

**CONOCIMIENTO DEL PROFESOR EN CUANTO A CONOCIMIENTO DEL
CONTENIDO Y ESTUDIANTES EN EL TEMA DE OPERACIONES
FUNDAMENTALES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS EN BACHILLERATO**



Gerardo Ruiz de la Rosa, Leticia Sosa Guerrero
geras_mx@hotmail.com, lsosa19@hotmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas
Reporte de Investigación
Medio superior

Resumen

En esta investigación tratamos de identificar y comprender el Conocimiento del Contenido y Estudiantes que evidencia en la práctica una profesora de Educación Media Superior respecto a tres¹ categorías propuestas en Sosa (2011), en este caso en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas. Para ello se realizó un estudio de caso apoyándonos en una serie de videgrabaciones mientras se presenta ese contenido matemático, obteniéndose que la mayor parte de los resultados tienen que ver con la prevención de que los estudiantes se puedan quedar con alguna confusión en el contenido. Podemos afirmar que los profesores al implicarse en analizar el pensamiento matemático de los estudiantes les va a permitir ampliar su conocimiento para enseñar ese contenido matemático, dado que pueden establecer planeaciones más adecuadas al aprendizaje de las operaciones con expresiones algebraicas.

Palabras Clave: *Conocimiento matemático, enseñanza, contenido, estudiantes*

1. Introducción

El subdominio del Conocimiento del Contenido y Estudiantes (CC-Es), de acuerdo a Ball, Thames & Phelps (2008), consiste de las habilidades que evidencian los profesores para entender el contenido matemático y saber y/o predecir lo que los estudiantes pueden pensar o hacer matemáticamente. En este sentido se puede establecer que desde este punto de vista, es necesario que el profesor de bachillerato adquiera la habilidad de saber anticiparse a sobre cómo piensan los estudiantes las Matemáticas.

El presente trabajo de investigación pretende mostrar a través de un estudio de caso, con una profesora de bachillerato, los descriptores de tres de las categorías propuestas por Sosa (2011) (“necesidades y dificultades”, “las confusiones y/o equivocaciones” y “quedarse con una imagen inadecuada”) dentro del subdominio del CC-Es que evidencia al impartir el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas, dado que nuestro interés es particularmente conocer y comprender el conocimiento que evidencia la profesora para saber y/o predecir lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente, puesto que desde este punto de vista, es necesario que la profesora adquiera la habilidad de saber anticiparse a sobre cómo piensan las Matemáticas, permitiéndole implicarse en una dinámica de analizar los aspectos del pensamiento matemático de los estudiantes, y así establecer planeaciones más adecuadas a la forma de aprendizaje. De esta manera puede utilizarse para valorar y seleccionar las tareas que considere apropiadas o los ejemplos y representaciones que pueden ser usados, para que de esta forma se

¹ Sosa (2011) hace referencia a 10 categorías diferentes que forman parte del CC-Es que un profesor podría evidenciar al impartir un contenido matemático. Ella proporciona diversos descriptores para cada categoría. En este estudio nos referimos en concreto a las categorías: “necesidades y dificultades”, “confusiones y/o equivocaciones” y “quedarse con una imagen inadecuada”, las cuales explicaremos más adelante en el apartado de la introducción.

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

puedan subsanar las necesidades, dificultades, confusiones, etc. que puedan llegar a tener los estudiantes durante su proceso de construcción del aprendizaje.

Cuando nos referimos a la categoría “necesidades y dificultades” estamos hablando sobre las necesidades y dificultades que presentan los estudiantes sobre el contenido matemático en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas. En lo que se refiere a “confusiones y/o equivocaciones” nos estamos basando en todo lo que tiene que ver con “prever la confusión que pudiera tener el estudiante con algún aspecto específico del contenido que se esté viendo en clase, saber que los estudiantes pueden equivocarse al hacer determinado cálculo de un número o de un signo (más leve), provocado por un despiste al hacer una(s) operación(es) o transformación(es), o por no dominar el contenido que se les está presentando, saber que los estudiantes deben proceder ordenadamente respetando las convenciones Matemáticas, para evitar confusiones y errores, y finalmente saber que los estudiantes podrían hacer cálculos mecánicamente sin saber realmente lo que están haciendo”. Y por último al hablar de “quedarse con una imagen inadecuada” nos enfocamos a si la profesora puede “prever (anticipar) que los estudiantes se queden con una imagen o idea inadecuada del contenido que se está manejando”.

