

Estrategias didácticas: un componente de la planificación de la lección de Matemática

Annia Espeleta
annia.espeleta@gmail.com
Ana Victoria Fonseca
anavicfon@gmail.com
Wendy Zamora
wendy.zamoracr@gmail.com
Universidad de Costa Rica

Resumen: Se discuten dos estrategias didácticas reportadas en investigaciones y se presenta una experiencia de aula, a partir de la aplicación de dichas estrategias con un grupo de estudiantes de secundaria de una institución pública costarricense; todo ello dentro del marco de la investigación acción, a partir de un diseño mixto de indagación.

Se establece una clasificación de las estrategias didácticas según tres componentes: afectivo, cognitivo y de interacción social, con el fin de clarificar las potencialidades y funcionalidades de las dos estrategias reseñadas y aplicadas. La investigación pretende producir insumos para la planificación de las lecciones, ya que la importancia de sistematizar las estrategias didácticas de acuerdo con nuestro contexto educativo costarricense, radica en la posibilidad de apoyar con planteamientos teóricos y prácticos al sector docente de Matemática.

Palabras claves: Estrategias didácticas, Educación Matemática, planificación, mediación pedagógica, procesos de enseñanza y aprendizaje.

Introducción

Shulman (1999, en Vadillo y Klingler, 2004) menciona que si se profesa algo, se es profesor o profesional. Uno profesa el entendimiento de algo (p.41). En este sentido se dice que se es docente de Matemática porque de algún modo se profesa la Matemática, y al decir profesar se hace referencia a las diferentes connotaciones que señala el Diccionario de la Real Academia de esta palabra, algunas a resaltar serían:

1. tr. Ejercer una ciencia, un arte, un oficio, etc.
2. tr. Enseñar una ciencia o un arte.
3. tr. Ejercer algo con inclinación voluntaria y continuación en ello. *Profesar amistad, el mahometismo.*
4. tr. Creer, confesar. *Profesar un principio, una doctrina, una religión.*
5. tr. Sentir algún afecto, inclinación o interés, y perseverar voluntariamente en ellos. *Profesar cariño, odio.*

De lo que se entiende que el docente matemático(a) ejerce su oficio de enseñar los contenidos matemáticos, con inclinación voluntaria (porque deposita diferentes afectos en ello) y con la creencia en la Matemática como disciplina que puede aportar al desarrollo y crecimiento de sus estudiantes (aunque algunas veces no se esté tan consciente de esa creencia).

Sin embargo, las experiencias de aula, nos muestran que no siempre ese profesar se traslada a la actitud y vivencia de los y las estudiantes en favor del educarse matemáticamente; en este sentido es válido pensar, entonces, en acciones que puedan favorecer “un contagio” de esa devoción hacia la Matemática que en buena teoría profesa el y la docente matemática.

Claro está, no se puede ser simplista a la hora de pensar en qué acciones promover; pero tampoco se puede caer en el fatalismo de que no hay mucho por hacer; sin duda alguna, hay elementos que retomar, por ejemplo, la literatura señala la importancia del uso de la didáctica en la enseñanza de los contenidos en cualquier disciplina. De ahí que, la presente ponencia pretende reseñar elementos relacionados con dos estrategias didácticas aplicadas al caso de la Matemática, dada la importancia de las mismas en la planificación de las lecciones matemáticas.

Antecedentes de la investigación

Martínez (2007) señala la necesidad de considerar tanto aspectos cognitivos como afectivos y contextuales, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En su opinión, en el aprendizaje de esta disciplina, se conjugan aspectos intelectuales con emocionales, estos últimos considerados impulsores clave de la actividad matemática.

Elementos como: los contenidos que se vayan a desarrollar en el aula, las decisiones a tomar, los objetivos que se deseen alcanzar, las capacidades y competencias que se quieran desarrollar, así como la selección y organización de las actividades de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, las actuaciones en el aula y el contexto, entre otros, están ligados con el afecto, según señala el autor.

De ahí el considerar durante la práctica docente y el desarrollo de la teoría de la Educación Matemática, las repercusiones que puedan tener factores tales como las creencias, los sentimientos, las emociones o las actitudes hacia la Matemática en el éxito o en el fracaso de los estudiantes o de sus docentes durante el desarrollo de los procesos de enseñanza, aprendizaje o evaluación de los conocimientos matemáticos.

Asimismo Groenwald y Martínez-Padrón (2007) han trabajado acerca de la caracterización y la aplicación de los juegos didácticos y de las curiosidades en el currículo de la Matemática, y señala la importancia de la valoración y la comunicación de los conocimientos matemáticos mediante el uso de dichas estrategias didácticas.

Según ambos autores las formas tradicionales de enseñar Matemática han cambiado, entre otras razones, porque se han aplicado métodos, técnicas, medios y recursos que hacen uso de actividades lúdicas, las cuales

[...] son capaces de crear ambientes gratificantes, motivadores y atrayentes que sirven como estímulo para el desarrollo integral de los educandos. También, incentivan el gusto por aprender y despiertan el interés del estudiante implicado en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática debido a que apuntan hacia el cambio de la rutina del aula clase que, aún, suele caracterizarse por hacer ejercicios repetitivos (Martínez Padrón, 1997, 1999, en Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 3).

Lo cual afecta de manera positiva los procesos de Educación Matemática, pues como señalan estos mismos autores, existe evidencia de que el uso de actividades lúdicas y curiosidades en las clases de Matemática, permite combinar el placer con el trabajo, lo cual a su vez, redundando en la formación de actitudes favorables hacia la materia, el desarrollo de la inteligencia y de capacidades mentales (tales como la deducción, la inducción, estrategias y pensamientos creativos) y el fortalecimiento de las relaciones sociales que se dan en el aula; además de que, también existe la posibilidad de explotar aspectos matemáticos específicos subyacentes de ciertas curiosidades matemáticas, lo cual pasaría a ser una útil herramienta para desarrollar, reforzar y aprender contenidos matemáticos de tipo conceptuales, procedimentales y actitudinales (Groenwald y Martínez-Padrón, 2007, p. 4).

Por otro lado, en relación al uso del humor en la clase de Matemática, Dri y Flores (2008) señalan los resultados de su experiencia en el empleo de este elemento como recurso didáctico en el aprendizaje de las fracciones, en una clase con estudiantes de 11 a 13 años de una escuela municipal de Buenos Aires en Argentina. Durante la cual, la docente a cargo de la clase solicitó a sus estudiantes que elaboraran chistes gráficos relacionados con el tema de los números racionales expresados en notación fraccionaria. El trabajo de los investigadores presenta la producción de los estudiantes y su respectivo análisis.

