

## LA RESIGNIFICACIÓN DE LA FUNCIÓN SENO A PARTIR DE LA EXPERIMENTACIÓN DE MOVIMIENTOS PERIÓDICOS



Carlos Eduardo León  
carlos.leon@ugc.edu.co  
Universidad La Gran Colombia  
Reporte de investigación  
Medio Superior

### Resumen

El presente reporte se dan a conocer los resultados de una investigación que tiene como propósito el diseño de una secuencia de actividades en donde se resignifiquen la función trigonométrica seno a partir del estudio de sus características. Se pretende que la resignificación se dé en un escenario físico que esté normado por la predicción y que aporte elementos metodológicos para realizar actividades en conjunto entre las matemáticas y ciencias experimentales como la física. Las bases conceptuales de este trabajo están orientadas por la aproximación socioepistemológica.

**Palabras claves:** *Función trigonométrica, resignificación, predicción, periodicidad*

### 1. Introducción

En la práctica docente se pueden evidenciar los distintos usos que tenían las funciones trigonométricas tanto en física como en matemáticas. Es indudable, que en la presentación que se hace de estos temas en la asignatura de trigonometría se privilegia el tratamiento analítico y los manejos algebraicos de propiedades como lo periódico o lo acotado de las funciones seno y coseno, tornándose muy difícil la respuesta a interrogantes acerca de su utilidad.

Por el contrario, en física, es un poco más natural mostrar las distintas aplicaciones y usos que tenía la trigonometría para describir ciertos fenómenos físicos, en particular, se comenzó a crear un interés por la representación física que tenía lo periódico y lo acotado.

Por ejemplo, situaciones como los generadores de ondas, el estiramiento de un resorte o el movimiento de un péndulo, presentan algunos usos de las funciones seno y coseno y de sus propiedades. Pero la relación de estas situaciones con la clase de matemáticas no es evidente aunque se hable del mismo tipo de funciones.

Situaciones como las descritas anteriormente, se establecen como marcos de referencia en donde el conocimiento adquiere un significado propio y se organiza en una variedad de interpretaciones, al romper con la idea de una unicidad cognitiva y que a la vez, constituyen un uso del conocimiento en torno a las normas establecidas en la organización de un grupo social. La actividad, de un grupo social en el medio en el que se desenvuelven, le da un sentido a los problemas fundamentales de la ciencia estableciendo relaciones entre ellos y su entorno (Camacho, 2006).

En consecuencia, ante el problema de la ausencia de marcos de referencia para la resignificación de lo acotado, la identificación del periodo y lo periódico de las funciones seno y coseno, este trabajo pretende aportar elementos para la construcción de dichos marcos de referencia.

## 2. Marco teórico

La socioepistemología es entendida como una aproximación teórica que permite tratar las circunstancias de construcción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva que involucra cuatro componentes: cognitivo, didáctico, epistemológico, social, y las interacciones entre éstas (Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez-Sierra, 2006).

En la componente cognitiva, se establece el conocimiento como una serie de procesos sustentados por aspectos cognitivos desarrollados por un grupo social. Esta componente es orientada por cuestiones relativas a la construcción de identidades, significados, realidades y la propia cognición de estudiantes y profesores. Estas cuestiones corresponden a la naturaleza de la construcción del conocimiento atendiendo a inquietudes acerca de la construcción de nuestros significados y nuestras realidades.

La componente didáctica estudia la presencia del conocimiento en el discurso escolar analizando sus implicaciones didácticas. Esta componente aborda cuestiones relativas a los contextos argumentativos propuestos a los estudiantes así como los mecanismos de argumentación, intervención, y de la construcción de consensos.

La componente epistemológica aborda la identificación de marcos de referencia del conocimiento ubicándolo en situaciones particulares. En esta componente se analiza la naturaleza de la construcción del conocimiento matemático, su conformación cultural y el papel que desempeña la acción humana estudiando las formas de interpretación de las prácticas de los seres humanos.

