¿QUÉ ES TEORÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA Y PARA QUÉ SIRVE?

Mario Sánchez Aguilar, Apolo Castañeda
mosanchez@ipn.mx, acastane@ipn.mx
Instituto Politécnico Nacional, México
Aproximaciones teóricas en matemática educativa
Superior

Resumen
En este escrito se presenta una reflexión sobre lo que es teoría en matemática educativa y cuáles son algunos de sus roles. Esta reflexión está inspirada en nuestra propia experiencia como investigadores en matemática educativa, pero también en la lectura de varios artículos y capítulos de libros que abordan el tema de la naturaleza y las funciones de la teoría en matemática educativa (ver referencias bibliográficas al final del escrito). La reflexión está dividida en tres partes: primero se justifica el por qué es importante discutir el rol y la naturaleza de la teoría en matemática educativa; después se presenta una definición de lo que es teoría y se habla de las distintas formas que la teoría puede tomar en una investigación en matemática educativa; en la tercer sección se abordan algunos de los roles de la teoría en la investigación en matemática educativa, los cuales se ilustran con ejemplos.

Palabras clave: *Teoría, Matemática Educativa, roles, investigación*

1. ¿Por qué es relevante discutir acerca de teoría en matemática educativa?

Existen al menos cuatro razones por las cuales es importante discutir y estudiar la naturaleza y los roles de la teoría en la investigación en matemática educativa.

La primera razón es que la teoría es uno de los componentes fundamentales de una investigación en matemática educativa. En la actualidad es virtualmente imposible encontrar un artículo de investigación o una tesis de posgrado en matemática educativa que no incluya algún tipo de teoría en su desarrollo. Así, estudiar la naturaleza de la teoría en matemática educativa equivale, de cierta manera, a estudiar los fundamentos de nuestra disciplina.

Una segunda razón para discutir lo que es teoría en matemática educativa es la variedad de concepciones y posturas que existen en nuestra comunidad, entre profesores y estudiantes, acerca de la naturaleza, los alcances y limitaciones de la teoría en nuestra disciplina. Por ejemplo, es común que los estudiantes autores de tesis de posgrado utilicen una variedad de nombres para referirse a aquella sección en la que se discute la teoría utilizada en sus investigaciones: marco teórico, teoría, elementos teóricos, marco conceptual, constructos teóricos, aproximación teórica, etc. Sin embargo, es poco común que los autores clarifiquen qué significan esos términos o qué forma y función tiene la teoría dentro de sus investigaciones. Similarmente, existen profesores que sugieren que las teorías en matemática educativa no son generalizables a través de distintos contextos, y que es necesario desarrollar teorías que sean adecuadas para el contexto particular donde se desean aplicar; sin embargo existen otros profesores con distintas posturas que han ilustrado cómo las teorías y los conceptos teóricos en matemática educativa sí pueden ser generalizables entre diferentes contextos educativos, e incluso entre distintas áreas del conocimiento (ver por ejemplo Aguilar (2011)).

Otra razón por la que consideramos importante abordar el tema de la teoría en matemática educativa es que, desde nuestra experiencia personal, consideramos que el estudio de distintas teorías y sus funciones en la investigación educativa te emancipa y te desarrolla como matemático educativo. Cuando uno comienza a estudiar y a reflexionar sobre las diferencias entre teorías, sobre su naturaleza, sobre su forma, sobre sus funciones, sobre sus alcances y limitaciones, entonces uno empieza a cuestionar las teorías que uno mismo utiliza y el por qué las utiliza. Se comienza a desarrollar un sentido crítico hacia el uso (y abuso) de las teorías en matemática educativa. Consideramos que este tipo de cualidades son muy importantes para la formación de matemáticos educativos reflexivos, críticos e independientes.

Finalmente, otra razón que se puede dar para estudiar y discutir sobre la naturaleza de la teoría en matemática educativa es que este tópico es de gran relevancia actual en la comunidad internacional de investigadores en matemática educativa. Existen varios indicadores que confirman dicha relevancia, por ejemplo, el recién publicado libro “Theories of mathematics education: Seeking new frontiers” editado por Bharath Sriraman y Lyn English, que reúne a autores de diferentes partes del mundo con el fin de reflexionar sobre el estatus, la naturaleza, y el estado actual de desarrollo de la teoría en matemática educativa. Otro indicador de esta relevancia es la importancia y la atención que algunas comunidades le han prestado a este tópico. La comunidad europea por ejemplo, es la que más tradición tiene en cuanto al análisis colectivo de diferentes perspectivas teóricas, así como la manera de combinarlas y complementarlas. Basta mirar la producción del grupo de discusión llamado “Different theoretical perspectives and approaches in mathematics education research” que desde el año 2005 y de manera ininterrumpida ha formado parte del congreso europeo CERME (ver http://www.erme.unito.it/). Otro indicador que es importante señalar también es que en el año 2012, y por primera vez en la historia del congreso internacional ICME, se incluirá un grupo de estudio que abordará esta temática. El nombre de este grupo será “Theoretical issues in mathematics education” (ver http://www.icme12.org/sub/tsg/tsgload.asp?tsgNo=37). Si miramos ahora el escenario mexicano de la matemática educativa, es evidente que este tipo de discusiones colectivas sobre la naturaleza, la integración y el rol de las distintas teorías en matemática educativa son prácticamente inexistentes. Los escasos esfuerzos en esta dirección se han enfocado en discutir y promover aproximaciones teóricas particulares.