Señalan ambos autores que la idea surge durante “la búsqueda de ideas motivadoras y estimulantes, en el marco de otra propuesta mayor que, involucrando diversas tareas adaptadas de otras asignaturas y ya probadas en años anteriores, tenía como meta final aprender Matemática mirándola con otros ojos, de manera positiva, sin temor y con placer”. (Dri y Flores, 2008, p.2)

Entre los resultados de este trabajo se señala el interés despertado en los estudiantes al involucrarse en las actividades planeadas; también la amplia presencia de recursos humorísticos y matemáticos en los chistes elaborados por los estudiantes, caracterizados también por ser creativos; se evidencia, asimismo, el dominio que tienen los estudiantes del lenguaje matemático; y se dan insumos suficientes para repensar la forma en que se abordan diferentes elementos relacionados con las fracciones. En términos generales, los autores reafirman el valor educativo de este tipo de iniciativas.

En relación a la resolución de problemas, debe aclararse que existe abundante cantidad de fuentes bibliográficas, así que con el fin de focalizar la atención en unos cuantos trabajos de esta temática, se ha optado por mencionar solamente algunas de esas fuentes, pues no es pretensión de la presente ponencia realizar un análisis exhaustivo de todas las fuentes.

Fonseca y Sánchez (2010), por ejemplo, realizan un estudio de caso acerca de la relación existente entre el uso de algoritmos en la resolución de problemas sobre isometrías del plano, en el cual identificaron formas en las que se relacionan los algoritmos con la resolución de problemas; en su estudio los algoritmos no solamente han sido concebidos como la repetición mecánica de procedimientos matemáticos, sino que se evidenció que dichos algoritmos pueden convertirse en una fuente de información útil a la hora de plantear estrategias específicas para resolver problemas sobre isometrías.

Entre las formas en que se evidenció el uso de algoritmos para resolver problemas de isometrías en el plano están: solución inmediata de un problema por medio de un algoritmo, composición iterada de un mismo algoritmo, composición de dos o más algoritmos diferentes y paso a un algoritmo general de uno particular.

Del trabajo de los autores es importante señalar que dado que hoy día la resolución de problemas, es uno de los principales enfoques considerados en la enseñanza de las Matemáticas, debe considerarse la idea de que la enseñanza mediante la resolución de problemas no puede desprenderse totalmente de

herramientas propias de la Matemática, tal como los algoritmos; sino que más bien, los problemas deberían estar al servicio de establecer puentes para acceder a conocimientos matemáticos más formales.

En relación con ello, en los Programas de Matemática del MEP se señala que

La resolución de problemas está asociada sustancialmente a la naturaleza de las Matemáticas, sean problemas del entorno o abstractos... Debe existir una explícita relación entre esta naturaleza y las acciones de enseñanza y aprendizaje. No establecer estas conexiones en la acción de aula significaría la incompreensión de un sentido central de las Matemáticas. Sin embargo, pasar de la actividad en la resolución de problemas en los quehaceres matemáticos más generales a la acción de aula no se puede realizar de una manera mecánica: debe haber adaptación al entorno (2012, p. 28)

Asimismo, Sanjosé, Valenzuela, Fortes, y Solaz-Portolés (2007), como resultado de su investigación experimental, señalan que el fracaso en la resolución de problemas no necesariamente se debe a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución, sino que más bien demuestran que la causa principal de las dificultades en la resolución de problemas, podría tener sus orígenes en la construcción de modelos inadecuados de las situaciones problemáticas.

De ahí que los y las docentes de Matemática deberían evitar el asumir que la enseñanza mediante la resolución de problemas es suficiente sólo a través de la transferencia de estrategias (es decir, que se resuelve y explica un conjunto de problemas y después se resuelven otros ejemplos extra con los mismos procedimientos).

Pues dentro de los límites de su investigación, los sujetos participantes del experimento demostraron saber resolver las ecuaciones pero manifestaban problemas graves de comprensión de los problemas algebraicos con enunciado. En ese sentido, dicen los autores que si este resultado fuera general, el énfasis didáctico debería realizarse, bien en la comprensión de las interrelaciones existentes entre los elementos presentes en las situaciones descritas, en las técnicas de traducción entre dos lenguajes: el cotidiano y el matemático para facilitar la construcción de modelo y estrategias de resolución.

Finalmente ha de mencionarse el trabajo experimental de Solaz-Portolés y Sanjosé (2007) que tuvo por objetivo analizar la influencia de las variables instruccionales en la formación de los modelos mentales necesarios para la resolución de los problemas.

Por medio de su investigación se constata que “instruir a los alumnos de manera que se presenten los nuevos conceptos interrelacionados y organizados, mediante estructuras lingüísticas de baja complejidad léxico-sintáctica, así como facilitar la integración de los nuevos conceptos en sus esquemas previos de conocimiento parece ser un objetivo importante en la enseñanza” (p.82).

Dicen los autores que en sentido, el libro de texto puede desempeñar un importante papel. Pues, se ha comprobado cómo ciertas modificaciones textuales pueden conducir a una mejora significativa en la resolución de problemas, confirmando de este modo su efectividad en la ayuda a los estudiantes en la elaboración de modelos mentales. De ahí, los textos educativos deberían ser tomados como recursos abiertos susceptibles de mejoras por parte de los profesores, que son quienes detectan las carencias de los estudiantes a la hora de hacer uso de los modelos mentales requeridos en las actividades de aprendizaje.

Asimismo, se concluye que el uso de estrategias instruccionales que tomen como referencia los problemas algorítmicos no es adecuado para la comprensión profunda y aprendizaje significativo de los conceptos. Por ello, el trabajo en el aula debería orientarse hacia tareas de alto nivel cognitivo, como son

los problemas que requieran capacidad de análisis y síntesis, llevar a cabo conexiones conceptuales y evaluación de decisiones en situaciones problemáticas que no sean familiares. De lo que se desprende la importancia de una labor razonada, oportuna y bien planificada del docente en la mediación pedagógica.