Es importante mencionar que nuestro interés se centra en estudiar únicamente estas tres categorías, dado que son categorías del subdominio CC—Es que nos proporcionan más evidencias sobre la forma de trabajar de los profesores y de esta manera nos permitió obtener mejores resultados al momento de realizar las observaciones de aula con la profesora.

La pregunta de investigación que por consecuencia nos hacemos es la siguiente: ¿qué descriptores correspondientes a la categorías “necesidades y dificultades”, “confusiones y/o equivocaciones” y “quedarse con una imagen inadecuada” del CC-Es propuestos por Sosa (2011) evidencia un profesor de Educación Media Superior en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas?

Para responder a dicha pregunta el objetivo general es: identificar y comprender los distintos descriptores correspondientes a las categorías “necesidades y dificultades”, “confusiones y/o equivocaciones” y “quedarse con una imagen inadecuada” del CC-Es que evidencia en la práctica un profesor de Educación Media Superior en el tema operaciones fundamentales con expresiones algebraicas.

2. Marco Teórico

El modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza de Ball et. al. (2008) ofrece una categorización específica, además, surge directamente del estudio y análisis de la práctica del profesor, es decir, de profesores en servicio, pues se fundamenta en la construcción de una teoría basada en la práctica.

Concordamos con Ball et al (2008), en que por lo general no hacemos una distinción del tipo de conocimiento al que nos estamos refiriendo y que el concepto que le damos a éste es sin importar el enfoque del conocimiento, por lo general nos referimos al conocimiento como algo que es simplemente el conocer contenidos y, a veces a algo que es en gran medida la habilidad pedagógica que tiene una persona para enseñar. Por lo anterior podemos decir que de acuerdo al enfoque que se esté manejando será el tipo de conocimiento que se estará desarrollando, en particular es necesario darle el enfoque adecuado al concepto del conocimiento cuando hablamos del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME por sus siglas), por lo que es importante

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

hacerse la pregunta: “¿los profesores qué necesitan saber sobre las matemáticas y cómo y dónde pueden los maestros utilizar los conocimientos matemáticos en la práctica?”, mejor aún “¿Qué hacen los profesores en la enseñanza de las matemáticas, y cómo lo que hacen demanda razonamiento matemático, conocimiento, comprensión y habilidad?” (Ball et. al. 2008, p.394). Cuando nos referimos al Conocimiento Matemático para la Enseñanza, nos estamos refiriendo, en sí, al conocimiento matemático que es necesario para llevar a cabo la enseñanza de las matemáticas (Ball et. al., 2008).

Lo anterior se puede establecer como las tareas de la enseñanza y las exigencias matemáticas de estas tareas. Debido a que la enseñanza implica mostrar a los estudiantes cómo resolver problemas, responder a preguntas de los estudiantes, y la revisión de las tareas de los estudiantes, entonces este conocimiento a parte exige una comprensión de los contenidos de la currícula escolar.

De acuerdo a Ball et. al. (2008) el conocimiento matemático para la enseñanza incluye dos dominios que a su vez se encuentran subdivididos en tres subdominios, es decir, para Ball y colaboradores (2008) el Conocimiento del Contenido queda dividido en tres subdominios que son: Conocimiento Común del Contenido (CCC), Conocimiento Especializado del Contenido (CEC) y Horizonte Matemático (HM). Y el Conocimiento Didáctico del Contenido en: Conocimiento del Contenido y Estudiantes (CC-Es), Conocimiento del Contenido y Enseñanza (CC-En) y Conocimiento Curricular (CC). Cada uno de los subdominios son fundamentales para el desarrollo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza. En nuestro estudio nos centraremos en el CC-Es y sólo en las tres categorías antes mencionadas.