Es por todas estas razones que consideramos muy importante fomentar este tipo de discusiones teóricas en nuestra comunidad. El grupo de discusión al que está asociado este manuscrito es un pequeño esfuerzo por mover a la comunidad mexicana de matemáticos educativos en esa dirección.

2. ¿Qué es teoría en matemática educativa?

En general, es poco común encontrar en la literatura especializada definiciones explícitas sobre lo que es teoría en matemática educativa. Además, no existe todavía una única definición que sea compartida por los matemáticos educativos (Prediger, Bikner-Ahsbahs y Arzarello, 2008)). Una de las definiciones explícitas que se encuentra en la literatura especializada ha sido proveída por Niss (2007):

> “The theory consists of an *organised network of concepts* (including ideas, notions, distinctions, terms etc.) and *claims* about some extensive domain, or a class of domains, of objects situations and phenomena.” (p. 98)

Esta definición indica que la teoría es una red de conceptos y afirmaciones acerca de un dominio particular o una clase de dominios. Así, es posible encontrar teorías enfocadas en dominios específicos de la matemática educativa, por ejemplo: aspectos afectivos; formación de profesores, uso de tecnología, etc.

Es importante notar que la teoría dentro de una investigación en matemática educativa puede tomar diferentes formas y tener orígenes distintos. En otras palabras, la teoría en matemática educativa no es una estructura rígida. Esta idea es abordada por Frank K. Lester (2005) a través del concepto de marco de investigación el cual es definido como: “a basic structure of the ideas (i.e., abstractions and relationships) that serve as the basis for a phenomenon that is to be investigated.” (p. 458). De acuerdo a Margaret Eisenhart (1991), existen tres tipos de marcos de investigación: marcos teóricos, marcos prácticos y marcos conceptuales. Enseguida se ofrece una breve caracterización de cada uno de ellos, tomadas de Eisenhart (1991) y Lester (2005):

Marco teórico: Es una estructura que guía la investigación y que se basa en teoría formal; esto es, el marco es construido mediante el uso de explicaciones establecidas y coherentes de ciertos fenómenos y relaciones.

Margaret Eisenhart (1991) propone como ejemplos de marcos teóricos a la teoría de la conservación de Piaget y a la teoría del constructivismo socio-histórico de Vigotsky. Dos ejemplos adicionales de marcos teóricos que proponemos y que son más cercanos a la disciplina de la matemática educativa son la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau y la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud.

Eisenhart (1991) y Lester (2005) señalan algunas desventajas acerca del uso de marcos teóricos. Una de ellas es que los marcos teóricos sirven para establecer un lenguaje académico común entre los usuarios de un determinado marco teórico (este de hecho es uno de los roles de la teoría que abordaremos en la siguiente sección de nuestro escrito); sin embargo dicho lenguaje no es funcional fuera de la disciplina académica. Por ejemplo, las conclusiones o recomendaciones que se producen sobre alguna práctica educativa pero que son formuladas usando este lenguaje académico, son difícilmente entendidas por profesores o administrativos a quienes podrían estar dirigidas dichas conclusiones o recomendaciones. De acuerdo a Eisenhart (1991), es precisamente este tipo de irrelevancia de los marcos teóricos para la práctica lo que ha llevado a algunos académicos a objetar a la investigación teórica como el modelo para la investigación educativa y proponer en su lugar marcos prácticos los cuales se describen a continuación.

Marco práctico: Un marco práctico guía la investigación mediante el uso de “lo que funciona” de acuerdo a la experiencia de aquellos que están directamente involucrados en la práctica. Este tipo de marco no está informado por una teoría formal, sino por el conocimiento práctico acumulado por los profesores y administrativos, los hallazgos de investigaciones previas, y frecuentemente los puntos de vista de políticos y de la opinión pública.

