

CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ÁNGULO MEDIANTE ESCUADRAS Y EL CÍRCULO EN EL NIVEL SECUNDARIA



Celia Ivonne Portilla Hinojosa, Leticia Sosa Guerrero,
Ofelia Montelongo Aguilar
civonneportillah@hotmail.com, lsosa19@hotmail.com,
omaguilar_m@hotmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas
Reporte de Investigación
Básico (Secundaria)

Resumen

En esta investigación realizamos una secuencia didáctica en la que se pretende que los alumnos de segundo año de secundaria construyan el concepto de ángulo como giro, manipulando las escuadras del juego de geometría sin graduación y un círculo marcado con el centro. Para esta secuencia didáctica utilizamos como marco teórico la teoría de situaciones desarrollada por Guy Brousseau (1986) y como marco metodológico la ingeniería didáctica tomada de De Faria, (2006), de la cual solo tomaremos la parte que necesitamos para cumplir nuestro objetivo. Finalmente se llegó a la conclusión de que los alumnos pueden construir el concepto de ángulo con esta secuencia didáctica y manipular su información para medir ángulos.

Palabras clave: *Ángulo, giro, secuencia, ingeniería didáctica*

1. Introducción

El concepto de ángulo es uno de los que se llaman elementales, además que es importante porque nos sirve para formar nuevos conocimientos. Sin embargo este concepto tiene muchas definiciones, por lo que se trata de un concepto de naturaleza multifacética (Michelmor y White 2000), donde cada definición debe encajar en una diferente estructura formal de las matemáticas y su interpretación dependerá de las necesidades que se tengan en el momento y que el profesor crea la más adecuada.

Casas y Luengo (2005) hacen una clasificación de las definiciones del concepto de ángulo en tres categorías: ángulo como región del espacio, ángulo como par de líneas y ángulo como giro. En la educación escolar se introduce el concepto de ángulo desde el cuarto año de primaria y la definición cae en la categoría: ángulo como giro al definirla como: “Cuando se hace un giro, se describe un ángulo” (Ávila, Balbuena y Bollas, 2006, p.112). Y en Secundaria la definición cae en la categoría como par de líneas y se define de la siguiente forma: “Cuando se tienen dos rayos con un origen en común se forma un ángulo” (Mancera, 2009, p.127).

Escribe Matos(1990) que “por más de 2000 años se ha venido desarrollando un debate sobre la naturaleza del desarrollo del concepto de Ángulo, y la discusión aún no termina” (p. 4). Desde las culturas neolíticas cuando los ángulos servían para predecir fenómenos naturales, para determinar las estaciones del año y con eso el mejor tiempo de cosecha, así como la construcción de edificios y pirámides, hasta nuestros tiempos que nos ayuda para seguir construyendo nuestro conocimiento matemático.

En este trabajo de investigación aplicamos una secuencia didáctica la cual nos ayuda a que los alumnos construyan el concepto de ángulo, para esto se aplicó una secuencia didáctica para construir el concepto de ángulo manipulando las escuadras del juego de geometría sin graduación

y señalando los ángulos en ellas, además de un círculo con el centro marcado. Donde los alumnos mediante instrucciones deben girar cada uno de los distintos ángulos de las escuadras en el círculo y de ahí deben hallar la relación entre los ángulos y los grados. Esta secuencia fue aplicada a alumnos de segundo grado de secundaria en una secundaria técnica en una zona marginada de la ciudad de Fresnillo, Zacatecas. Los alumnos construyen el concepto de ángulo y además miden los grados de los ángulos en el círculo sabiendo a cuantos grados corresponde cada fracción del círculo.

Dentro de los propósitos de la investigación esta que los alumnos construyan el concepto de ángulo como giro, la cual es una categoría dentro de la clasificación de las definiciones de ángulo de Casa y Luengo (2005). Además queremos hacer notar que los alumnos se den cuenta que no importa el tamaño de los lados, la medida del ángulo es la misma y que no es lo mismo medir un ángulo en el sentido de las manecillas del reloj que en sentido contrario de las manecillas del reloj y por último que con la secuencia se puede identificar en el círculo el transportador.