La componente social estudia la actividad del ser humano sobre el medio en el que se desenvuelve, estableciendo un nuevo significado a su conocimiento y relacionándolo con su entorno.

La socioepistemología percibe a la matemática escolar como algo que se construye y en donde no hay contenidos fijos; es decir, los objetos no están determinados, no son únicos y son reconstruidos de acuerdo a las prácticas ejercidas por los sujetos, siendo el centro de interés el cómo debería construirse el conocimiento para su posterior aprendizaje. Esta tarea se da a partir de la caracterización del conocimiento como fruto de las interacciones descritas inicialmente.

Por esta razón, la matemática escolar debe estar complementada por las situaciones que permitieron su aparición consiguiendo un carácter funcional para el conocimiento y una resignificación en la vida cotidiana del estudiante. Es en este sentido, se plantea la socioepistemología como un enfoque investigativo que busca las formas de interacción de los conocimientos matemáticos de los estudiantes en diversos contextos como el trabajo o ambientes relacionados con distintas ramas de la ciencia, permitiendo un uso de los saberes y el estudio del desarrollo de estos usos.

En la aproximación socioepistemológica, la unidad de análisis se establece en la actividad humana como generadora de la producción de objetos matemáticos. Esta actividad del ser humano sobre el medio en que se desenvuelve se denomina según Camacho (2006), como prácticas social.

Montiel y García-Zatti (2007) definen la *práctica social* como “aquel conglomerado de supuestos socialmente compartidos, mayoritariamente implícitos, que norman la actividad”.

Montiel (2005) aborda tres entidades para establecer un marco en la construcción del discurso escolar: *actividad*, *práctica de referencia* y *práctica social*. La actividad es definida como la acción observable realizada por un individuo o grupo social, en respuesta a necesidades de carácter práctico o teórico, influenciada por el *escenario sociocultural* en el que la misma se lleva a cabo. La práctica de referencia es el conjunto articulado de actividades con un fin específico. La práctica social es la que regula y norma a las prácticas de referencia y sus actividades asociadas.

Al normar la *actividad humana*, la *práctica social* regula la acción del sujeto, lo hace construir conocimiento matemático de determinada manera. Cuando se reconocen las prácticas sociales como creadoras del conocimiento se comienzan a diseñar situaciones que permitan la funcionalidad del conocimiento. El conocimiento funcional es el que se integra y se resignifica permanentemente en la vida del ser humano, fuera del contexto de la escuela. El diseño de estas situaciones es abordado desde el marco de la socioepistemología.

Algunas investigaciones en socioepistemología han encontrado escasos los marcos de referencia en que el conocimiento matemático puede resignificarse, por tanto proponen un rediseño del discurso matemático escolar, el cual ofrezca las prácticas donde se resignifique la matemática, al estar está al servicio de otros campos. La aproximación socioepistemológica analiza la relación que hay entre las interacciones entre la construcción del conocimiento matemático, las prácticas sociales y la resignificación.

Pero resignificar no se refiere a establecer un significado nuevo en un contexto determinado sino al uso que se le da al conocimiento donde se debate entre su función y su forma acorde a lo que organiza el grupo humano (Dominguez, 2003). Se analiza entonces la resignificación a través de dos categorías:

- Los contextos y procedimientos
- El desarrollo de los usos

El enfoque socioepistemológico tiene como unidad de análisis el examen de las prácticas sociales y como favorecen éstas la construcción del conocimiento matemático. Una de estas prácticas es la predicción, la cual según Cordero (1998), es una práctica social que ayuda a construir y reconstruir teorías o conocimientos matemáticos.

A partir de la práctica de predecir los conocimientos matemáticos adquieren un carácter funcional al interpretar el comportamiento de diferentes fenómenos de tipo repetitivo o periódico, permitiendo, como afirma Buendía (2004) la reconstrucción de significados o la generación de nuevos conocimientos.

