesta en el que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias para resolverlo.

El MEP establece tres niveles de complejidad en los ejercicios que se desarrollan en el aula, el primero de ellos es de reproducción y se definen como “ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados”. (MEP, 2013, p. 32) Un segundo nivel es el referente a los ejercicios de conexión, donde se busca solución de “problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante [que permitan] la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación”. (p.33) El último nivel de complejidad es el de reflexión. Los ejercicios que se ubican en esta clasificación son los que requieren de “formulación y resolución de problemas complejos, [...] de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados”. (p.33) Los niveles que se pretenden en este proyecto son los de conexión y reflexión.

Otra de las directrices dadas por el MEP que se asocian a la definición de problema propuesta por Torres (2006) es el estilo para organizar las lecciones. En este modelo se nombran cuatro pasos o momentos principales los cuales son propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa (etapa donde se comenta el trabajo realizado por los estudiantes y se discuten las respuestas obtenidas) y la etapa de cierre que es una etapa que puede incluir una “actividad que ‘concluye’ pedagógicamente el tema o los contenidos trabajados” (MEP, 2013, p.42).

La relación se establece principalmente en el trabajo independiente que deben llevar a cabo los estudiantes para resolver el problema. Un autor que fue pionero en este aspecto es el matemático francés Guy Brousseau en su Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986). El afirma que se debe proponer un problema particular al enseñado, que para resolverlo utilice los conocimientos previos como base, pero con el fin de lograr la adquisición de un nuevo saber. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el docente debe ser cauteloso luego de entregar la situación problemática al estudiante, pues de intervenir de manera arbitraria y descuidada puede dar al traste con el aprendizaje significativo de los estudiantes. El momento en el que el estudiante se encuentra resolviendo el problema es lo que Brousseau le llama situación a-didáctica, y además “*se establece una relación que determina [...] lo que cada protagonista el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de administrar y de lo que será responsable delante*

del otro [...] el contrato didáctico” (Brousseau, 1986, p.15). Este contrato es un supuesto ideal, tácito que consiste en que tanto el docente como el estudiante deben cumplir con sus roles dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, el estudiante se compromete a resolver la situación problema, y al profesor le corresponde no intervenir en ese momento y una vez que el enseñado resolvió la situación el docente garantiza la devolución del problema. Dicha devolución consiste en que el docente le hace ver o le muestra al estudiante cuál fue el nuevo saber que este encontró con la resolución del problema.

La unidad diseñada tiene como base estos pilares propuestos por Brousseau. Pero además está permeada por las teorías de Transposición Didáctica de Yves Chevallard (1997) y la de Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1991). Uno de los elementos más importantes que propone Chevallard (1997) es que si se quiere considerar la didáctica de las matemáticas como una ciencia, debe existir un “objeto de estudio”. Este objeto de estudio se conoce como el “sistema didáctico o, más ampliamente, el sistema de enseñanza” (p.12). Dicho sistema didáctico se compone de tres lugares básicos y una serie de elementos que intervienen y que tienen influencia en la composición del proceso educativo. Los tres lugares primarios son: “P: el enseñante, E: los alumnos, S: el saber enseñado”, formando también parte del sistema “las interrelaciones entre ellos” (Chevallard, 1997, p.26). Este sistema se refleja en la unidad por estar diseñada en dos versiones, una para los estudiantes y otra para los docentes. Ambas contienen los problemas propuestos y en la versión de los profesores se incluye una forma de solucionar cada situación, sugerencias metodológicas, las habilidades trabajadas, lineamientos respecto al tiempo y los saberes que se están construyendo.