Definición de términos

Tal y como señala Vadillo y Klingler (2004) la importancia de la didáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje, y educativos de todo nivel, es crucial; y es que cuando se habla de *didáctica*, dicen las autoras, se habla de la “disciplina de la pedagogía que estudia y perfecciona los métodos, procesos, técnicas y estrategias cuyo objetivo es potenciar la enseñanza para lograr aprendizajes más amplios, profundos y significativos” (p. xii); en el entendido de que la didáctica siempre hace referencia a la enseñanza sistemática, cuyo contenido es la cultura organizada y cuyo fin es la educación intelectual del alumno (García, 1987, en Vadillo y Klingler, 2004), educación intelectual concebida como instrucción.

En el caso concreto de la Matemática, también afirman Vadillo y Klingler (2004) que según sea el concepto de la Matemática utilizado (lo cual está en estrecha relación con la concepción ontológica que se tenga de ella), así será su enfoque didáctico. Al respecto señalan,

Cuando se la concibe como un saber terminado y rígido, su didáctica se diseña en función de la enseñanza de conceptos y procedimientos específicos. Cuando, por el contrario, se le aborda como un saber que se construye en forma permanente, su didáctica, está encaminada a estudiar y a aprovechar las complejas relaciones entre el objeto de estudio, el sujeto que aprende, el sujeto que enseña, los medios que utiliza, y los contextos internos y externos que inciden en la educación matemática. (p. 153-154).

Situación que lleva al punto en que deban considerarse, y si es del caso, reformularse las concepciones ontológicas que se tengan sobre la disciplina matemática, todo ello en función de los elementos teleológicos relacionados con la Educación Matemática misma.

Para el caso de la presente investigación se parte de una concepción de la Matemática más como un saber que se construye, donde debe ponerse atención a las complejas relaciones existentes entre el docente, los contenidos matemáticos, el estudiantado, los recursos, estrategias y técnicas didácticas, así como al contexto donde se den los procesos educativos relacionados con esta materia.

En cuanto a la *mediación pedagógica*, Prieto (1995, en García, 2003) señala que es aquella “mediación capaz de promover y acompañar el aprendizaje de nuestros interlocutores, es decir, de promover en los educandos la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos” (p. 2).

Para que este tipo de mediaciones se dé, según Martínez (1988, en Ferreiro, 2007, p.6) el docente al mediar debe cumplir entre otros requisitos con los siguientes:

- La reciprocidad, es decir, una relación actividad-comunicación mutua, en la que ambos, mediador y alumno, participan activamente.
- La intencionalidad, o sea, tener muy claro qué quieren lograr y cómo ha de lograrse; tanto el maestro mediador, como el alumno que hace suya esa intención dada la reciprocidad que se alcanza.
- El significado, es decir, que el alumno le encuentre sentido a la tarea.
- La trascendencia, que equivale a ir más allá del aquí y el ahora, y crear un nuevo sistema de necesidades que muevan a acciones posteriores.

- El sentimiento de capacidad o autoestima, o lo que es lo mismo, despertar en los alumnos el sentimiento de que son capaces.

Salazar (2012) señala que la acción docente es una tarea de promover logros, de generar rutas para que otros puedan aprender y ascender; y debido a que la complejidad del contexto y las diversidades del estudiantado, se ven entrelazadas de maneras distintas, en combinación con las capacidades en el personal docente, esta tarea sugiere que los elementos (personales, el dominio del contenido y la competencia pedagógica) se integren.

Entre otras cosas, el ser mediador propone la transformación de los contenidos considerando la comunicación, la capacidad de representar conocimientos y de organizar didácticamente éstos (Salazar, 2012). Lo cual conlleva a planear y desarrollar acciones de aula, de manera consciente y reflexiva para el logro de los objetivos esperados.

Se define *metodología* como el conjunto de estrategias aplicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se resalta que la estrategia contribuye en la mediación pedagógica y se concreta con diversas actividades.

En cuanto a *estrategia didáctica*, Salazar (2012) la define “como un proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico” (p.76). Mientras que Hernández (2009) la concibe como un plan general formulado para hacer frente a una tarea específica.

Así la estrategia didáctica se entiende como el conjunto de técnicas que pretenden el logro de aprendizajes de contenidos, procedimientos y actitudes; sin dejar de lado que la selección, planificación y aplicación de estrategias permean o promueven entre otras cosas un determinado clima de aula, el tipo de relaciones interpersonales que se establezcan (interacción docente-estudiante, estudiante-estudiante), la forma en que se manifiesten las actitudes (y las actitudes mismas manifestadas), así como la construcción de determinadas creencias, y el desarrollo que se dé del proceso de comunicación en el aula, entre otros elementos. Importante de señalar es el hecho de que la estrategia didáctica permite y modela la interacción del estudiante con el objeto de estudio.

Dado que, según Salazar (2012)

[...] los componentes de la estrategia van más allá de las técnicas o métodos, puesto que requieren poner atención a los objetivos de aprendizajes esperados, las acciones que desarrolla tanto el docente como el estudiante, la naturaleza y dificultad del contenido y los métodos para la enseñanza y para su evaluación (p.76)

Debe agregarse también que la estrategia didáctica depende, del contenido curricular y las habilidades que se pretenden desarrollar, de las características del grupo con el que se trabaja, y muy importante, del docente, de las condiciones y recursos del aula, de la institución y del contexto.

Una aclaración necesaria por hacer es que existen autores que utilizan el término de estrategia didáctica de forma sinónima a técnica didáctica.¹

Para el caso de la presente ponencia, si se establecen diferencias entre lo que es una técnica didáctica y una estrategia didáctica. La *técnica* será definida como las acciones y actividades concretas que se llevan

¹ Para ampliar al respecto, pueden consultarse el trabajo de: Jeannette Cortés, Eduardo Backhoff y Javier Organista (2004).

a cabo para implementar, en su totalidad, la estrategia didáctica que se desea desarrollar a lo largo de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Al respecto, Calderón (2003) afirma que las técnicas didácticas son instrumentos que se pueden tomar en consideración para hacer más eficiente la labor educativa; y entre sus características señala que son imparciales, en el sentido de que, se trata meramente de instrumentos que pueden utilizarse, adaptarse o mejorarse de acuerdo con las condiciones y situaciones educativas existentes. Es decir, las técnicas pueden servir a estrategias y métodos de enseñanza distintos.

En relación a los *recursos didácticos*, éstos se entenderán como los “materiales y dinámicas [tipos de intercambios] que junto a estrategias y técnicas didácticas, promueven la participación en el aula, facilitan construir el conocimiento y generar aprendizaje significativo” (Hernández, 2009, p.36).

A continuación se establece una breve clasificación de las estrategias didácticas, con el fin de identificar con mayor claridad cuáles podrían ser sus alcances y aportes, dicha clasificación, hecha por las autoras, se hace de acuerdo a tres componentes: cognitivo, afectivo y de interacción social.