Existe, por ejemplo, una dificultad al ser imposible el control del clima, lo cual genera una necesidad en algunos grupos sociales de anticiparse a los sucesos meteorológicos que ocurren con cierta periodicidad, adquiriendo sentido y resignificando la repetición que presenta un fenómeno (Buendía, 2005).

La predicción como practica social, genera un contexto argumentativo en donde el estudiante puede replantear sus conocimientos acerca de fenómenos como la repetición de un movimiento. Esta práctica, está relacionada con la variación porque para predecir un estado futuro es necesario cuantificar y analizar las causas y efectos que permitan a través de la modelación la anticipación de consecuencias.

Dado que una práctica social genera un conocimiento matemático, la predicción va a ser la categoría que me va a generar ese conocimiento, poniendo en marcha un escenario de predicción y no un conjunto de conceptos. Es entonces la predicción el hilo conductor de situaciones propias de variación como es el caso del movimiento en donde se estudia la comparación de un estado final con el inicial.

La situación de laboratorio que se presenta en esta investigación, está asociada a la práctica de la predicción y busca que los estudiantes logren una identificación de los diferentes significados de lo periódico y de lo acotado y resignifiquen el concepto de variación, a partir de la descripción del movimiento de un punto de una cuerda vibrante.

Las tres categorías que se analizarán en esta investigación están determinadas por las características de construcción de la función trigonométrica. Las características de una función son aquellas cualidades que determinan la identificación de la misma o la distinción con otras funciones. El objetivo de las características es proporcionar información acerca de la función o del movimiento que esté representando.

Entre más características se reconozcan de una función, mejor se puede representar el tipo de función, ya sea analítica o gráficamente. Por lo tanto, caracterizar una función será determinar y estudiar las principales cualidades de la misma para su posterior representación. Las siguientes características serán tomadas como categorías de análisis en esta investigación.

### **Lo acotado**

En matemáticas lo acotado se refiere a cierto objeto matemático en el que se establece una relación con ciertos valores llamados cota superior o inferior. Un movimiento se dice acotado cuando alcanza un valor mínimo y un valor máximo para cualquier  $x$ .

Inicialmente en el estudio de movimientos periódicos se establecen ciertas características del movimiento que se convierten en el punto de partida para su análisis. En este estudio se determinó que la característica de acotación de la gráfica que describe el desplazamiento de una partícula de la cuerda vibrante en función del tiempo, es la categoría inicial de estudio para establecer el periodo.

Es a raíz de identificar y establecer las cotas superiores e inferiores de la curva que describe el movimiento se puede establecer ciertos patrones que pueden llevar a la identificación del periodo.

### **El periodo**

El periodo toma importancia en actividades de predicción al permitir la comparación entre el estado presente de un movimiento con estados futuros del mismo y viceversa. El estudio del periodo establece el inicio de la resignificación de las características periódicas identificando diferencias entre la repetición del movimiento y como se repite. Montiel (2005) afirma que el periodo establece un puente entre el tratamiento empírico de la periodicidad y un tratamiento científico.

En la práctica, El periodo debe presentarnos información acerca de todo el movimiento de la cuerda adquiriendo, según Buendía (2004) una característica de una relación dialéctica entre el análisis de tipo local y global para que lo periódico del movimiento sea relevante.

En la secuencia de actividades, al querer predecir la posición de la partícula que vibra con el movimiento de la cuerda, se presenta una búsqueda del periodo que permita la comparación de la posición actual de la partícula con una posición futura de la misma. Según Buendía (2004), La importancia del periodo es que establece un primer momento en la resignificación de lo periódico ya que propone una distinción útil entre aquello que se repite y el cómo se repite, manteniendo en si misma información general del movimiento

Ramírez y González (2005), citados por Vázquez (2008), afirman que en la Socioepistemología de lo periódico, los patrones son usados como herramienta predictiva mediante la identificación del periodo. La predicción es lo que permite una confrontación entre los diferentes significados de repetición y posibilita la construcción de la noción de periodicidad, a través de una resignificación de la forma y tipo de repetición de un objeto o de un movimiento.

