

LA RESIGNIFICACIÓN DE LAS DERIVADAS EN UN CONTEXTO GRÁFICO A TRAVÉS DE UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO DE LA NATURALEZA DE LAS FUNCIONES



Heidi Chavira Jara, Gabriela Buendía A.
hcchj@yahoo.com, buendiag@hotmail.com
UACJ, CICATA-IPN
Avance de investigación
Superior

Resumen

El escrito presentan los elementos conceptuales, desde una perspectiva socioepistemológica, que dan sustento al problema de investigación, las hipótesis y preguntas que se plantean, el problema busca evidenciar la resignificación de las derivadas. Esta resignificación se analizara en un contexto gráfico. Para realizar este análisis, se describen aspectos conceptuales tales como el contexto gráfico y la naturaleza de las funciones, así como los aspectos metodológicos que se consideran de manera inicial, así como las observaciones iniciales que se han obtenido.

Palabras clave: *Resignificación, usos, gráficas, derivadas, socioepistemología*

1. Introducción

Indiscutiblemente existen investigaciones que dan cuenta de aspectos relacionados con las derivadas, la graficación y los diferentes tipos de funciones. Para describir la problemática de mi investigación, hare mención de estos términos y reconoceré lo que sobre ellos se ha reportado.

El problema de investigación busca una articulación para lograr enriquecer, robustecer, modificar, reinventar y/o generar significados en torno a la de la relación de una función con sus derivadas sucesivas, esto al caracterizar en las gráficas de las derivadas, por medio del lenguaje gráfico, elementos que puedan sostener argumentaciones en torno a la relación de las derivadas sucesivas. Se pretende motivar y/o favorecer esta articulación a través de una caracterización de elementos gráficos y como estos son puestos en juego por los alumnos y el rol que estos juegan para generar y sostener argumentaciones que lleven a cumplir o responder una tarea dada.

Al poner en juego estas caracterizaciones se espera que se evidencien ciertos comportamientos gráficos, tales como decaimientos, crecimientos, comportamientos asintóticos, definiciones, indefiniciones, etc. y que al emerger estas características aunadas con el bagaje institucional que el discurso matemático escolar provee a los estudiantes, y de este modo con la unión de estos dos aspectos se evidenciaran la naturaleza de las funciones, es decir, se podrán caracterizar comportamientos como el lineal, el logarítmico, trigonométrico, etc...

En base a esta problemática, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

- ¿De qué manera son usadas por los alumnos las gráficas para lograr una resignificación de la relación una función con sus derivadas sucesivas?
- ¿Cómo influye la naturaleza de las funciones en la resignificación?
- ¿De qué manera las características gráficas de la derivada, influyen en la resignificación de las derivadas sucesivas?

Al centrar la atención en la importancia de la naturaleza de las funciones a la luz de los comportamientos gráficos que las caracterizan, se pretende enriquecer los significados que los alumnos tienen de las derivadas sucesivas, y de esta manera se esperaría que pudieran generar conocimientos que les sean más funcionales en sus diferentes necesidades de formación académica.

Se ha reportado en otras investigaciones como la de Buendía (2004), Montiel (2005), Rosado (2004), Ferrari (2008, 2004 y 2001), Cen (2006), Suárez (2008), Lara (2007), Cordero y Flores (2007) y Palacios y Cordero (2007), datos sobre aspectos específicos o características específicas de un tipo de función en particular, estas investigaciones son puntos de referencia importantes para mi problema de investigación ya que me interesa hacer un análisis epistemológico de la naturaleza de los diferentes tipos de funciones, esta naturaleza queda determinada por la estructura formal que lo institucional provee, lo cual es observable en estos trabajos, pero además mi problema de investigación requiere de agregar a esta parte formal el reconocimiento del comportamiento gráfico, es decir, la visualización e identificación de ciertas características gráficas. Al quedar determinada la naturaleza de las funciones por su aspecto formal más el comportamiento gráfico, esperó dar evidencia de comportamientos funcionales como lo lineal, lo trigonométrico, lo periódico, etc..., de esta manera se tendrán elementos más robustos, de los que se podrían tener en un análisis analítico de las funciones, para lograr una resignificación de las derivadas sucesivas.

Es importante establecer que entenderemos por resignificación, nuevamente nos enmarcamos en lo que previamente se ha reportado. Cordero (2006) establece que la resignificación será el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su funcionamiento y forma de acorde con lo que organizan los participantes. Siendo la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional y lo cultural, además en Cordero y Flores (2007) se agrega que la resignificación muestra la función de la práctica social y el desarrollo del uso del conocimiento en situaciones específicas, en Parra (2008) se amplía esta idea del uso del conocimiento en situaciones específicas, al hablar de una variedad de resignificaciones al dotar de sentido y significado, en función de la actividad humana que desarrolle el dominio que se trate. Entonces para mi caso el constructo de resignificación será entendido a luz de lo establecido en las investigaciones anteriores además de tomar en cuenta el bagaje conceptual que los alumnos ya han adquirido a lo largo de su desarrollo académico, es decir, la resignificación será un proceso de enriquecimiento, robustecimiento de significados entorno a las derivadas sucesivas.