2. Marco Teórico

En el marco teórico consideraremos la teoría de situaciones didácticas desarrollada por Guy Brousseau (1986) en Francia y la cual extrajimos de diversos documentos que la tratan.

Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2000) nos expresan que la teoría de situaciones nos sirve para estudiar y modelar fenómenos didácticos que ocurren cuando un profesor enseña una noción, teorema o un procedimiento a los estudiantes, en nuestro caso nos sirve para construir el concepto de ángulo, mediante una secuencia de clases.

Para construir el concepto de ángulo, utilizamos la situación didáctica la cual es un conjunto de relaciones establecidas explícitas y/o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio y un sistema educativo (Gálvez, 1994).

Para ello escriben Rotaache y Montiel (2008) que se necesita que intervengan tres elementos:

- El cognitivo: relacionado con el alumno.
- El epistemológico: el conocimiento a enseñar.
- El didáctico: relacionado con el docente.

Panizza (2003) expresa que en la teoría de situaciones didácticas se destacan dos convicciones epistemológicas. Por un lado, la de que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos de interés supone el desarrollo de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas ni a cuestiones de opinión; por otro lado, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como la psicología o la pedagogía).

3. Método

Nuestro marco metodológico es la ingeniería didáctica, para cual nos basamos en el documento realizado por De Faria (2006), el cual escribe que Douady (1996, p.241; citado en De Faria, 2006) consideraba que “el término Ingeniería Didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-

ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos”.

Además De Faria (2006) escribe que las cuatro fases de la metodología de la ingeniería didáctica son:

➤ Primera fase: Análisis preliminares.

Los análisis preliminares son respecto al cuadro teórico general y sobre los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema. Los cuales desarrollamos en el trabajo de investigación al dar un viaje a través de la historia del concepto, un análisis de los conocimientos adquiridos a través del discurso escolar y lo que han aportado otras investigaciones acerca del concepto.

➤ Segunda Fase: Concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas.

El investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Estas son las *variables de comando* que él percibe como pertinentes con relación al problema estudiado. Es decir, se va desarrollando un conjunto de hipótesis acerca de lo que harán los alumnos durante la aplicación de la secuencia didáctica. También se considera que la secuencia didáctica se aplicó a 27 alumnos de segundo año de secundaria en una secundaria técnica de una zona marginada de la ciudad de Fresnillo, Zacatecas.

➤ Tercera fase: Experimentación.

Se realiza la ingeniería con cierta población de estudiantes. Y se inicia cuando se da el contrato investigador con dicha población de los estudiantes, es decir mediante el contrato didáctico, la aplicación de la ingeniería y el registro de las observaciones durante la aplicación. La duración de la secuencia didáctica es de 4 sesiones de 50 minutos aproximadamente, donde una de las sesiones corresponde al examen diagnóstico.

➤ Cuarta fase: Análisis *a posteriori* y evaluación.

Son las observaciones realizadas de las secuencias didácticas, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella. Después de haber aplicado la secuencia didáctica se hace un análisis *a posteriori* tomando en cuenta el análisis *a priori* al diseñar dicha secuencia.

En el trabajo de investigación se diseñó una secuencia didáctica para construir el concepto de ángulo, la cual consta primero de un examen diagnóstico puesto que los alumnos ya han tenido un primer acercamiento con este concepto desde el cuarto año de primaria y después en la secundaria y de esta forma nos podremos dar cuenta de los conocimientos previos que tienen alrededor del concepto de ángulo.

La secuencia didáctica se diseñó de tal forma que los alumnos construyan el concepto de ángulo como giro, dentro de la clasificación de Casas y Luengo (2005), de tal forma que mediante las instrucciones dadas manipulando las escuadras del juego de geometría sin graduación, con los diferentes ángulos marcados y con un círculo con el centro marcado, además de que sin guía del profesor ellos deben definir el concepto de ángulo, además se deben dar cuenta que la longitud de los lados no determina la amplitud del ángulo, que no es lo mismo medir los ángulos en el sentido de las manecillas del reloj, que en el sentido contrario de las manecillas del reloj y por último establecer la relación del círculo y el transportador.