Esta resignificación esta constituidas por significados y procedimientos los cuales establecen un esquema argumentativo basado en la predicción. Para predecir se necesita en primera instancia reconocer ciertas características del movimiento para generar una búsqueda del periodo que permita la comparación de estados futuros con el estado presente y viceversa. La naturaleza del periodo estará determinada por su identificación y uso.

### **Lo periódico**

Después del reconocimiento del periodo se constituye una búsqueda de la predicción de la posición de la partícula en un instante posterior, haciéndose fundamental el identificar “cómo se repite” un movimiento a lo largo del tiempo.

En el diseño de esta actividad se tuvo en cuenta la creación de un espacio de predicción para que los estudiantes encontraran un uso de la periodicidad, por tal motivo se relacionó lo periódico con un movimiento a lo largo del tiempo, la búsqueda de patrones para la construcción del periodo y el estudio global del movimiento, desde un punto de vista local (Buendía, 2004).

A raíz de la falta de marcos de referencia que existen en la matemática escolar, para la resignificación de las características de la función trigonométrica, el laboratorio que se plantea en esta investigación busca presentar una propuesta para lograr esta resignificación a partir del análisis de una situación de predicción en las que se involucra características de estas funciones como la periodicidad y la acotación.

Según Buendía, lo periódico puede constituir un lenguaje anterior a la formalización de la propiedad de periodicidad a partir de la definición. Este lenguaje está inmerso en la actividad que se plantea, con la búsqueda de la posición de la partícula de la cuerda en un estado futuro a través de una representación gráfica de la forma del movimiento, al interpretar su periodo y sus características.

Desde un punto de vista histórico, los fenómenos periódicos han sido fundamentales en el desarrollo de la ciencia. Según Pannekoek (citado por Buendía, 2004), descubriendo y estableciendo los periodos de un fenómenos el conocimiento se vuelve ciencia. Babilónicos, egipcios y griegos basaron sus predicciones en sucesos periódicos que permitieron el desarrollo de un conocimiento científico en la época (Montiel, 2005).

En un marco de referencia como el contexto físico en el que se plantea el laboratorio de la cuerda vibrante se evidencia una dicotomía, según Buendía, entre el comportamiento del desplazamiento y el comportamiento del tiempo, esta dicotomía es fundamental para el desarrollo del concepto de función periódica como relación entre variables.

### **3. Metodología**

Esta investigación se ha estructurado en tres etapas:

#### **Primera etapa**

Inicialmente se plantea una problemática inmersa e identificada en la práctica docente al determinar la ausencia de marcos de referencia para la resignificación de las funciones trigonométricas. Se optó por la propuesta de Montiel (2005) que plantea que se aborde la particularidad de cada función y condiciones socio-culturales de su construcción Montiel (2005).

Se realiza una consulta bibliográfica de investigaciones relacionadas con el diseño de actividades en trigonometría, específicamente del estudio de la función seno y coseno. Como producto de esta consulta, se estudian algunos aspectos teóricos relacionados con los resultados de las investigaciones de Montiel, y Buendía, las cuales acercan este trabajo al enfoque socioepistemológico y se toma como marco de referencia.

Bajo este enfoque, se da inicio al diseño de la secuencia de actividades, que se plantea como una propuesta para la ausencia de marcos de referencia en torno a la resignificación de la función trigonométrica. A raíz de algunas ideas expresadas en los referentes teóricos, se establece la predicción como práctica normativa de las actividades que se proponen.

Estas actividades se enmarcan en la matematización de movimientos periódicos, que es una práctica de referencia, de tipo físico en donde se exponen algunas situaciones, que en nuestro caso, usamos en el diseño de la secuencia de actividades. De esta manera, se pensó en el problema de la cuerda vibrante y en construir un dispositivo que pudiera recrear el movimiento de la cuerda.