En lo referente al concepto de función, función derivada y la resignificación de la derivada, encontramos información en diferentes direcciones. Algunas investigaciones presentan alternativas de propuestas para manejar o interpretar la derivada como es el caso de la propuesta de Karelin, Rondero y Tarasenko (2006, 2008). Otras investigaciones analizan la relación $f-f'$ desde un punto de vista puramente matemático, tal es el caso de Riestra y Ulin (2002). También hay investigaciones que estudian $f-f''$ en diferentes contextos como la química, ingeniería, la biología y otros basándose en la periodicidad de las funciones (Ordoñez y Buendía, 2006, 2007). Sánchez y Molina (2006) reportan los resultados de una actividad encaminada a relacionar el pensamiento variacional con las derivadas en aspectos numéricos y gráficos,

Por otra parte Cordero (2006) habla de los usos de las gráficas en el cálculo y da un ejemplo para el caso de la linealidad del polinomio precisamente para tratar de resignificar la derivada, otro

resultado referente a la resignificación de las derivadas es el de Parra (2008) donde se busca la resignificación de la derivada a través de los usos de las gráficas en el contexto particular de la Conservación de la Masa en Mecánica de Fluidos.

Las investigaciones antes mencionadas dan un panorama de lo reportado en torno a la derivada, y la resignificación de la derivada, por lo que son referente para mi problema de investigación, pero a diferencia de estas investigaciones no tratare aspectos puramente matemáticos ni contextos específicos para la interpretación de la derivada, sino que trataré de evidenciar la naturaleza de las funciones a través de los usos de las gráficas, para resignificar la relación de las derivadas sucesivas.

2. Marco teórico

Dada la naturaleza de mi problema es importante reconocer no sólo lo que la socioepistemología ha reportado, sino también lo que otros marcos teóricos pueden aportar, no sólo de manera teórica sino con aspectos relacionados directamente con el problema de investigación, por esto analizamos diferentes aproximaciones teóricas tales como la teoría de representaciones semióticas.

Las investigaciones que reconocen a la gráfica como una representación de una función, tales como las de Radford (2006) y Duval (1993), se da mucha importancia a las transformaciones entre representaciones, es decir, a los tratamientos y conversiones que se pueden hacer en las diferentes representaciones, este punto de vista da un sentido utilitario a las representaciones cuando habla de la economía de tratamientos (Duval 1993, 2006) como una sugerencia para trabajar un concepto de manera más sencilla o concreta en comparación al trabajo que el mismo concepto podría requerir bajo otra representación, “La existencia de varios registros permite hacer cambio entre ellos, y este cambio tiene como objetivo permitir efectuar tratamientos de una manera más económica y más potente” (p. 184); es en esta economía de tratamiento es en el que se deja de lado la posibilidad de identificar las prácticas sociales que podrían emerger al permanecer en una misma representación y tratar de analizar las argumentaciones que de estas prácticas podrían surgir.

Nos es evidente que bajo las Representaciones Semióticas, si consideramos a la gráfica como un solo registro, no sería suficiente ni para resignificar ni para la aprehensión de un concepto u objeto matemático, ya que enfatiza la necesidad de un tránsito entre registros, tal como lo menciona Duval (1993), “no puede haber aprendizaje verdadero en tanto las situaciones y las tareas propuestas no tomen en cuenta la necesidad de varios registros de representación para el funcionamiento cognitivo del pensamiento” (p. 199). Al igual que en las relaciones que menciona Radford (2006), es en este tránsito donde se puede perder de vista los elementos que están presentes en la gráfica, los cuales pueden mostrarme de que manera o maneras se le está utilizando o interpretando de manera general y de manera más particular se podría también perder de vista algunos indicativos del tipo de función que se está presentado.

Es precisamente la posición socioepistemológica la que permitirá la luz del lenguaje grafico la que nos permitirá ver la influencia de la naturaleza de los distintos tipos de funciones, esto a través de sus elementos característicos, algunos de los cuales podrían ser: variaciones, comportamientos tendenciales, comportamientos asintóticos crecimientos, decaimientos,

indefiniciones, predicciones y posiblemente otros, y esta caracterización no dependerá de la relación que la gráfica pueda tener con otra presentación.

A diferencia de la Teoría de las Representaciones Semióticas a luz de la visión socioepistemológica, podemos identificar en la gráfica elementos importantes y suficientes que le permitiría a los alumnos construir conocimiento por sí misma, ya que no depende de ninguna relación con otro tipo de representación para lograrlo, puesto que posee suficientes rasgos o piezas de información. De esta manera no se convierte en una herramienta entrelazada con otras para lograr producir conocimiento. A la luz de la socioepistemología buscaremos identificar la riqueza que los consensos, ya sea social, institucional y/o matemático, proporcionan para los usos de las gráficas y a través del análisis de estos consensos, se podrá identificar las prácticas sociales que emergen.