El subdominio del *Conocimiento del Contenido y Estudiantes* (CC-Es) de acuerdo a Ball et. al. (2008) son las habilidades que evidencian los profesores para entender el contenido matemático y saber y/o predecir lo que los estudiantes pueden pensar o hacer matemáticamente. En este sentido se puede establecer que desde este nuevo punto de vista, es necesario que el profesor adquiera la habilidad de saber anticiparse a sobre cómo piensan los estudiantes las matemáticas.

Por otra parte, coincidimos con Llinares, Valls y Roig (2008) en cuanto a que si los profesores se implican en la dinámica de analizar en todos los aspectos el pensamiento matemático de los estudiantes, eso les puede enriquecer sus conocimientos matemáticos, dado que puede establecer planeaciones más adecuadas a la forma de aprendizaje de los estudiantes. Así, el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes (dificultades, nivel de estrategias utilizadas, etc.) puede utilizarse para valorar y seleccionar las tareas apropiadas o los ejemplos y representaciones que pueden ser usadas.

3. Método

Nuestra investigación es de carácter interpretativo, y de corte cualitativo. El método que se usó es el de un estudio de caso (una profesora), y la técnica está constituida por los instrumentos para la obtención de la información, es decir: Observación del aula (video-grabaciones), cuestionarios y entrevista semi-estructurada. El escenario donde se desarrolla la observación de aula corresponde a un grupo de 19 estudiantes del bachillerato que cursan el cuarto semestre del subsistema de Educación Media Superior a Distancia.

Para el caso que ocupa nuestra investigación utilizamos varios instrumentos de recogida de información con la finalidad de obtenerla información lo más completa y objetiva posible,

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

además de que nos permita obtener la mayor cantidad de evidencia posible sobre las “necesidades y dificultades”, “las confusiones y/o equivocaciones” y “quedarse con una imagen inadecuada” dentro del subdominio del CC-Es en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas que evidencia, a través de su práctica docente, la profesora de bachillerato. Cabe destacar que en este caso el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas que abordó la profesora es un tema que fue de repaso, dado que dicho tema ya lo había abordado en el primer semestre.

En este sentido en nuestra investigación se realizó observación de aula a través de video-grabaciones con la finalidad de que no se perdiera ningún detalle de las clases que la profesora estaba ofreciendo. La video-grabación estuvo en todo momento enfocada a la profesora, dado que nuestro foco de interés en esta investigación es la profesora en cuanto a las evidencias que presenta en las categorías del CC-Es que se mencionaron en los párrafos anteriores. Se filmaron un total de cuatro clases con una duración de cincuenta minutos aproximadamente por cada clase al grupo de cuarto semestre, mismas que posteriormente se transcribieron para proceder posteriormente a analizarlas y de ahí buscar evidencias sobre las categorías investigadas.

4. Resultados

La investigación realizada dio origen a una serie de resultados que la profesora evidenció al poner en práctica cada uno de los descriptores de las tres categorías que se establecen. Los resultados obtenidos en esta investigación se puede decir de manera general que son:

- La dificultad de identificar adecuadamente los términos semejantes que se le presentan en una expresión algebraica
- La necesidad de los estudiantes sobre la forma en que deben de proceder para multiplicar dos o más expresiones algebraicas.
- Saber que pueden equivocarse al no darse cuenta que el signo menos que está antes de un paréntesis modifica el signo de cada uno de los términos de la expresión que está dentro del paréntesis que le precede.
- Saber que pueden equivocarse también al no aplicar de manera correcta las leyes de los signos, ya sea para la resta, multiplicación o división.
- Saber que deben de proceder ordenadamente al momento de querer reducir los términos semejantes después de haber multiplicado dos expresiones algebraicas para evitar el error de que algún término de la expresión resultante no se haya tomado en cuenta.
- Saber prever que puedan tener la confusión de lo que significa una variable elevada a la cero.
- Prever que se queden con una imagen inadecuada del concepto de expresión algebraica.
- Prever que se queden con una imagen inadecuada sobre lo que significa que dos o más términos sean semejantes.