#### **Segunda etapa**

La segunda etapa es la construcción del dispositivo en el que vibra la cuerda. Para la construcción del dispositivo se tuvo en cuenta algunos diseños utilizados en laboratorios de física. De esta manera se construye el dispositivo y se inicia la elaboración del cuestionario que sirve para la recolección de los datos, teniendo en cuenta las categorías que se pretenden analizar. El accionar del dispositivo y el cuestionario es la secuencia de actividades que se denominará “el laboratorio de la cuerda vibrante”.

El prototipo de la cuerda vibrante se considera como una actividad adecuada para la práctica de la predicción. La actividad diseñada buscó ser un punto de convergencia entre los aspectos teóricos de la sociopistemología de la función trigonométrica y los aspectos de exploración en relación con el laboratorio físico que se querían tener en cuenta.

El instrumento de recolección de datos es un cuestionario que consiste en ocho preguntas. Las primeras cuatro están enfocadas a la reflexión del primer armónico y las restantes a la reflexión

del segundo armónico. Estas son las preguntas de la primera parte del cuestionario propuesto en la actividad.

### **I. Como cambia la posición del punto respecto al tiempo**

Esta pregunta se plantea para que los estudiantes comiencen a identificar una dependencia de la posición del punto escogido sobre la cuerda, respecto al tiempo que emplea en su desplazamiento. En este momento se realiza una identificación de lo acotado del movimiento, siendo esta la primera categoría de análisis que se estudia.

Aunque los estudiantes, tienen un significado de lo que es acotado, se pretende que exista una construcción alrededor de esta idea, a partir de la observación e interpretación del movimiento que genera el dispositivo y de los comentarios que se realizan en el grupo.

Se espera que los estudiantes identifiquen una regularidad en el movimiento, describiendo que en distintos instantes el punto está en la misma posición. Esos instantes son los que se estudian en la siguiente pregunta.

### **II. Suponiendo que los mismos desplazamientos se hacen en la misma unidad de tiempo, realiza una gráfica en un plano coordenado ubicando el movimiento que representa el cambio de posición de la partícula que se encuentra representada en la figura anterior**

En este apartado, los estudiantes deben realizar una gráfica de distancia-tiempo tomando como datos las posiciones que llega a tomar el punto marcado sobre la cuerda.

Estos datos se inclinan más a que los estudiantes identifiquen la característica de acotación y el periodo del movimiento, por lo tanto no se hace necesario determinar los tiempos precisos de las posiciones que alcanza el punto, ni tampoco la medida precisa de la distancia que alcanza y por esta razón se especifica en la pregunta el supuesto de que los desplazamientos se hacen en la misma unidad de tiempo.

Lo que se pretende en esta pregunta es que los estudiantes construyan la gráfica de una función a partir de la descripción de lo acotado y lo periódico del movimiento aunque no sea necesariamente la función seno o coseno. En este punto es primordial identificación de la dependencia de la posición respecto al tiempo ya que esa dependencia es la que permite la comprensión de que es lo que se repite y como se repite.

### **III. Describe con tus palabras las características de la gráfica que realizaste a partir de la generación del primer movimiento.**

En esta pregunta, se pretende que los estudiantes empiecen a resignificar las características del movimiento a partir de su uso en la gráfica que realizaron y que se debata el funcionamiento y la forma del conocimiento que se construye, es decir la funcionalidad en la relación distancia-tiempo.

Se espera que los estudiantes identifiquen:

- Lo acotado: El movimiento es acotado debido a que alcanza un punto máximo y un punto mínimo respecto a la distancia que alcanza.

- El periodo: La identificación de un patrón en el movimiento del punto de la cuerda, establece las bases para la construcción del periodo que está determinado por el tiempo en que toma el punto en hacer un desplazamiento hacia arriba y hacia abajo.
- Lo periódico: Luego de la identificación del periodo, se espera que los estudiantes identifiquen como se repite el periodo, a través del estudio del comportamiento del desplazamiento y del comportamiento del tiempo, para poder resignificar el concepto de función periódica.