Para ilustrar lo que es un marco práctico consideremos como ejemplo el caso de un profesor que durante veinte años a dictado la misma asignatura de matemáticas. Este profesor, sin hacer uso de teoría formal, podría detectar errores comúnes de los estudiantes e incluso predecir el tipo de problemas matemáticos que más confusión o errores generan entre los estudiantes. También podría formular preguntas de investigación estrechamente ligadas a su curiosidad práctica. Este tipo de conocimiento es el que sustenta a los marcos prácticos.

Una desventaja del uso de marcos prácticos, señalada por Eisenhart (1991) y Lester (2005), es que el conocimiento generado por estos marcos tiende a ser solo localmente generalizable. Es decir, al haber ausencia de una teoría formal es difícil proveer explicaciones sobre el origen de los fenómenos observados y las condiciones bajo las cuales éstos emergen. Como consecuencia es muy difícil determinar si dichos fenómenos aparecerían en escenarios distintos al estudiado.

Marco conceptual: De acuerdo a Eisenhart (1991), un marco conceptual es una estructura de *justificación* más que una estructura de *explicación* basada en lógica formal (i.e. teoría formal) o experiencia aculumada (i.e. conocimiento práctico). Un marco conceptual es un argumento que incluye diferentes puntos de vista y culmina en una serie de razones para adoptar algunos puntos (i.e. algunas ideas o conceptos) y no otros. Un marco conceptual es un argumento de que los conceptos seleccionados para la investigación o la interpretación, y cualquier relación anticipada entre ellos, son apropiados y útiles *dado el problema que se está investigando*. Como los marcos teóricos, los marcos conceptuales están basados en la literatura y en investigaciones previas, pero los marcos conceptuales están construidos a partir de diferentes fuentes que pueden variar desde diferentes teorías, hasta diferentes aspectos del conocimiento práctico.

El uso de marcos conceptuales ha sido defendido y promovido por diferentes investigadores en matemática educativa, como por ejemplo Paul Cobb y Frank K. Lester quienes a través de la noción de *bricoleur* han sugerido que como matemáticos educativos deberíamos utilizar las teorías y perspectivas que están disponibles y son adecuadas para abordar nuestros problemas de investigación. Sin embargo, esta idea de *bricolage* también ha encontrado críticas dentro de la comunidad de educadores matemáticos ya que es considerada como una especie de dimisión de la teoría. Este tipo de críticas puede ser representado por la siguiente cita extraída de Gellert (2010):

> “The notion ‘theorizing as bricolage’ has some oxymoronic quality and counteracts many researchers’ attempts to develop coherent theoretical frameworks that overcome the lack of satisfaction with the theoretical tools available. The bricoleur takes whatever tool is at hand; the researcher constructs the optimal tool for the very research purpose. The criterion of optimality is precisely what is at stake when the quality of research is evaluated. Bricolage as a way of theorizing abdicates the theorizer from her scientific responsibility as it extracts the research from principled evaluation.” (p. 539)

En esta sección del escrito hemos tratado de ilustrar que la teoría en matemática educativa es un conjunto de conceptos o ideas que puede tomar distintas formas dentro de una investigación. Pueden ser conceptos extraídos de una teoría particular perteneciente a un dominio de la matemática educativa; o incluso puede ser un conjunto de conceptos e ideas obtenidas de distintas teorías y del conocimiento práctico. En suma y como ya se ha mencionado, la teoría en matemática educativa no es una estructura rígida.

Es movento de movernos a la siguiente sección de nuestro escrito, en donde ilustraremos con ejemplos particulares algunos de los roles o funciones que la teoría puede tener en la investigación en matemática educativa.

3. Algunos roles que la teoría toma en la investigación en matemática educativa

A manera de ejemplo analizaremos la estructura general de dos trabajos de investigación publicados, poniendo énfasis en el rol que tiene la teoría en la investigación.

Caso 1

En el trabajo de investigación de Trigueros (2006) se presenta un análisis del proceso de solución de un problema el cual conduce a la modelación del movimiento de un péndulo. Este problema fue presentado como actividad central en un curso de ecuaciones diferenciales, los estudiantes debían trabajar en equipo en un horario extraclase y presentar sus avances durante el tiempo de clase.

En la formulación del problema planteado a los estudiantes se consideró la *modelación* como soporte, el cuales orientó la manera en que los estudiantes se podrían involucrar con el problema durante el proceso de solución, particularmente la investigación hace énfasis en las ventajas didácticas de los modelos; ya que los estudiantes pueden profundizar sus ideas matemáticas a partir del análisis e interpretación de los datos que ellos mismos obtienen. En este mismo sentido; otro aspecto que se destaca en la investigación es la importancia de que los estudiantes puedan aportar sus propias conclusiones a partir de los ciclos de refinamiento de ideas y procedimientos que realizan los estudiantes durante el proceso de solución del problema.