- *Estrategias didácticas según componente cognitivo*
Las estrategias didácticas según componente cognitivo involucran actividades que propicien el desarrollo de habilidades cognitivas y la construcción del conocimiento matemático.
- *Estrategias didácticas según componente afectivo*
Las estrategias didácticas según componente afectivo promueven el desarrollo afectivo de los estudiantes en relación con sus creencias, actitudes y emociones, las cuales, a su vez, están vinculadas con el aprendizaje de la Matemática. Su fin principal es propiciar un acercamiento sin temor hacia la materia, y el fortalecimiento de la autoconfianza y autoconcepto.
- *Estrategias didácticas según componente interacción social*
Las estrategias didácticas según este componente buscan el desarrollo a nivel individual de habilidades sociales de los participantes, entre ellas, las relacionadas con la comunicación, las relaciones interpersonales, el trato con pares, el afecto, el liderazgo, la solidaridad, la tolerancia, el respeto, entre otras; un ejemplo de ellas, serían las estrategias que promuevan una sana competitividad para el crecimiento personal y no tanto para subestimar a los otros.

Antes de continuar, debe señalarse que se ha considerado trabajar con la resolución de problemas por ser una temática de particular interés en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública, y también, porque entre otras cosas, propicia el desarrollo de habilidades cognitivas y el vislumbramiento de diferentes aplicaciones de la Matemática en la vida cotidiana.

En cuanto a la estrategia afectiva o de motivación, denominada Anécdotas, curiosidades, historietas y humor, debe decirse que ésta permite despertar el interés y generar actitudes más favorables hacia la Matemática.

A continuación se sintetizan algunos elementos importantes a considerar sobre ambas estrategias.

Estrategia según componente cognitivo: Resolución de problemas

Es sabido que a la hora de definir qué se puede considerar un *problema* en Matemática, existen diferentes criterios y posiciones al respecto. Para efectos del presente trabajo se toman en consideración los señalamientos de Ayala, Galve, Mozas, y Trallero (s.f.), quienes al respecto afirman que,

Hay que hacer notar, por último, que el término *problema* implica la existencia de una situación inicial y una final, a la cual queremos llegar pero sin que sea inmediatamente clara la forma de lograrlo. En este sentido, muchos de los pretendidos *problemas* que se utilizan en clase son meros *ejercicios*, o al menos lo son cuando ya se conocen suficientemente las vías de resolución; esto dependerá, claro está, de la experiencia matemática y lo familiar que una situación resulte para un alumno. Así pues, lo que para algunos es un *problema*, para otros es un *ejercicio*; habrá que tener esto muy en cuenta a la hora de perseguir diferentes objetivos didácticos (hacer pensar, ensayar métodos de resolución, practicar o afianzar algoritmos de cálculo, etc.) (p.44)

Planteamientos que concuerdan con lo que señala el Ministerio de Educación Pública en sus Programas de Estudio de Matemática (MEP, 2012) al afirmar que

Un problema debe poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva no simple. Si se trata esencialmente de acciones rutinarias, no se conceptuarán como problemas. Se puede poner en los siguientes términos: una tarea matemática constituye un problema si para resolverla el sujeto debe usar información de una manera novedosa. En el caso que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias se tratan de una acción rutinaria. Si una tarea matemática propuesta no tiene esas características, se consignará aquí como un ejercicio. Una tarea puede ser un ejercicio o un problema en dependencia de varias circunstancias educativas. (p. 29)

Finalmente, también se concuerda con el planteamiento de Carrillo (1998, en Cruz y Carrillo, 2004), quien señala que

El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento. (p.105)

Lo cual implica, según este mismo autor, que sean considerados entre otros elementos, la movilización de recursos, la consciencia (que involucra a su vez, procesos de metacognición), el enfrentamiento de dificultades y la adecuación de la tarea a las posibilidades de quien resuelve el problema.

En cuanto a cómo se da la resolución de problemas, Ayala et al. (s.f.) señalan que gran cantidad de autores coinciden en que ésta se da a través de un proceso compuesto por varias fases. Tres son las propuestas teóricas consideradas por Ayala et al. (s.f.):

1. La de George Polya (1987), compuesta por las siguientes cuatro fases: Comprensión, Planificación, Ejecución y Revisión.
2. La de R.E. Mayer (1986a, 1986b, 1986c), con sus correspondientes etapas: Traducción, Integración de los datos, Planificación y Ejecución.
3. Una reformulación de la propuesta de Polya (1987) hecha por Maza (1991); propuesta descrita tal y como aparece a continuación:

- *Análisis del problema:* que involucra la descomposición de la información que contiene el enunciado, y buscar respuestas a las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los datos? ¿Qué se desea encontrar? ¿Qué condiciones cumplen los datos?
- *Representación del problema:* conlleva establecer relaciones entre los elementos del problema; para ello se puede echar mano de la manipulación de objetos concretos, representaciones gráficas, diagramas, dibujos, entre otros, que ayuden a “hacerse una idea” de las acciones implicadas. En esta etapa es oportuno hacerse las siguientes preguntas: ¿Qué relaciones existen entre los elementos del problema? ¿Cuál es la mejor representación del problema? ¿se dispone de suficientes datos?
- *Planificación:* en esta etapa se debe elegir la estrategia más adecuada para llegar a la solución, relacionar el problema con otros conocidos, identificar fines y alcances más pequeños para alcanzar la resolución. En este punto es válido cuestionarse con preguntas como: ¿Se parece a algún problema anterior? ¿Qué pasos se deben dar y en qué orden? ¿Qué operaciones se deben aplicar?
- *Ejecución:* en esta fase se da la aplicación de la estrategia que se ha planificado previamente para la resolución del problema. Aquí resulta oportuno revisar constantemente esta aplicación, detectar errores (de haberlos), evaluar si cada paso dado es correcto y da la posibilidad de aproximarse a la solución, entre otras situaciones.
- *Generalización:* en esta fase, no sólo se revisa lo oportuno y correcto de la solución encontrada y de las estrategias utilizadas en su hallazgo; también se hace necesario que se establezcan conexiones con principios generales que permitan abordar problemas similares en el futuro.