4. Resultados

Después de obtener los resultados de la secuencia didáctica se analizaron las respuestas organizándolas en tablas, donde escribimos las respuestas obtenidas, después clasificamos las respuestas e hicimos un análisis a priori.

De los resultados que obtuvimos tenemos que:

Pocos de los alumnos saben dar una definición del concepto de ángulo y de los que dieron una definición, la dieron como par de líneas o como elemento de una figura.

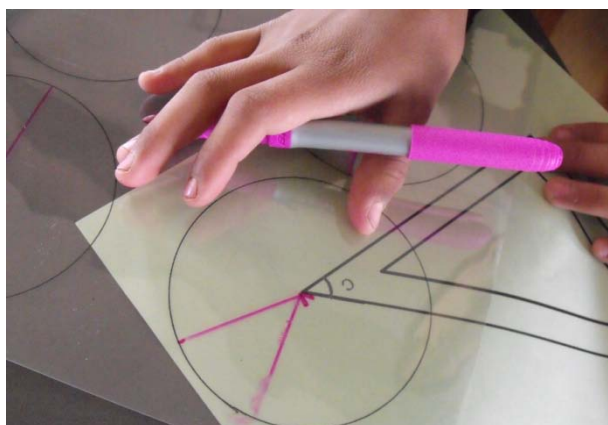
La mayoría de los alumnos no saben una unidad de medida de los ángulos, aunque en su mayoría sabe que el círculo tiene 360° .

Los alumnos saben que no importa la longitud de los lados para determinar la amplitud del ángulo.

Los alumnos no saben identificar con símbolos los ángulos.

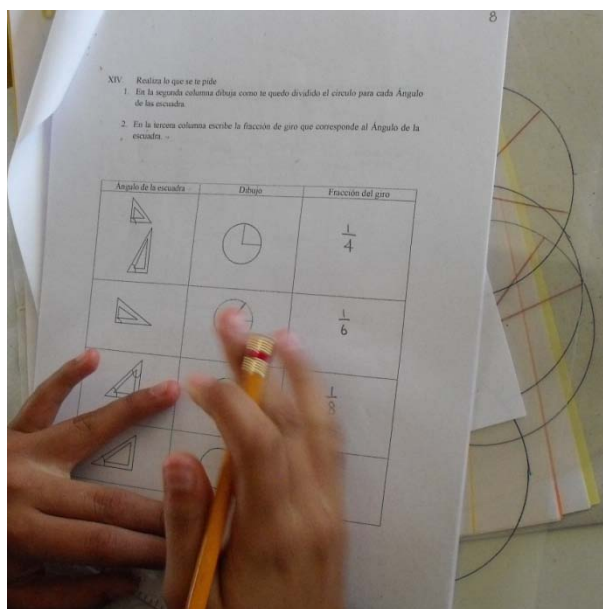
En las figuras geométricas sólo identifican los ángulos interiores.

Al momento de construir el concepto de ángulo algunos alumnos lo construyen como giro.

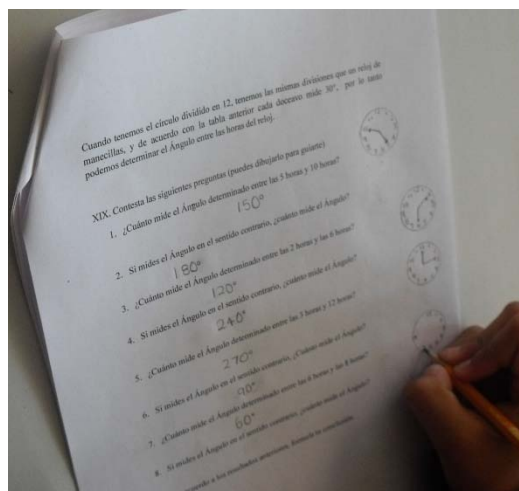


9. Tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Los alumnos reafirman que no importa la longitud de los lados de un ángulo para determinar su amplitud.



