CONCEPCIONES SOBRE ALEATORIEDAD EN EL AULA

Carlos Eslava Carrillo, Blanca Ruiz Hernández
carlos_eslava54@hotmail.com, bruiz@itesm.mx
ITESM, Campus Monterrey
Didáctica de la Estadística y Probabilidad
Superior

Resumen
Términos como *aleatoriedad, azar, patrones, regularidad*, etc. han sido ampliamente discutidos dentro de diversas comunidades científicas. La definición de lo que es aleatorio o azaroso no sólo es tema de la Probabilidad, sino también de la Filosofía y la cotidianeidad. En nuestra vida común, aparentemente el término aleatorio es transparente y no precisa de mayores explicaciones, sin embargo son muchos los casos en que no se entiende a ciencia cierta. Nuestra intención es hacer surgir dentro del salón de clases una discusión que revele a los estudiantes que no les es claro el concepto y que es necesaria la herramienta probabilística y estadística para poder establecer alguna regla que nos permita definirlo. A lo largo del presente documento se presenta una breve experiencia de cómo estas ideas son reveladas a nuestros estudiantes y la justificación en que se sustenta esa experiencia.

Palabras clave: *Aleatoriedad, azar*

1. Introducción

Dentro del vocablo escolar cotidiano, la palabra aleatorio ha sido de gran utilidad para describir situaciones en las cuales no se tiene control alguno sobre el resultado de un experimento. Aún cuando se pueden conocer los posibles resultados, no podría afirmarse con total seguridad cuál será el próximo resultado del experimento. Así pues, podrían caracterizarse a eventos tales como lanzar un dado o una moneda, obtener una carta de una baraja o sacar una pelota de una urna como experimentos aleatorios dado que sabemos que podemos obtener águila o sol en la moneda, el número de puntos de cada una de las caras del dado, los números de la baraja o los colores de las pelotas: sabemos qué podríamos esperar, mas no lo que resultará al realizar el experimento.

Aunque estos ejemplos son fáciles de ubicar como aleatorios, pocos estarían en contra de clasificarlos como tales (y sin embargo, los hay). Otros fenómenos, tales como la predicción del clima, la ocurrencia de un accidente de tránsito y hasta el movimiento molecular de los gases no son ya tan simples de definir como aleatorios. Enconados debates se han suscitado en torno a este concepto dado que a menudo se utiliza la palabra aleatorio sin definir con antelación lo que se entiende por él. Esto significa, entonces, que en la enseñanza escolarizada no se propicia que el alumno descubra y discuta qué significa la palabra aleatorio y se le deja con la intuición que su haber cotidiano le permite entender. Es bien sabido que en matemáticas no basta la intuición para poder fundamentar un conocimiento; sin embargo, tampoco desde la perspectiva formal el término no es mucho más claro. La palabra aleatoriedad se ha venido empleando desde los inicios de la humanidad para catalogar ciertos fenómenos que no son explicados a través de la causalidad (Bennett, 1998). No es fácil distinguir una secuencia de resultados aleatorios de una que no lo es, porque ¿no acaso esperaríamos que una secuencia aleatoria careciera de patrón?, ¿no acaso aleatoriedad es sinónimo de indeterminación y desorden? Entonces ¿cómo esperar que la ciencia modele los resultados de un fenómeno aleatorio? (Batanero, 2001). Lo aleatorio y lo determinista ha sido contrapuesto una y otra vez a lo largo de la historia de la ciencia y hasta se ha llegado a pensar que lo aleatorio no es más que *el reflejo de nuestra ignorancia* (Laplace, 1814/2006). Los discernimientos entre matemáticos, probabilistas, filósofos y hasta lingüistas han dejado claro el problema alrededor de la definición de este término (Batanero, Henry y Parzysz, 2005). Entonces, ¿qué significa aleatoriedad? ¿Cómo distinguir un fenómeno aleatorio de aquel que no lo es?

La enseñanza tradicional basada en la matemática moderna ha preferido evitar controversias y definir de manera clara los términos enseñados a los estudiantes. Sin embargo, como docentes en el Nivel Medio Superior y Superior nos hemos percatado que la falta de discusión en el salón de clases de algunos conceptos inhibe en el estudiante la utilización de herramientas de la Estadística y la Probabilidad en un futuro, aún de conceptos tan poco claros como lo es el de aleatoriedad. En nuestro cartel deseamos plasmar mediante nuestras experiencias en el aula la importancia de la discusión de algunos conceptos para que los estudiantes entiendan la conexión entre la Estadística y la Probabilidad y algunos de los problemas filosóficos que los significados dentro de esta rama de la ciencia aún se tienen.