Debe destacarse que Puy (1994, citado en Ayala et al. (s.f., p. 117), en relación a la resolución de problemas propiamente aritméticos (tal y como los que se consideran en el caso de multiplicación de números racionales en notación fraccionaria) concretiza las recomendaciones que a continuación se detallan, con el fin de facilitar la enseñanza de la representación del problema y de las estrategias y procedimientos que se utilizan:

- Expresar el problema con otras palabras.
- Explicar a otros compañeros(as) en qué consiste el problema.
- Representar el problema en otro formato (gráficos, diagramas, dibujos, con objetos, entre otros).
- Indicar cuál es la meta del problema.
- Señalar dónde reside la dificultad de la tarea.
- Separar los datos relevantes de los no relevantes.
- Indicar los datos con los que cuenta para resolver la tarea.
- Señalar qué datos no presentes se necesitarían para resolver el problema.
- Buscar un problema semejante que se haya resuelto.
- Analizar primero algunos ejemplos concretos cuando el problema es muy general.
- Buscar diferentes situaciones en las que se pueda presentar ese problema.

A continuación se presentan algunos señalamientos con relación al uso de anécdotas, curiosidades, historietas y humor en el aula de Matemática.

Estrategia según componente afectivo: Anécdotas, curiosidades, historietas y humor

Como se ha señalado anteriormente, el uso de las curiosidades matemáticas, planeadas de forma que sean complementarias y adecuadas con los contenidos matemáticos y las competencias que se deseen desarrollar en el aula de Matemática, se convierte en un elemento didáctico de peso, dado que permiten

la construcción y desarrollo de estos elementos (Groenwald y Martínez-Padrón, 2007; Martínez-Padrón, 2007). Pues como señala Borin (1996, en Groenwald y Martínez-Padrón, 2007), la aplicación de actividades lúdicas en el aula de Matemática, entre ellas el uso de curiosidades matemáticas, favorece el desarrollo de una actitudes más afines hacia la materia, al posibilitar la disminución de los llamados “bloqueos mentales”, experimentados por el estudiantado que siente temor o aversión hacia esta asignatura, y también propicia un mayor involucramiento del estudiantado en sus procesos de aprendizaje, lo cual aumenta la motivación y hace que los estudiantes “hablen” Matemática, lo que podría incidir en un mejor desempeño y actitudes más positivas frente a los procesos de aprendizaje.

Debe decirse que, las curiosidades en general, como se ha señalado, contribuyen al conocimiento de algo más que simples conceptos y procedimientos matemáticos, pues permite también que se establezcan conexiones de estos elementos con saberes de la vida cotidiana, todo en el marco, de una dinámica de clase más amena e integrada, además de establecerse relaciones desde la asignatura matemática con respecto a otras ciencias, de modo que, se hace ver al estudiante la utilidad de los contenidos matemáticos para otras áreas del saber.

Finalmente, en relación a compartir curiosidades matemáticas en el aula, lo que se busca ante todo es cautivar al estudiante con elementos de la materia poco conocidos e interesantes, que pueden abrir la puerta al deseo de aprender más sobre la Matemática y su naturaleza.

Por otra parte, en relación al tema del humor y su aplicación en las clases de Matemática, los trabajos de Flores (2003) y de Dri y Flores (2008) señalan el valor de éste (expresado por medio de chistes, anécdotas, historietas, curiosidades, entre otras) como recurso didáctico en la enseñanza de la Matemática, dadas las funciones intelectuales y afectivas atribuidas a este elemento.

Según el trabajo de ambos autores, el uso de elementos relacionados con el humor en las clases de Matemática, favorece el establecimiento de un clima de clase favorable para que se den los aprendizajes requeridos, sin que se tenga que incurrir en el establecimiento de ambientes desordenados o poco serios.

En torno a la función afectiva de este elemento, Flores (2003) señala que el humor permite que las personas involucradas en situaciones donde se haga uso de él, tiendan a relajar sus defensas y abrirse a vivir experiencias compartidas (lo que a su vez permite que se rompa con sentidos de soledad), el humor también permite a las personas a que puedan liberar energía y reemplazar la ansiedad mantenida durante largos periodos de tiempo.

Asimismo favorece la comunicación que se da en el aula, al aperturar espacios para que se genere un clima de confianza,

Confianza en que se va a utilizar un lenguaje común, en que van a prevalecer las intenciones comunicadoras sobre las distanciadoras, y que no se va a hacer uso de las diferencias para herir, como sienten los alumnos algunas veces. El humor puede contribuir a crear esta confianza. (Flores, 2003, p. 54)

Ahora, en relación a la función intelectual del humor, Paul Watzlawick (1980, en Flores, 2003) señala que,

Precisamente porque el golpe de ingenio, el chiste, se alza soberanamente por encima del sentido y de la lógica de una determinada concepción del mundo, sacude el orden de cualquier mundo y puede por ende convertirse en un instrumento del cambio. (p. 37)

Lo que en opinión de Flores (2003) significa que el humor propiciaría los espacios necesarios para que el estudiantado pueda cambiar sus percepciones sobre el aprendizaje y le daría la posibilidad de contemplar el mundo con otros ojos (con los cuales pueda considerar la incorporación a su conducta ciudadana de recursos propios del razonamiento matemático).

Algunas consideraciones sobre las estrategias didácticas

A continuación se establecen algunas consideraciones necesarias a tomar en cuenta, al pensar en el papel de las estrategias didácticas en el Aula de Matemática.

1. Las estrategias didácticas en los Programas de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP)

Los programas de Matemática aprobados en el 2012, han iniciado un proceso de cambio en la organización de las lecciones. En ellos se sugiere “una participación activa y la construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar la competencia matemática” (MEP, 2012, p.41).

En el desarrollo de las lecciones hay dos etapas, la primera es donde se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos y la segunda busca reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes realizados, para ello se propone el siguiente estilo de organización de la lección (MEP, 2012, p.41): 1.Propuesta de problema; 2.Trabajo estudiantil independiente; 3. Discusión interactiva y comunicativa y 4.Clausura y cierre. El cual entre otras cosas

[...] obliga a la preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula (MEP, 2012, p.44).

Todo encaminado a que el desarrollo de la lección de esta manera, sea una estrategia motivante para la mayoría de los docentes y donde se trata de usar pocos problemas a partir de los cuales construir con profundidad los aprendizajes.

La conducción de la lección se sugiere desarrollar mediante la indagación dirigida que involucra formulación de preguntas, tiempo de espera para respuestas, reformulación de preguntas para avanzar y repetición del proceso hasta llegar a un cierre cognoscitivo y pedagógico del tema (MEP, 2012).