3. Método

De manera general se contempla seguir el ciclo metodológico sugerido por la socioepistemología. Se identifica un fenómeno en la ausencia de análisis cualitativos gráficos de las derivadas, de manera explícita en el discurso matemático escolar, lo cual lleva a un obstáculo ante tareas que requieren poner en juego significados ricos para las derivadas. En cuanto a la epistemología de prácticas, se busca determinar la epistemología de prácticas de los usos de las gráficas como elemento de análisis para promover una resignificación de la relación de la función y sus derivadas sucesivas, esto al favorecer la naturaleza de las funciones.

Para empezar a obtener información se aplicaron estudios pilotos a alumnos de los primeros semestres de Ingeniería. Las actividades del estudio, consistían en responder una serie de preguntas, en base a la gráfica de la derivada de funciones no tradicionales. El estudio tenía varias intenciones: descripción de comportamientos de crecimientos, decaimientos, puntos máximos o mínimos, comportamientos asintóticos, descripción verbal global de las características específicas que deberían cumplir las funciones para que la gráfica presentada pueda ser la gráfica de su derivada, se esperaba ver gráficamente algunas de las respuestas, buscar un poco de predicción en las argumentaciones, descripción de cómo las características de la gráfica presentada afectarían a la segunda derivada, ver si logran apreciar qué efecto tendrían las asíntotas y los comportamientos al infinito en la forma de las funciones, ver cómo interpretan gráficamente el efecto de las asíntotas y el comportamiento al infinito en las gráficas de las funciones.

4. Resultados

En base a las observaciones del estudio piloto, se está elaborando una segunda versión en la cual se presta mayor atención a la forma de la redacción de las preguntas, de tal manera que sea claro para el alumno cuándo se pregunta por la función y cuándo por sus derivadas; además de utilizar gráficas que propicien el reconocer la naturaleza del tipo de función que se presenta.

Un aspecto teórico importante que se identificó después de analizar la puesta en escena del estudio piloto, fue la importancia del uso de los intervalos como fuente de argumentación en las respuestas de los alumnos, ya que esto permite analizar a la gráfica de manera global o puntal. Es por eso, que en estos momentos nos encontramos en un proceso de búsqueda sobre lo que otras investigaciones han reportado en torno al uso de los intervalos.

5. Conclusiones

El estado actual de la investigación, es el desarrollo e implementación de la metodología, para poder poner en juego los usos de la gráficas y lograr motivar una resignificación en la que se muestre la importancia de la naturaleza de las gráficas, todo esto, en torno a las derivadas sucesivas, el estudio piloto mostro aspectos que aunque inicialmente no fueron considerados, nutren el cuerpo del problema y dan más elementos de análisis.

6. Referencias

- Buendía, G. y Ordoñez, A. (2009). El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(1), 7-28.
- Cen, C. L. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática educativa, Cinvestav-IPN.
- Cordero, F. (2006). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano* (pp. 265-286). Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 7-38.
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, 173-201.
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1/2), 103-131.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9.1, 143-168.
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de maestría no publicada. DME, Cinvestav-IPN, México.
- Lara, A. G. (2007). *Categorías de uso de Gráficas en los libros de texto de mecánica de Fluidos*. Tesis de Maestría no publica del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Ferrari, M. y Farfán, R. (2008). Un estudio epistemológico de lo logarítmico: la construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(3), 309-354
- Karelin, O., Rondero, C. y Tarasenko, A. (2007). La construcción de la recta tangente en puntos de inflexión: un método alternativo en la articulación de saberes. En C. R. Crespo (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 198-203). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Karelin, O., Rondero, C. y Tarasenko, A. (2006). Propuesta didáctica sobre la construcción de la recta tangente sin el uso de la derivada. En G. Martínez (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 386-391). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.
- Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 219-233.

- Ordoñez, A., Buendía G. (2007). Aspectos socioepistemológicos de la relación $f - f'$ en un contexto periódico. *Memorias de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*.
- Ordóñez, Á. y Buendía, G. (2006). Exploraciones de la relación $f - f'$ en contextos. *Memorias de la X Escuela de Invierno en Matemática Educativa*.
- Palacios, J. y Cordero, F. (2007). Un estudio del uso de gráficas en una disciplina de referencia. El caso del cálculo de una bomba. *Memorias de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*.
- Parra, G. (2008). *El uso de las gráficas en la Ingeniería. Una resignificación de la derivada*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Radford, L. (2006) Introducción. Semiótica y Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número especial, 7-21.
- Riestra, J.A. y Ulin, C.A. (2002). Tangencia, contacto y la diferencial. En Eugenio Filloy et al. (Eds.) *Matemática Educativa: Un Cuarto de Siglo de Investigación*. FCE (en prensa), pp. 195-214.
- Roth, W. y McGuinn, M. (1997). Graphing: A cognitive ability or practice? *Science Education*, 81, 91-106
- Rosado, P. (2004) *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática educativa, Cinvestav-IPN.
- Suárez, L. (2008). *Modelacion-Graficacion, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Sánchez, M. y Molina, J. G. (2006). Pensamiento y lenguaje variacional: Una aplicación al estudio de la derivada. En G. Martínez (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19* (pp. 739-744). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.