**IV. Si se supone que en dos segundos, el punto se desliza desde el eje y hace un recorrido hacia arriba y hacia abajo para llegar al mismo lugar. ¿Dónde estará el punto en los siguientes instantes?**

- A los 2 segundos
- A los 5 segundos

La identificación de las características de la función seno, admiten la realización de la predicción de la posición del punto en determinado instante. En primera instancia, la predicción del movimiento del punto permite determinar características del movimiento como lo acotado y lo periódico; luego, en una segunda instancia, a través de una gráfica espacio- tiempo podamos elaborar una representación gráfica ese movimiento y establecer la predicción de la posición del punto en los instantes solicitados.

Solamente, al identificar el periodo y entender “cómo se repite” se puede comprobar la posición del punto y entender el comportamiento de la gráfica.

Los aspectos exploratorios se han originado en la observación e indagación en la secuencia de actividades y los aspectos de carácter teórico se refieren al análisis de la información recogida en el trabajo exploratorio, a la luz de los elementos teóricos explicitados en el marco de referencia.

La recolección de los datos se hizo en la puesta en escena de tres formas:

- Medio escrito: La producción escrita de los estudiantes en la solución de los cuestionarios.
- Medio audiovisual: Registros fílmicos, durante toda la actividad.

En análisis posterior se hace teniendo como base los datos recogidos por los medios mencionados anteriormente. Además tendrá en cuenta, la información recogida al establecer comunicación directa con los estudiantes.

### **Tercera etapa**

La tercera etapa corresponde al análisis de los datos recogidos, revisando las experiencias y confrontándolas con las hipótesis planteadas en el estudio preliminar del cuestionario, teorizando estos resultados a través de procesos como ordenación y comparación, al establecer vínculos y relaciones entre la teoría y los resultados.

La población de la cual se tomó una muestra para este estudio son los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad La Gran Colombia, específicamente estudiantes de segundo semestre del curso Calculo I.

El objetivo de este espacio académico es asimilar las herramientas del Cálculo a partir de las funciones, con el fin de utilizarlas como instrumentos en las asignaturas posteriores del programa

y en la aplicación de problemas. El curso gira en torno a la forma en que el estudiante pueda aplicar las herramientas que le ofrece el cálculo univariado y las funciones para modelar situaciones problema relacionadas con la enseñanza de las matemáticas en diferentes contextos.

El curso contaba con 12 estudiantes de los cuales se determinó a partir de una convocatoria abierta, una muestra que resultó de cinco estudiantes. Las edades de estos estudiantes están entre los 19 y los 22 años. Pertenecen a clase media, la mayoría de ellos trabaja para costear sus estudios. El horario nocturno del programa les permite las dos actividades simultáneamente, trabajar y estudiar.

Los estudiantes escogidos en la muestra presentan gran afinidad para el trabajo en equipo y para la discusión en torno a las temáticas relacionadas con su formación como profesores. En cuanto a su rendimiento académico, presentan resultados aceptables siendo homogénea esta apreciación y en general comparados con los demás estudiantes del programa.

Respecto a la trigonometría, los estudiantes de curso de Cálculo I, previamente no han abordado en otros cursos esta temática a excepción tal vez de lo que pudieron haber estudiado en sus cursos de matemáticas en su educación secundaria.

#### **4. Resultados**

A partir de los datos recogidos en los cuestionarios y en la discusión hecha por los estudiantes en la puesta en escena, las conclusiones se examinaron respecto a las tres categorías de análisis.

En términos generales se reconoció un comportamiento secuencial en torno a las tres categorías. En primer lugar, la identificación de lo acotado del movimiento sirvió para que el estudiante estableciera el punto máximo y el punto mínimo que alcanzaba la cuerda. De esta manera, se construyó, gracias al patrón que describía el punto, el periodo, que fue lo que se identificó como lo que se repetía.