Otro aspecto que se consideró en el diseño de la unidad, fue la inclusión de la tecnología como herramienta para la enseñanza de la matemática. La NCTM (2012) reconoce que dentro de la puesta de un currículo se debe incorporar el uso de la tecnología, pues la versatilidad que esta ofrece le permite al estudiante medir, mover, reducir, realizar conjeturas, verificar, graficar, tabular, entre otras muchas acciones que facilitan el aprendizaje del estudiante. Además, hay labores que para obtenerlas tradicionalmente se requiere de un trabajo exhaustivo por parte del estudiante, mientras que con el uso de la tecnología ese trabajo se reduce considerablemente. Dal Bianco, Martínez & Castro (2005) dicen al respecto:

[...] en estos últimos años la aplicación de nuevas tecnologías en el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje, en particular de las matemáticas, ha contribuido a comprender, relacionar y hallar soluciones a situaciones problemáticas que resultaban complicadas y tediosas para los alumnos al realizarlas en forma manual. (p.1)

El concepto de educación matemática que se busca es aquel donde el estudiante no aprenda fórmulas o “recetas” sino que desarrolla su capacidad de análisis, construya sus conjeturas y pueda corroborarlas, es decir que sus competencias en matemáticas se vean fortalecidas. Santos (2007) comenta al respecto:

Entre las reflexiones importantes [...] en la educación matemática se destaca el reconocimiento de que aprender matemáticas va más allá de que el estudiante domine un conjunto de reglas, algoritmos, fórmulas o procedimientos para resolver listas de problemas rutinarios. [...] durante el proceso de aprender matemáticas, los estudiantes necesitan desarrollar una disposición y forma de pensar consistente con la práctica o el quehacer de la disciplina. (p.36)

Con el propósito de potenciar estas habilidades es que se incluyó en la unidad didáctica el uso del software GeoGebra, con el cual se facilita la representación de las situaciones problema para el estudiante y que exista así una mayor comprensión de los temas tratados.

## **Marco metodológico**

Para el diseño de la unidad didáctica se llevaron a cabo las siguientes etapas: Identificación de habilidades específicas y conocimientos, la elaboración del marco teórico, el diseño de las guías para los estudiantes, la validación de las guías con expertos, la validación de las guías con estudiantes y por último se diseñaron de las guías del docente.

La identificación de las habilidades fue un trabajo conjunto con el asesor del proyecto, el M.Sc Alexander Borbón Alpízar, y consistió en la revisión del programa de estudios del MEP, valorando los niveles y la extensión de los contenidos, así se decidió crear la unidad para geometría de décimo año. Esa escogencia se validó con la aprobación del anteproyecto de este trabajo.

La etapa de elaboración del marco teórico, conllevó la revisión de material afín a la temática propuesta, donde se incluyeron artículos de revistas, libros, tesis, memorias de congresos y trabajos relacionados con el proyecto, tanto en fuentes impresas como digitales disponibles en internet.

En la tercera etapa se diseñaron las guías que componen el material de trabajo del estudiante. En total se elaboraron cinco guías que incluyen todas las habilidades propuestas por el programa de estudio del MEP. Este momento fue de mucha importancia pues se realizó una labor de búsqueda y creación de los problemas que conformarían cada una de las guías. Estos surgieron a partir de la observación constante, sugerencias que se encuentran en el programa del MEP y se la experiencia personal. Luego de tener este grupo de problemas, se incorporaron en las guías acompañándolos de los ejercicios para profundizar, que surgieron para reforzar las habilidades específicas o abarcar alguna habilidad que no se haya contemplado en el problema inicial. Todo este proceso se realizó en coordinación con el profesor asesor quién dio el aval correspondiente a cada problema, después de agregar las correcciones que se consideraron importantes.

Las siguientes etapas corresponden a un proceso de validación de las unidades por parte de jueces expertos y de estudiantes. Para esto se utilizó la investigación cualitativa, pues según Mendoza (2006) una investigación de tipo cualitativo se trata de estudios que se hacen en pequeña escala, donde no se pretende probar hipótesis ni se tienen reglas únicas de procedimiento, además, el método de recolección de datos no se especifica previamente con lo que la investigación es de naturaleza flexible.

Partiendo de estas premisas se determinó pedirle colaboración a cuatro profesores de la escuela de matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC) y a los dos lectores del proyecto: Lic. Marco Gutiérrez Montenegro y M.sc. Félix Núñez Vanegas. La recolección de la información se realizó mediante el uso de un formulario que completaron los profesores, donde brindaban observaciones sobre el lenguaje utilizado, la presentación de los problemas, el orden en las guías, combinación de colores, la profundidad y pertinencia de los problemas, los ejercicios adicionales, y cualquier otra observación que consideraran pertinente. Estas opiniones se analizaron y, una vez obtenidas las conclusiones, se tomaron decisiones sobre las modificaciones que se tenían que introducir a las guías.