El propósito fundamental de la investigación en el aula es indagar qué entienden nuestros estudiantes por el término de aleatoriedad, cómo lo utilizan y cuáles son los requisitos para que puedan describir una situación como aleatoria, y si estos resultados son muy diferentes a los ya obtenidos en otras diversas investigaciones. Los alcances de la experiencia tienen qué ver con la concepción inicial que tienen los estudiantes al llegar a un curso formal de Probabilidad y Estadística. Asimismo, desde la perspectiva de su aprendizaje, queremos que el estudiante se enfrente a tener que decidir cuándo puede o no ser aleatoria una secuencia de resultados obtenidos al lanzar una moneda. Esperamos que esto le lleve a cuestionarse sobre su propia concepción de aleatoriedad.

Sin lugar a dudas, es de suma importancia indagar acerca de estas cuestiones dado que los alumnos erigen los nuevos conocimientos en el área de la Probabilidad y la Estadística en base a lo que ellos conocen o creen conocer, y una concepción errónea podría significar una débil construcción o un nulo entendimiento de los procesos que en el aula se desarrollan.

2. Fundamentación

La percepción del azar y de la aleatoriedad ha sido estudiada ampliamente desde antes de la década de los ochentas. Entre los años 1978 y 1981, David Green (Green, 1982) llevó a cabo un estudio titulado “Proyecto de Conceptos Probabilísticos y del Azar”, cuyo objetivo principal era estudiar la intuición y conceptos de probabilidad de alumnos entre los 11 y 16 años de edad. Se diseñó un examen de 26 reactivos sobre conceptos probabilísticos. En su estudio, Green se centró en uno de los problemas, el cual consistía en que dos alumnas lanzaran una moneda 150 veces y registraran sus resultados. De las dos alumnas, una de ellas hizo el experimento como se le indicó mientras que la otra reportó resultados falsos: ¿habrá alguna manera de definir cuál de ellas hizo trampa? Dentro del problema, los alumnos compararon los resultados de ambas estudiantes y surgieron varias respuestas interesantes por parte de ellos: algunos afirmaban que debía haber un “equilibrio” entre el número de caras y cruces de las monedas para que pueda ser considerada como aleatoria, evidenciando claramente un tipo de análisis frecuencial por parte del alumno. Los más aventajados, hicieron comentarios acerca del número de rachas o la longitud de las mismas, pero mientras algunos estudiantes afirmaban que una secuencia no podía ser aleatoria por ser demasiado “regular” otros afirmaban que en realidad sí era aleatoria. En este sentido, podríamos preguntarnos que algo sea considerado como aleatorio, ¿debe carecer de regularidad y/o estructura?

En este artículo Green nos propone cinco modelos a través de los cuáles se puede evaluar la aleatoriedad de una secuencia de resultados, que por sí mismos no son exhaustivos, es decir, uno sólo no podría evaluar la aleatoriedad de una secuencia. Solamente analizando los resultados de todos ellos se puede concluir cuál de las dos secuencias es aleatoria. Empero, también existen otros trabajos (Konold, 1989; Toohey, 1995; Green y Hunt, 1992) que proponen otras formas de evaluar la aleatoriedad. Esto da cuenta de la complejidad del concepto desde su perspectiva formal y desde la Probabilidad como ciencia.

Toohey (1995) afirma que los adolescentes, en específico, tienen concepciones erróneas sobre la aleatoriedad tales como la disponibilidad y la representatividad. Con la disponibilidad el autor quiere decir, por ejemplo, que cuando a un estudiante se le pide que piense qué es más probable, que haya más palabras que empiecen con r o palabras que tengan r en tercer lugar puede afirmar la primera posibilidad dado que le es más fácil pensar en palabras que empiecen con r. Con representatividad podría entenderse el comportamiento de una secuencia: demasiadas caras juntas al lanzar una moneda no se considera aleatorio por no ser “representativo”.

Tanto Green (1989) como Toohey (1995) coinciden en que la habilidad para percibir de manera correcta la aleatoriedad en la vida real y en eventos estocásticos disminuye con la edad. Una de las posibles razones es el papel preponderante que en los programas de estudio de educación básica se le da a los fenómenos determinísticos, y el poco o nulo tratamiento que se le da a los fenómenos estocásticos. Otra de las razones por las que Toohey (1995) arguye que la percepción de lo estocástico se va distorsionando es que en los libros de texto, cuando se utiliza la palabra *aleatorio* en una amplia variedad de contextos, se trabaja la palabra como un sustantivo y se le da un mayor énfasis a la palabra que lo acompaña, tal como experimento o evento, sólo por mencionar algunos.