En cuanto el tipo de problemas que se deben abordar, éstos están asociados con la naturaleza de la Matemática y sus aplicaciones. Las técnicas o métodos para el diseño de estrategias para resolver problemas se consignan en los siguientes pasos, (MEP, 2012): Entendimiento del problema, Diseño, Control y Revisión y comprobación.

Lo que entre otras cosas pretende que el docente pueda promover una concepción de la Matemática más cercana y pertinente para los estudiantes.

2. Selección de estrategias didácticas

El docente tiene la responsabilidad de proponer y desarrollar los contenidos y procedimientos matemáticos de los programas en la lección, con el fin de lograr aprendizajes en sus estudiantes. Pues como cita Salazar (2012), resulta oportuno que el docente “conozca las estrategias didácticas y evaluativas con profundidad, así podrá saber cuál es el momento más adecuado para utilizarlas y cuáles son más eficientes para desarrollar el pensamiento y el aprendizaje del alumnado” (p.109).

Donde no solo es necesario conocer las estrategias didácticas, sino hay que seleccionar las más adecuadas según el conocimiento que se quiere trabajar, las condiciones del contexto, los estudiantes, el tiempo disponible, entre otras cosas.

3. Planeación de estrategias

La planeación de las estrategias se concibe como un proceso compuesto por las cuatro etapas descritas a continuación.

Fase 1: Ubicación y contexto

Se delimita el nivel, el tema o temas, contexto y condiciones que se tienen, estudiantes que participan.

Fase 2: Marco general

Se contemplan los elementos del diseño instruccional que interviene en el inicio, desarrollo y cierre del tema. Se sugiere realizar un mapa conceptual, esquema o mapa neuronal (conceptos e imágenes) donde se contemplen los elementos del diseño con las decisiones consideradas. (Decisiones referidas a los programas, los elementos de programación que se consideran tales como los objetivos, habilidades, competencias, contenidos, evaluación, entre otros).

Fase 3: Consideraciones para el planeamiento y desarrollo de la lección.

En esta fase se consideran los planteamientos de Lupiáñez (2013), al hablar de contenido de las matemáticas escolares y referirse con ellos a los contenidos que son objeto de enseñanza y aprendizaje; tal delimitación genera un interés en organizar el contenido matemático desde un punto de vista cognitivo, con el interés de identificar logros y aprendizajes en los estudiantes. Considerando pasos del análisis didáctico, el primero es el análisis de contenido matemático, donde se organiza el currículo en: sistemas de representación, que son diferentes maneras en las que se pueden representar el contenido y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos; la fenomenología, que considera los fenómenos (contextos, situaciones y problemas), para dar sentido al contenido considerado y la estructura conceptual, que considera las relaciones de los conceptos y procedimientos implicados en el contenido estudiado. Otro organizador es la historia.

Como segundo paso el análisis cognitivo, donde se considera el aprendizaje de la Matemática, las expectativas, denominadas en objetivos, competencias, habilidades y las oportunidades vistas como tareas matemáticas.

Los pasos siguientes: el análisis de instrucción, centrado en el diseño, selección y secuenciación de las tareas matemáticas, posteriormente el análisis de actuación, que permite valorar en qué medida se ha logrado lo que se pretendía, es el cierre de un ciclo para obtener información de las fortalezas y debilidades de lo planificado y desarrollado, para nuevas experiencias.

Para aplicar estrategias didácticas en las actividades o tareas matemáticas, que se planifican en los pasos del análisis didáctico mencionado, el docente tiene que hacer una selección de los conceptos a desarrollar, cuestionarse de cuáles son las diferentes representaciones de ese concepto y su estructura conceptual y cuáles serían los usos y aplicaciones que se le dan al concepto, cuáles serían los conceptos más abstractos que se pueden desarrollar a partir de ellos (número natural-racional). Desarrollo de aspectos conceptuales del desarrollo del tema o temas: conocimientos previos; previsión de errores frecuentes; obstáculos, diferentes representaciones, conexiones con otros conceptos, interdisciplinariedad y alcance de contenidos a desarrollar; nivel de profundidad en el desarrollo de temas y evaluación; actividades y su secuencia; recursos y materiales, tiempo. Uso correcto del lenguaje matemático.

Fase 4: Evaluación y análisis.

Esta fase es la que permite reflexionar y analizar la propia práctica, revisar el logro de aprendizajes y replantear elementos deficientes, elementos de la improvisación en situaciones no contempladas y contar con insumos para la próxima planificación de estrategias. Fase contemplada en el análisis de actuación.

Método

El presente trabajo es del tipo investigación acción, en función de que los docentes involucrados la han utilizado para estudiar diversos elementos y situaciones de la clase. Como forma de indagación autorreflexiva, permite a quienes participan en ella, la comprensión y mejora de situaciones, en este caso, la práctica de aula. Tal y como afirma Elliot (1993, en Latorre, 2005)

La reflexión sobre la práctica revela la teoría inherente a la misma y permite teorizar sobre la práctica. Esta idea supone un cambio crucial: el profesorado puede investigar sus propuestas educativas y construir valiosas teorías de su práctica. (p.14)

El diseño de la investigación se define en un diseño mixto que dos etapas:

- En la primera etapa se explora en la literatura sobre estrategias didácticas utilizadas en la Enseñanza de la Matemática y se clasifican considerando las afectivas y las cognitivas, tales como: Anécdotas, curiosidades, historietas y humor (estrategia afectiva o de motivación) y Resolución de problemas (estrategia cognitiva), y de forma paralela a dicha revisión. Se aplicó un cuestionario a un grupo de estudiantes universitarios (futuros docentes de Matemática) con el fin de conocer sus percepciones sobre las estrategias didácticas y de dónde las aprenden.
- En la segunda etapa, se aplican las estrategias didácticas de resolución de problemas y el uso de anécdotas, curiosidades, historietas y humor, en un grupo de estudiantes de secundaria, con el fin de valorar la identificación de los estudiantes con dichas estrategias, en relación con el interés mostrado, mediante entrevistas abiertas a los estudiantes.

Análisis de la experiencia y resultados

De la aplicación del instrumento a 16 estudiantes universitarios, uno de los resultados que se obtiene es que ellos expresan que han aprendido las estrategias didácticas principalmente de los docentes

formadores y con ideas de internet y medios de comunicación. Dichos resultados se presentan en la siguiente tabla.

¿De dónde ha aprendido las estrategias didácticas?