Luego de concluir la etapa de validación por parte de expertos, e incorporar las modificaciones, se continuó con una etapa que consistía en llevar a la práctica la unidad didáctica en un escenario lo más cercano posible a la realidad para así poder analizar cómo resulta la interacción de los estudiantes con ellas.

Para llevar a cabo esta etapa de validación con estudiantes se utilizaron dos grupos de Taller de Software de Aplicaciones de la carrera de Enseñanza de la Matemática Asistida por la Computadora del TEC a cargo del profesor Lic. Marco Gutiérrez Montenegro; este es un curso que se les brinda a los estudiantes de primer año de carrera en el segundo semestre. Esta población de estudiantes era apta para la validación

puesto que recién estaban ingresando a la universidad y algunos de los conocimientos que se pueden utilizar para resolver los problemas planteados aún no los habían estudiado en secundaria ni se les había impartido en los cursos de la carrera. En total participaron veintiocho estudiantes utilizando la metodología descrita en las cinco guías y cada una de ellas fue trabajada al menos por tres subgrupos de estudiantes.

Para recolectar la información en esta etapa se utilizó la observación no participante y se analizó la copia de las guías que tenían los participantes donde anotaron sugerencias o comentarios sobre diversos aspectos que se consideraron importantes. En esta etapa participó el profesor encargado del grupo, pues se tomaron en cuenta las observaciones que él tenía sobre lo ocurrido en la clase recién terminada, esto enriquecía la validación y permitía agregar detalles que habían pasado desapercibidos para el investigador, además de lograr la triangulación de datos.

La última etapa del desarrollo de la unidad fue el diseño de las guías del docente cuyo proceso seguido similar al que se utilizó en las guías para los estudiantes, salvo que la validación de estas guías solo se realizó por medio del asesor de la tesis y los lectores. Era necesario contar con la última versión de las guías de los estudiantes para tomarlas como base en la creación de las guías de los docentes, pues aspectos tales como el tiempo, las recomendaciones metodológicas, y otros de los datos que se agregan al diseño de las guías para los profesores surgen de las anteriores etapas de validación.

Además como parte del diseño de estas unidades se dio una revisión de material para determinar la forma en que se podían presentar las guías y luego se establecieron de forma explícita las habilidades que involucra cada uno de los problemas y de los ejercicios, se determinó la metodología y el tiempo para cada guía, junto con algunas recomendaciones sobre la solución del ejercicio o bien indicaciones que le permitan al docente tener un panorama más amplio sobre lo que se pretende con las guías. Finalmente se explica una forma de resolver cada problema y cada ejercicio adicional, junto con un modelo para la institucionalización del conocimiento.

Cuando todos estos pasos se completaron se les entregó a los profesores lectores cada una de las guías de los docentes, en calidad de jueces expertos, para obtener sugerencias y modificaciones que se consideraron necesarias. Así se obtuvo la versión final de las guías para los docentes.

## **Conclusiones**

Una vez obtenidas las versiones finales de las guías para profesores y para los estudiantes se concluye que se logró a plenitud el objetivo general ya que se creó la unidad didáctica, además se concluye que es factible la creación de otras unidades didácticas para enseñar geometría de décimo año en Costa Rica con las nuevas disposiciones del programa del MEP, incluyendo tecnología y diferentes materiales para la elaboración de las situaciones problema que pueden resolver los estudiantes.

En el transcurso de cada revisión de las guías se notaron ciertos elementos que se enmarcan dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del tema propuesto que se tratan a continuación:

1. Se reconoce que implementar la metodología por resolución de problemas le devuelve al estudiante la posición fundamental dentro de la educación, sin embargo la actitud en cada uno de los participantes debe adaptarse a la nueva metodología. El docente debe motivar al estudiante para que éste se aventure a resolver los problemas, y el discente debe cumplir con su responsabilidad de buscar solución a cada situación y ejercicio.