Por lo que en la categoría “necesidades y dificultades” podemos decir que es una de las categorías en las que menos evidencia se identificó, apenas se lograron identificar tres subdescriptores², dos de los cuales tienen que ver con la misma dificultad, la de “saber que los estudiantes no pueden identificar adecuadamente los términos semejantes que se le presentan en

² Nótese que cuando hablamos de subdescriptores nos estamos refiriendo en particular a los descriptores que son puestos en acción por la profesora en el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas.

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

una expresión algebraica. El otro subdescriptor tiene que ver con las necesidades de los estudiantes sobre la forma en que deben de proceder para multiplicar dos expresiones algebraicas. En este sentido creemos que por la característica de la categoría y dado que el tema de operaciones fundamentales con expresiones algebraicas que abordó la profesora es un tema que fue de repaso, hace que las necesidades y dificultades de los estudiantes sean mínimas, dado que dicho tema ya lo habían abordado y sólo estaba recordando algunos aspectos que eran importantes para manejarlo en el tema que seguiría. Además podemos decir que es una de las necesidades y dificultades más comunes que se presentan por lo general cuando se aborda este tipo de temas en los cursos de matemáticas de bachillerato.

En la categoría “confusiones y/o equivocaciones” de acuerdo a la evidencia obtenida, tenemos evidencia de que sabe que el estudiante puede equivocarse al no darse cuenta que el signo menos que está antes de un paréntesis modifica el signo de cada uno de los términos de la expresión que está dentro del paréntesis que le procede, por tal motivo explica a los estudiantes que cuando tengan un signo menos antes de un paréntesis para proceder a quitar el paréntesis deben de multiplicar el signo menos por cada uno de los términos que se encuentran dentro del paréntesis. Otros de los subdescriptores evidenciados dentro de esta categoría y que es importante mencionarlo es que la profesora sabe que los estudiantes pueden equivocarse al no aplicar de manera correcta las leyes de los signos.

Saber que los estudiantes deben de proceder ordenadamente al momento de multiplicar dos expresiones algebraicas para evitar que algún término no haya sido multiplicado adecuadamente, es otro de los subdescriptores evidenciados dentro del segundo acercamiento y en el que por lo general los estudiantes cometen algún tipo de error por no multiplicar de manera ordenada, es decir, no multiplican cada uno de los términos del primer factor por cada uno de los términos del segundo factor. En este mismo sentido la profesora hace énfasis en que se debe de proceder de manera ordenada cuando se haga el proceso de la división. Además la profesora sabe prever que los estudiantes puedan tener la confusión de lo que significa x^0 y que por lo tanto no lo consideren como 1. En este aspecto la profesora hace ver que cuando se divide $9x$ entre x se tiene como resultado lo que sería $9x^0$ y que por lo tanto es importante que tomen en cuenta que toda variable elevada a la cero da como resultado 1, así se tendría que $9x^0 = 9(1) = 9$.

Como se puede observar en los resultados tenemos que la mayor parte de lo evidenciado por la profesora cae dentro de la categoría “confusiones y/o equivocaciones”, principalmente podemos decir que está distribuidos dentro de los descriptores que tienen que ver con la prevención de que los estudiantes se puedan quedar con alguna confusión con determinado contenido y con saber las equivocaciones que puedan tener al realizar un cálculo de un número o de un signo. Con base en esto podemos decir que la profesora dentro de sus clases se orienta principalmente a la prevención de dos tipos de errores que los estudiantes pudieran cometer, uno que es la confusión que estos pudieran tener al no identificar o conocer adecuadamente el contenido que tiene que ver con las operaciones fundamentales con expresiones algebraicas y el segundo a las equivocaciones que los estudiantes cometen al realizar un cálculo, generalmente equivocaciones (leves) provocadas por algún despiste o por no dominar todavía el contenido que se le presenta al estudiante.

Además se pudo observar que la profesora también pone interés en que sus estudiantes no se queden con imágenes o ideas inadecuadas de los conceptos o procesos que se manejan en cada uno de los subtemas vistos dentro del tema operaciones fundamentales con expresiones

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

algebraicas, por tal motivo explica a sus estudiantes como debe de ser el proceso adecuado o en qué consiste el concepto para que no suceda este tipo de aspectos.