	Frecuencia	Porcentaje
De los docentes formadores de la Universidad	9	56.3
De libros de texto	1	6.3
De internet y medios de comunicación	3	18.8
De las conversaciones con colegas	1	6.3
De las propias experiencias vividas en la Universidad	2	12.5
Total	16	100.0

Tal y como se desprende de la tabla anterior, los estudiantes para docentes del grupo entrevistado reportan que el aprendizaje de las estrategias lo han adquirido de sus docentes formadores 9/16 (56%), lo que permite reflexionar que los modelos docentes impactan a los futuros docentes en cuanto a su reproducción.

Lo cual podría hacer pensar en la importancia de que no sólo se hable teóricamente de estrategias didácticas, sino que también se

an implementadas por los formadores de formadores.

Posterior a dicha etapa, las investigadoras formulan un planeamiento de clase, tomando en consideración tanto los señalamientos formulados en las cuatro fases de la planeación de estrategias como el modelo de planeamiento establecido por el Ministerio de Educación Pública para el caso de Matemática. Por ejemplo, se analiza el contexto de aplicación de los problemas, al punto que la docente a cargo del grupo considera apropiados los problemas diseñados de acuerdo con los contenidos del programa, en cuanto al lenguaje y nivel de dificultad.

En un siguiente paso, se realiza la experiencia de aplicación de las estrategias, con un grupo de estudiantes de octavo año de una institución pública, cuya calificación en Matemática en promedio es de 60, en una clase con 80 minutos de duración (ver en anexos material utilizado).

En la primera fase de la clase, se observa y escuchan los aportes de las y los estudiantes sobre las curiosidades matemáticas sobre las cuales se les habló. En general, hay un importante grado de satisfacción en torno a “las cosas nuevas que conocieron”, de hecho los y las estudiantes involucrados expresaron asombro y satisfacción porque les pareció interesante conocer de “cosas que no sabían” y que tenían que ver con la Matemática.

Lo cual podría llevar a afirmar (tal y como lo señala la literatura relacionada con la temática) que el establecer conexiones entre los contenidos matemáticos y situaciones de la vida real, por medio del uso de Anécdotas, curiosidades, historietas y humor, propicia ambientes de clase más cálidos, y por ende,

más fecundos y útiles para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina, porque entre otras cosas despierta el interés, curiosidad y una actitud más positiva del estudiante hacia la disciplina.

En cuanto a la etapa de resolución de problemas se observan y escuchan reacciones de los y las estudiantes sobre las dificultades experimentadas, entre ellas, la más común de no entender que “es lo que dice el problema qué hay que hacer”, la que a su vez se relaciona con la comprensión de lectura.

Debe señalarse que de los seis grupos conformados por 4 estudiantes, solamente uno pudo hallar respuestas a las preguntas planteadas en el primer problema, y que para la formulación de la misma, recurrieron a hacer conversiones de fracciones y cantidades a números enteros (incluso pasaron del uso de kilogramos a gramos) con el fin de entender mejor y llegar a las respuestas. Lo cual evidencia que de parte del estudiante existe el potencial para formular respuestas un tanto desligadas a las formas tradicionales de cómo se ha enseñado la Matemática.

De esta experiencia en particular, también resulta oportuno señalar que la estrategia de resolución de problemas es de interés para los estudiantes, pues le permite “pensar más”, comunicarse con los compañeros y verse obligados a “hacer cosas”, lo cual también concuerda con los planteamientos pedagógicos de Piaget y Vigotsky acerca de las potencialidades de aprender haciendo.

Finalmente, y aunque no es foco central de esta investigación, es oportuno que los y las docentes, tengan en consideración también los aspectos afectivos y emocionales, así como madurativos y socializantes experimentados por los y las estudiantes, pues los mismos no dejan de tener injerencia en la forma en que los y las adolescentes asumen sus procesos educativos, en ocasiones estos aspectos tienen mayor trascendencia de la que se espera.

Conclusiones

Entre las principales conclusiones se establecen las siguientes:

- La estrategia didáctica debe planearse en estrecha relación con el objeto de estudio, tomando muy en cuenta las características del grupo y las habilidades que se desean desarrollar. Por ejemplo, una misma estrategia puede dar resultados exitosos en un grupo determinado y no en otro.
- La reflexión acerca de las estrategias permite al docente tener criterios para su selección, planificación y aplicación.
- En el desarrollo de estrategias, parte del éxito en su aplicación, tiene que ver con la presentación de la estrategia y la actitud del docente que la aplica.
- Se sugiere a los y las docentes sistematizar aspectos de la aplicación de la estrategia, con el fin de tener insumos para replantearla o modificarla.
- Toda actividad matemática se debe percibir asociada a una situación y no de forma aislada.
- Una buena estrategia permite mantener la motivación de los estudiantes a lo largo de la lección.
- Se recomienda el cuidado de detalles para que la estrategia sea exitosa en su desarrollo.
- Se evidencia que no sólo debe hablarse teóricamente de estrategias didácticas, sino que también deben implementarse por los formadores de formadores, ya que los modelos docentes impactan a los futuros docentes en cuanto a su reproducción,

Algunos problemas interesantes²



Imagen tomada de
<http://www.revistasumma.com/negocios/32897-queso-turrialba-historia-y-sabor-de-una-denominacion-de-origen.html>

1. Maritza compra un queso completo que pesa $3\frac{1}{2} kg$. Pagó 10 500 colones por todo el queso. Si su tía Rosa quiere una cuarta parte del total y su prima Ana una quinta parte de esos $3\frac{1}{2} k$,
 - ¿Cuál es el costo de un kilogramo de queso?
 - ¿Cuántos kilogramos de queso debe de dar a cada una?
 - Y ¿cuánto dinero debe cobrar Maritza tanto a Rosa como a Ana?



Imagen tomada de
<http://www.behance.net/gallery/1853277/Azucar-Dona-Maria-packaging>

2. En su tienda de abarrotes, don Javier va anotando diariamente lo que vende de azúcar y así saber qué cantidad reponer. En la lista de hoy, él anotó nueve veces medio kilogramo y desea saber ¿cuántos kilogramos son en total esas nueve veces medio kilogramo?



Imagen tomada de
http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

3. Ramiro vende manzanas en el Mercado Central de San José; si a cada caja que recibe le caben $8\frac{1}{4}$ kilogramos de manzanas y el lunes recibió 4 cajas, ¿cuántos kilogramos de manzanas tiene para vender Ramiro?
Ahora, Ramiro vendió, de sus 4 cajas de manzanas, sólo $2\frac{1}{2}$ cajas. ¿Cuántos kilogramos de manzanas vendió Ramiro?