2. Los problemas contextualizados deben ser cercanos a la realidad y a las vivencias del aula. Se debe aprovechar la resolución de problemas para provocar en los estudiantes una actitud de esfuerzo y de pensamiento crítico ante las situaciones planteadas, para erradicar algunas de las actitudes negativas con respecto a la matemática.

Además se encontró la siguiente limitación en el desarrollo del proyecto:

- El momento de transición que se vive el país desde el 2013 y hasta el 2015 dificultó realizar la validación para geometría de décimo en el aula. Los conocimientos de geometría para décimo año no están contemplados en el plan de transición para el 2013 y además los conocimientos previos que se necesitan para resolver algunos problemas aún no se han abarcado en años anteriores, por esta razón no se aplicó la unidad a estudiantes de secundaria.

## **Recomendaciones**

Al concluir este proyecto surgen algunas recomendaciones que con mucho respeto se presentan a continuación:

1. Las universidades y centros de formación deben adaptar el perfil de salida de los profesionales en docencia de la matemática. El cambio en la metodología produce que los profesores no estén familiarizados con la forma correcta de implementar la resolución de problemas y puede que se les dificulte la aplicación de propuestas como la realizada en este proyecto. Una forma de colaborar en este aspecto es dando capacitaciones sobre las teorías pedagógicas que enmarcan la resolución de problemas.
2. Tanto el MEP, universidades y centros de formación deben impulsar las capacitaciones de tipo tecnológico para la enseñanza en el aula. Los paquetes computacionales, como el GeoGebra (que es un software libre), debería ser dominado por la mayoría de profesores de enseñanza media de la matemática, pues son una importante herramienta para modelar, graficar, ilustrar, etc... reconociendo que el componente tecnológico no resuelve todos los problemas del aula. Estas instituciones deben insistirle a los docentes que no es indispensable contar con un laboratorio para involucrar la tecnología. Además se puede aprovechar en la medida de lo posible los recursos tecnológicos que tienen los estudiantes, como una forma de buscar solución a los problemas planteados.
3. Se recomienda a las universidades, centros de formación y a los estudiantes de enseñanza de la matemática continuar con proyectos como este, donde se busca la creación de unidades didácticas bajo la metodología de la resolución de problemas, de manera que el trabajo docente en el aula sea más sencillo ya que de por sí es un trabajo complicado donde no hay mucho tiempo para planear y construir problemas. No hay inconveniente en que existan varias unidades didácticas sobre el mismo tema, pues la variabilidad de los problemas enriquece las situaciones en el aula. Esto siempre y cuando no se olvide la realidad del país y la resistencia al cambio que pueda existir por parte de estudiantes y profesores.
4. Se les recomienda a los docentes de matemática que impulsen desde sus colegios grupos de trabajo donde se compartan las experiencias, los problemas, resultados que hayan percibidos al aplicar sus problemas, el procedimiento que utilizaron para implementarlos, los diferentes tipos de ejercicios, etc... Estas actividades generan una importante retroalimentación y enriquece mucho el trabajo en el aula.

## **Bibliografía**

- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. Publicado con el título: Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique de Mathématiques, 7(2), 33-115.
- Camacho, M. y Santos, M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las Matemáticas a través de la resolución de problemas. Números, 58, 55-60.
- Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Francia: AIQUE.
- Dal Bianco, N. Martinez, S. Castro, N. (2005). Aplicación de un Software en la Resolución de una Situación Problemática. En: Memoria del Cuarto Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática Asistido por Computadora.
- Mendoza, R. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa Diferencias y limitaciones. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos38/investigacion-cualitativa/investigacion-cualitativa.shtml>
- Ministerio de Educación Pública. (2013). Programas de Estudio Educación Diversificada. Costa Rica.
- National Council of Teachers of Mathematics (2012). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Santos, M. (2007). La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. Trabajo presentado en la XII conferencia Interamericana de Educación Matemática, celebrada en Querétaro, México, en julio de 2007.
- Torres, M. (2006) Aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas. *Aldadis.net La revista de educación*, 10. Recuperado de: <http://www.aldadis.net/r>