5. Conclusiones

Los subdescriptores que se evidencian en cada una de las categorías analizadas de esta investigación abordan aspectos como: saber las necesidades y dificultades de los estudiantes sobre el contenido matemático, prever la confusión que pudiera tener el estudiante con algún aspecto específico del contenido que se esté viendo en clase, prever (anticipar) que los estudiantes se pueden quedar con una imagen o idea inadecuada del contenido o bien, saber que los estudiantes pueden equivocarse al hacer determinado cálculo de un número o de un signo (más leve), provocado por un despiste al hacer una(s) operación(es) o transformación(es), o por no dominar el contenido que se les está presentando.

Los subdescriptores que la profesora logra evidenciar en las video-grabaciones concuerdan en cierto modo con lo especificado por Morales & Sepúlveda (2006) en el sentido de que las dificultades a las que se enfrentan la mayoría de los estudiantes inscritos en los diferentes niveles educativos con respecto a los conceptos y a las distintas maneras de introducir el álgebra, traen consigo ciertas nociones o interpretaciones que los estudiantes desarrollan con respecto al uso de literales, notaciones, y convenciones escritas asociadas con ciertos conceptos, tales como el de igualdad y la naturaleza de las “respuestas” matemáticas, que de hecho interfieren con los distintos procesos de la construcción del conocimiento algebraico. En este sentido se concluye que la profesora ha logrado evidenciar algunos subdescriptores en el sentido en que los estudiantes siguen mostrando algunas deficiencias que de acuerdo a la categoría analizada se presenta en menor o gran medida.

Por tanto, la profesora dentro de sus clases se orienta principalmente a la prevención de dos tipos de errores que los estudiantes pudieran cometer, uno que es la confusión que estos pudieran tener al no identificar o conocer adecuadamente el contenido que tiene que ver con las operaciones fundamentales con expresiones algebraicas y el segundo a las equivocaciones que los estudiantes cometen al realizar un cálculo, generalmente equivocaciones (leves) provocadas por algún despiste o por no dominar todavía el contenido que se le presenta al estudiante. Además también pone interés en que sus estudiantes no se queden con imágenes o ideas inadecuadas de los conceptos o procesos que se manejaron en cada uno de los subtemas vistos dentro del tema operaciones fundamentales con expresiones algebraicas.

Por último, con base en lo que establece Llinares, Valls & Roig (2008) en el sentido en que los profesores al implicarse en la dinámica de analizar en todos los aspectos el pensamiento matemático de los estudiantes les va a poder permitir establecer planeaciones más adecuadas a la forma de aprendizaje de los estudiantes. Así, el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los estudiantes (dificultades, nivel de estrategias utilizadas, etc.) puede utilizarse para valorar y seleccionar las tareas, ejemplos y representaciones apropiados para que puedan ser usadas en contextos idóneos. Además con esto queremos decir que un programa de formación de profesores en donde se desarrolle los diferentes subdominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) propuestos en el modelo de Ball et. al. (2008), permitirá crear profesionales si no debidamente competentes como se espera en algunas reformas de bachillerato, sí se logrará desarrollar en ellos las principales habilidades que van desde el desarrollo del conocimiento y las habilidades necesarias para que la profesora pueda resolver las tareas que los estudiantes están

1. Formación de profesores de matemáticas y estudios sobre el profesor

realizando, pasando por el conocimiento propio de la profesión, sin dejar de contar el conocimiento de los estudiantes, el conocimiento de la enseñanza y por último el conocimiento del currículo. Sin duda el desarrollo de cada uno de estos subdominios por parte de la profesora hará que tengamos mejores profesionales de la educación, mejores profesores comprometidos con los jóvenes y así lograr un mejor aprendizaje en un Nivel Medio Superior olvidado algunas veces por nuestras autoridades educativas.

6. Referencias

- Ball D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Llinares, S., Valls, J. & Roig, A.I. (2008). *Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas*. *Educación Matemática: Santillana*, 20 (3), 59-82.
- Morales, I. & Sepúlveda, A. (2006). *Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra*. <http://polya.dme.umich.mx/eventos/CXIVEP/Memorias/Memorias%20-%20XIV%20Encuentro%203.pdf> [visitado el 14 de febrero del 2011].
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento Matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>.