²Estos tres problemas referidos han sido contextualizados, pues las ideas han sido tomadas de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm

Curiosidades sobre las fracciones³

Sabías que:

- Una botella medio vacía es lo mismo que una botella medio llena.
- Muchos de los relojes que hay en los campanarios dan las horas, pero también dan los cuartos y las medias.
- Si das una vuelta completa a la Tierra por el ecuador, sólo habrás recorrido aproximadamente una décima parte de la distancia que hay entre la Tierra y la Luna.
- Dos amigas han comprado un libro y lo han comprado a medias. Cada una pagó la mitad.
- Hay botellas de vino de 1 litro o de 2 litros, pero la mayoría son de $3/4$ de litro.
- Hay veces que la Luna está en cuarto creciente, y otras en cuarto menguante.
- De la superficie de nuestro planeta, la Tierra, las tres cuartas partes ($3/4$) están cubiertas por el agua de los mares y los océanos. Sólo una cuarta parte ($1/4$) es "tierra".
- ¿Te has dado cuenta que $1/2 < 3/4 < 5/6 < 7/8 < 9/10 < 11/12 < \dots$ y de que $1/2 < 2/3 < 3/4 < 4/5 < 5/6 < 6/7 < 7/8 < \dots$?
- Si pones agua en una copa hasta la mitad, ¿está medio llena o medio vacía?
- Un centavo y un céntimo son la misma cosa, CENTAVO viene de CIENAVO CÉNTIMO viene de CENTÉSIMO.
- Un centímetro es la centésima parte ($1/100$) de un metro. En un metro hay 100 centímetros. Pero un centímetro cuadrado no es la centésima parte de un metro cuadrado. En un metro cuadrado, ¿sabes cuántos centímetros cuadrados caben? Si lo calculas sabrás que un centímetro cuadrado es la diezmilésima parte de un metro cuadrado.
- El sistema solar incluye el Sol, los nueve planetas y sus satélites. Pues bien, sólo una centésima parte de la masa de todo el sistema pertenece a los planetas y sus satélites.
El sol contiene $99/100$ de la masa del sistema solar.
- Sólo $1/8$ del hielo de un iceberg está por encima del agua, los restantes $7/8$ están bajo el agua.

³Las presentes curiosidades han sido modificadas y fueron tomadas de http://www.catedu.es/matematicas/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48

Bibliografía

- Ayala, C., Galve, J., Mozas, L. y Trallero, M. (s.f.). La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas Elementales. Manual del Programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas (¡Pues Claro!). Madrid: Editorial CEPE.
- Charles, R. et al. (1999). Matemáticas Intermedias Curso 2 Edición para el Maestro. Estados Unidos: Scott Foresman Addison Wesley Longman Inc.
- Calderón, K. (2003). La didáctica hoy. Concepciones y aplicaciones. San José, C. R.: EUNED.
- Cortés, J., Backhoff, E. y Organista, J. (2004). Estrategias de cálculo mental utilizadas por estudiantes del nivel de secundaria de Baja California. *Educación Matemática*. 16(1) 149-168.
- Cruz, J. y Carrillo, J. (2004). ¿Qué aprenden los alumnos para la resolución de problemas? En Giménez, J., Santos, L. y Da Ponte, J. (Coordinadores). La actividad matemática en el aula. 103-115. España: Editorial Graó.
- Dri, L. y Flores, P. (Diciembre, 2008). Matechistes de fracciones. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Número 16, 197-214. Recuperado de <http://www.gpdmatematica.org.ar/otrosaportes/matechistes.pdf>
- Ferreiro, R. (2007). Aprendizaje cooperativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 9(2), 1-10. Recuperado de <http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-28b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109>
- Flores, P. (2003). Humor gráfico en el aula de Matemáticas. España: Arial Ediciones.
- Fonseca, J. y Sánchez, B. (Segundo semestre, 2010). Algunas relaciones entre algoritmos y resolución de problemas. TEA Tecné, Episteme y Didaxis. 28, 73-87. Recuperado de <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/1075/1084>
- Groenwald, C. y Martínez-Padrón, O. (2007). Juegos y curiosidades en el currículo de Matemática. *Entretemas*, 4(7), 17-32. Recuperado de <http://www.etnomatematica.org/publica/articulos/01-Juego-Curio-Clau-Osw-2007-Entretemas1.pdf>
- Salazar, S. F. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente. San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural (CECC/SICA).
- García, M. (2003). Mediación pedagógica en la Educación a distancia. *Revista Ciencias Matemáticas*, 21(1), 1-8. Recuperado de <http://eds.b.ebscohost.com.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=3&sid=89a28d13-5827-4b69-9e6b-8b060f68a08%40sessionmgr114&hid=109>

- Hernán, E., Carrillo, M. y Hernán, L (2008). Curiosidades sobre las fracciones. Recuperado de http://www.catedu.es/matematices/index.php?option=com_content&view=article&id=23:curiosidades-sobre-las-fracciones&catid=13:nos&Itemid=48
- Hernández, R. (2001). Mediación en el aula. Recursos, estrategias y técnicas didácticos. San José, Costa Rica: EUNED.
- Latorre, A. (2005). La investigación acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. (3ª ed.). Barcelona: Editorial Graó.
- Lupiáñez, J.L. (2013). Capítulo 4. Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En Rico, L., Lupiáñez, J.L. y Molina, M. (Eds) (2013). Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular. Granada, España: Editorial Comares, S.L. 103-120.
- Martínez, O. (Junio, 2007). Semblanzas de la línea de investigación: Dominio Afectivo en Educación Matemática. Paradigma, 28(1), 237-252. Recuperado de <http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/v28n1/art12.pdf>
- Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Estudio de Matemática. San José, Costa Rica.
- Salazar, S. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente [multimedia]. San José. C.R.: Coordinación Educativa y Cultural.
- Solaz-Portolés, J. y Sanjosé, V. (2007). Resolución de problemas, modelos mentales e instrucción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 70-89. Recuperado de http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen6/ART5_Vol6_N1.pdf
- Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. y Solaz-Portolés, J. (2007). Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), 538-561
- Unidad II Operaciones con fracciones. Tema 5 Multiplicación de fracciones (s.f.). Recuperado de http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/ncpv/contenido/libro/nycu2/nycu2_t5.htm
- Vadillo, G. y Klingler, C. (2004). Didáctica: Teoría y práctica de éxito en Latinoamérica y España. México: McGraw-Hill Interamericana.