A partir del estudio de esta unidad, se reconoció una forma de repetición gracias a la tipificación del movimiento periódico que se observaba con la vibración de la cuerda, en la formación del primer y segundo armónico. Por lo tanto la pregunta que se generaba era como se repetía el periodo, dando paso a la caracterización de la periodicidad presente en el movimiento.

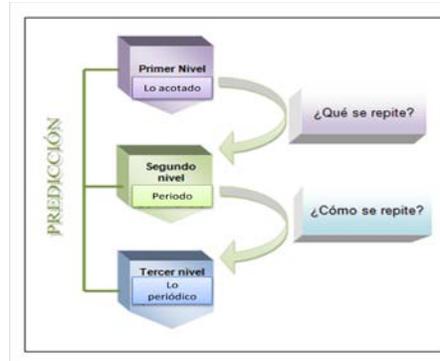
El periodo y la periodicidad establecen un tratamiento científico de la posibilidad de predecir la posición de una partícula en un tiempo futuro, corroborando el planteamiento de Montiel (2005) al establecer que el periodo tiende un puente entre un tratamiento empírico de la periodicidad y uno científico.

La periodicidad se usó en una actividad que requería redefinir su función y su forma y en donde la predicción permitió que se resignificara. El contexto físico del laboratorio de la cuerda vibrante sirvió para asegurar un significado distinto de la periodicidad que el planteado desde lo analítico, proponiendo una nueva forma de interpretación de los conceptos matemáticos desde la experimentación y fortaleciendo vínculos entre la enseñanza de las matemáticas y la física.

Los experimentos físicos, como la cuerda vibrante no solo responden a una cuestión epistemológica de la solución de problemas físicos, plantea la construcción y uso del

conocimiento en grupos sociales, lo cual se simuló en la ejecución del laboratorio diseñado en esta investigación.

El hilo conductor en el tránsito entre lo acotado, el periodo y lo periódico, siempre fue la práctica de la predicción, la cual se convirtió en el motivo del reconocimiento de las características de construcción de la función trigonométrica seno y coseno, a raíz de intentar predecir la posición de un punto de la cuerda vibrante, en determinado tiempo. Por consiguiente la predicción constituyó un espacio en donde se determinaron tres niveles de reconocimiento de las características de la función trigonométrica, esenciales para su construcción social, y cuyas interacciones a lo largo del laboratorio resignificaron tanto el periodo, como lo periódico y lo acotado.



Respecto a la naturaleza del movimiento de la cuerda se pudo identificar ciertas características, a partir de la experimentación:

El movimiento lineal de la partícula de la cuerda fue representado de manera adecuado por una función de posición respecto al tiempo, las gráficas que se generaron mantuvieron presente las características de acotación y periodicidad para poder identificar el periodo que permitirá realizar una predicción de la posición de la partícula en algún tiempo futuro.

Aunque la representación gráfica del movimiento tenía una similitud con la forma de la función seno, no se pudo concluir que efectivamente la gráfica correspondiera a la de dicha función trigonométrica, dando como argumentos que no se tenían los mismos dominios y que la gráfica resultante de la experimentación no tomaba valores negativos.

En la puesta en escena, los estudiantes pudieron resignificar la idea de función a partir de la dependencia que encontraron entre la posición de la partícula y el tiempo, teniendo en cuenta un cambio en la dirección de la partícula que en la gráfica de la función representaron con imágenes negativas. La curvatura con que se graficó la función se debió a una relación visual que encontraron en la generación de armónicos en la vibración de la cuerda, los cuales sirvieron como fundamento para la gráfica final.

En la segunda parte del laboratorio, los estudiantes compararon el movimiento de la partícula en el primer armónico con el de la partícula en el segundo armónico, señalando diferencias entre las categorías de análisis.