En la aplicación de la secuencia los alumnos no identificaron que no es lo mismo medir un ángulo en el sentido de las manecillas del reloj que en sentido contrario de las manecillas del reloj.



Los alumnos no pudieron deducir que al dividir un círculo en 12 partes y cada una de ellas en 30 partes, nos queda dividido en 360 partes, por lo cual el círculo tiene la forma de un transportador

5. Conclusiones

Después de hacer el análisis detallado de las respuestas del examen diagnóstico y de la secuencia didáctica que se les aplicó a los alumnos; se obtuvieron las siguientes conclusiones:

Aunque las definiciones que se dieron a los alumnos en el discurso escolar no son como un elemento de las figuras geométricas, la mayoría de los alumnos que definieron de alguna forma el concepto de ángulo, fue como elemento de una figura geométrica o como par de líneas.

Hasta el momento de la aplicación de la secuencia didáctica los alumnos solo conocen el sistema sexagesimal como unidad de medida de los ángulos, es decir, los grados, minutos y segundos, pero pocos alumnos sabían la respuesta. Sin embargo la mayoría de los alumnos sabía que en un círculo hay 360° .

Aunque en el libro de primero de secundaria de Mancera (2009) que llevaron los alumnos, en la lección de rectas y ángulos se vio como se denotan los ángulos, la mayoría de los alumnos no supieron como nombrarlos.

Algunos alumnos midieron los ángulos con la definición como giro sabiendo que en el círculo hay 360° y que el círculo lo dividieron en doceavos como un reloj de manecillas, además de que cada doceavo tenía 30° .

Debido a que las respuestas de los alumnos no fueron guiadas no fue posible llegar a la conclusión de que no es lo mismo medir un giro del ángulo en el sentido de las manecillas del reloj que en el sentido contrario de las manecillas del reloj, pues la mayoría solo copio el resultado.

Los alumnos no pudieron deducir que al dividir un círculo en 12 partes y cada una de ellas en 30 partes, nos queda dividido en 360 partes, lo cual el círculo tiene la forma de un transportador.

6. Referencias

- Ávila, A., Balbuena, H. y Bollás, P. (2006). *Matemáticas Cuarto Grado*. México: Secretaria de Educación Publica.
- Brousseau, G. (1986): *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. A. y Garza A. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.
- Casas L. y Luengo, R (2005). *Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo*, Recuperado el 20 de Febrero de 2011 de: <http://ensciencias.uab.es/revistes/23-2/201.pdf>.
- De Faria C, E. (2006). “*Ingeniería Didáctica*”. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 2006, 1(2). Recuperado el 12 de Marzo de 2011 de: <http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%205.pdf>.
- Gálvez, G. (1994): “*La didáctica de las matemáticas*”. En *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones.*, C. Parra, I. Saiz (comp.), Buenos Aires, Paidós Educador.
- Mancera, E (2009). *Matemáticas I*. México. Ed Santillana.
- Matos, J. (1990). *The historical development of the concept of angle. The mathematics Educator* 1(1), pp. 4-11. Recuperado el 20 de Febrero de 2011 de: <http://math.coe.uga.edu/tme/Issues/v01n1/2matos.pdf>.
- Mitchelmore, M. y White, P. (2000). *Development of angle concepts by progressive abstractions and generalization. Educational Studies in Mathematics*, 41, 209-238.
- Panizza, M (2003). *II Conceptos Básicos de la Situaciones Didácticas*. Recuperado el 22 de Febrero de 2011 de: http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf.
- Rotoaache, R y Montiel, G (2008). *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de Secundaria*. Recuperado el 12 de Febrero de 2011 de: http://www.cicata.ipn.mx/FILES/PDF/PROME_M_20081100_004.PDF.