3. Método

En la primera clase del curso de Estadística y Probabilidad, mediante un enfoque expositivo se les explicó a los alumnos en qué consiste esta área de la Matemática, qué tipo de fenómenos estudia, cómo procesa los resultados, etc. Posteriormente, se les pidió que realizaran una actividad que consistía en uno de los reactivos de la prueba de Green (1982) en donde se les mostraba a los alumnos dos secuencias de tiros de una moneda, y tenían qué identificar cuál de esos experimentos fue en realidad efectuado y cuál de ellos presentó resultados ficticios. Posteriormente, se les pidió que justificaran su respuesta. Ellos tenían que hacer uso de diversas herramientas estadísticas y probabilísticas para decidir cómo distinguir una secuencia aleatoria de la que no lo es. Algunas de las estrategias usadas por Green (1982) y Toohey (19995) le fueron sugeridas por el profesor, sin embargo, ellos tenían que decidir cómo realizar el reporte de su actividad. En la siguiente sesión de clase, se pidió a varios equipos que expusieran sus resultados y el porqué de ellos. También se les explicó el por qué se utilizó la actividad, se comentaron los resultados y la importancia de clarificar conceptos a la hora de trabajar con fenómenos estocásticos.

4. Consideraciones Finales

Desgraciadamente, en la educación básica en México mucho énfasis se ha puesto en lo que concierne al pensamiento determinístico, dejando un poco de lado lo estocástico. Si bien es cierto que diversos estudios han indicado que existen nociones de pensamiento estocástico en los niños de edades tempranas, muchas veces se va perdiendo a consecuencia del enfoque de los sistemas educativos. El mostrar a los estudiantes la importancia de esclarecer conceptos puede coadyuvar a que éste entienda no sólo los procesos que aprenderá a lo largo de un curso de Probabilidad y Estadística, sino que entienda cuándo y cómo debe aplicarlos.

En cuanto a nuestra experiencia de clase, actualmente estamos en la fase de análisis y recolección de datos a partir de los reportes de los estudiantes generaron y de las grabaciones que se hicieron. Sin embargo, de manera provisional, de acuerdo a lo observado en la clase, podemos decir que nuestros resultados no diferirán mucho de los de Green: aparentemente la mayoría de los estudiantes concluyen erróneamente sobre la secuencia inventada, indicado que es inventada la que es real. Entre los argumentos que observamos, los estudiantes piensan que en una secuencia aleatoria debe haber el mismo número de águilas que de soles y ninguno comenta de manera natural alguna otra forma de evaluar la aleatoriedad en una secuencia de resultados de los volados. De cualquier forma, las conclusiones de los estudiantes se basan en un modelo probabilístico, aunque muy rudimentario y simple.

Nuestra intención de aprendizaje fue mostrar a los estudiantes la complejidad del concepto y cómo la Probabilidad como ciencia ha pretendido zanjar la problemática proponiendo formas de modelar los resultados de los fenómenos aleatorios, pero que, no obstante, el concepto sigue siendo objeto de controversias, por lo que, de manera provisional, podemos asegurar que se cumplió el objetivo. El reactivo realizado por Green presenta varias ventajas para trabajarlo en clase: los estudiantes están familiarizados con el lanzamiento de una moneda, lo que ayuda a que analicen patrones, formulen hipótesis y se adentren de lleno al estudio del azar.

5. Referencias

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de investigación en educación estadística, Universidad de Granada.

Batanero, C., Henry, M. y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bennett, D. J. (1998). *Randomness.* Cambridge: Harvard University Press.

Green, D. R. (1982). Testing randomness. *Teaching Mathematics and its application*, *1*(3), 95-100.

Green, D.R. y Hunt, D.N. (1992). *Generation and Recognition of Random Sequences*, Mathematical Education Report ME9102, Department of Mathematical Sciences. Loughborough. University of Technology, UK.

Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and instruction*, 6(1), 59-98.

Laplace P. S. (2006). Ensayo filosófico sobre las probabilidades (Trad. P. Castillo). En S. Hawking (Ed), *Dios creó los números. Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la historia* (pp. 361-419). Barcelona: Crítica (Trabajo original publicado en 1814).

Toohey, G.P. (1995). *Adolescent perceptions of the concept of Randomness*. Tesis de maestría. University of Adelaide.