Para la primera categoría, se pudo visualizar un cambio en las cotas de los dos movimientos, esto debido a que en el segundo movimiento la cuerda reduce a la mitad su amplitud, lo que generó una distinción en la construcción de la unidad de análisis y confirmando que la identificación de

las cotas del movimiento son fundamentales para la identificación de la unidad de análisis. A raíz de esta distinción, se diferencia los periodos del primer armónico y del segundo, teniendo en cuenta que el elemento que determina dicha distinción es el tiempo, representado en el eje  $x$ , por consiguiente se puede establecer que los factores que determinan el periodo están ligados a la variación que ocurre en el eje  $y$  respecto a la amplitud y en el eje  $x$  a la variación que establece la continuidad del tiempo.

Luego de la identificación y construcción del periodo, su uso determina un reconocimiento del comportamiento periódico del movimiento del punto, generando una relación biunívoca entre la predicción y lo periódico, debido a que es por el reconocimiento del “cómo se repite”, que se pueden establecer los ciclos repetitivos que genera la vibración de la cuerda.

Por lo tanto se pueden clasificar estas conclusiones en tres niveles que establecen la construcción de la función trigonométrica.

Nivel 1: identificación del movimiento a partir de las cotas del mismo.

Nivel 2: Construcción del periodo.

Nivel 3: Uso de la unidad de análisis en el tratamiento de la periodicidad.

La predicción es el factor que determina la estructura de los tres niveles de construcción que en consecuencia generan la resignificación de la función trigonométrica a partir del estudio de sus características, creando una necesidad de diseñar nuevas actividades para la comprobación de estos niveles y de las herramientas que se utilizaron en su concepción, esto es una nueva historia.

## 5. Conclusiones

La actividad del laboratorio se puede complementar con mediciones mucho más precisas de la posición de punto en la vibración de la cuerda. En este sentido, se hace necesario el uso de medios tecnológicos que nos permitan tener datos exactos tanto del tiempo como de la posición del punto.

Con estos elementos se podría modificar el cuestionario para realizar predicciones de la posición del punto en tiempos mucho más específicos, a partir de la elaboración de una gráfica cuyas variables estén en escalas precisas. Para lograr esta modificación se requiere hacer algunos cambios en el dispositivo de la cuerda vibrante para poder conseguir de manera más rápida, la conformación de los armónicos necesarios para el laboratorio.

La secuencia de actividades se puede trabajar para la educación media de manera simultánea en un curso de trigonometría y de física, para establecer una articulación de dos áreas que en ocasiones, no se relacionan.

## 6. Referencias

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Buendía, G. (2004). *Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

- Cantoral, R. Farfán, R.M., Lezama, J., Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial, 83-102
- Camacho, A (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. México, *Revista de Educación Matemática*, 18(1), 133 a 160.
- Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías de conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 365-386.
- Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso de comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1, 56-74.
- Cordero, F. y Martínez, J. (2001). La comprensión de la periodicidad en los contextos discreto y continuo. En G. Beitía (Eds.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 14, 422–431. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Jácome, G. y Montiel, G. (2007). Construyendo la razón trigonométrica. Una secuencia basada en la actividad. En G. Buendía y G. Montiel (Eds.), *Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 433-436). Yucatan, México: Red Cimates
- Katz, V. (1987). The calculus of the trigonometric functions. *Historia Mathematica*, 14(4), 311-324.
- Lévy-Leblond, J.M. (1999). Física y matemáticas. En F. Guénard y G. Lelièvre (Eds.), *Pensar la matemática*. (Cuarta edición.) Barcelona, España: Tusquets Editores.
- Maldonado, E.S. (2005). *Un análisis didáctico de la función trigonométrica*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Sánchez, C. (2007). *Las funciones: un paseo por su historia*. Madrid, España: Nivola Libros y Ediciones.
- Suárez, L. (2008). *Modelación-Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y Estudios
- Vázquez C, R, (2008). *Estudio de lo periódico en diferentes contextos Identificación y uso de la unidad de análisis*. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Chiapas, Chiapas, México.