En esta investigación, la teoría aparece reflejada a través de un marco conceptual. La autora diserta ampliamente el concepto de *modelo*, argumentando en su análisis, los diferentes roles que tendrá este concepto en su estudio. Por ejemplo, reconoce que el *modelo* le permite adquirir elementos teóricos para diseñar situaciones. También le orienta y anticipa en el tipo de actividades o acciones que los estudiantes deberán realizar para resolver el problema. Le permite establecer las etapas o momentos en el proceso de solución de un problema. También le muestra las ventajas didácticas para implementar los *modelos* como una metodología de trabajo en l aula.

En este caso, el marco conceptual orienta el desarrollo de la investigación; en el diseño, análisis apriori, metodología de implementación, análisis de resultados, recomendaciones didácticas.

Caso 2

En el trabajo de investigación de Canul, Dolores y Martínez-Sierra (2011), se expone el problema de la transición de la concepción global de tangencia a la concepción local, esto significa admitir que la tangente puede cortar a la curva y no sólo tocarla en una vecindad razonablemente pequeña. El propósito de la investigación es desarrollar y probar una secuencia de actividades que permitan la transición de la concepción de tangencia en estudiantes de nivel superior, contribuyendo con esto a una mejora en la comprensión de la derivada.

El marco teórico de esta investigación se presenta como “fundamentos teóricos”, en este apartado se analizan y discuten dos conceptos teóricos que serán usados para mostrar la transición de la concepción de tangencia de los estudiantes; el primero de ellos “conflicto cognitivo” y el otro “convención matemática”. Adicionalmente se analiza y establece una estrategia didáctica para la búsqueda de consensos a través de la interiorización del conflicto y la superación del conflicto. Esta estrategia didáctica posteriormente se utiliza como metodología.

Las actividades se diseñaron considerando la hipótesis de que el conflicto cognitivo del estudiante desencadenará un desequilibrio cognitivo, al confrontar sus concepciones que tiene sobre un objeto matemático, dando como resultado un *cambio conceptual*. En este modelo, el concepto de *ruptura* se define como el momento en el que un estudiante deja un significado y se admite otro, y es en ese instante en el que la *convención matemática* se integra al modelo como *una propiedad emergente para establecer la relación de continuidad y ruptura de significados.* (pág. 183) Podemos conjeturar que la ruptura de significados tiene algo que ver con el aprendizaje. Más adelante, los autores explican que el concepto de *convención matemática* puede ser *entendido como un proceso de búsqueda de consensos en el seno de la comunidad que trabaja para dar unidad y coherencia a un conjunto de conocimientos* (pág. 184). Este es un ejemplo de codificación de términos teóricos que se usan para analizar un proceso o fenómeno, además de que permite establecer un lenguaje académico común entre los usuarios de un determinado marco teórico, evidente es, que el concepto de *convención matemática* no es una definición asequible.

En esta investigación la teoría está estructurada por conceptos interrelacionados que fundamentan las fases de un diseño didáctico, permiten analizar las respuestas de los estudiantes y definir qué tipo de evidencias son necesarias para concluir el *aprendizaje matemático* de los estudiantes.

En la sección denominada "introducción", los autores ubican su investigación dentro del "Programa de investigación de Pensamiento y Lenguaje Variacional", en donde mencionan que se comparten su tesis: *...el uso adecuado de un universo de formas gráficas puede contribuir al desarrollo del pensamiento matemático.* Sin embargo es importante mencionar que los autores no usan los resultados de esta línea de investigación en su sección "fundamentos teóricos", sólo lo mencionan en la introducción donde si dejan explícita su filiación teórica.

4. Comentarios finales

En este escrito hemos tratado de brindar una pequeña introducción a la discusión de la naturaleza y el rol de la teoría en la investigación en matemática educativa. Dado que el tema es extenso y profundo, no fue posible incluir todos los aspectos de esta discusión que nos hubiera gustado abordar en el escrito. Por ejemplo no se abordó con suficiente profundidad el tema de la combinación y complementariedad de diferentes marcos teóricos. Tampoco nos fue posible incluir los comentarios y reflexiones de los asistentes a nuestro grupo de discusión (tal como lo sugirió uno de los evaluadores de nuestra propuesta de grupo) debido a que se nos solicitó este escrito antes de que el grupo de discusión fuera efectuado. Sin embargo esperamos que este tipo de iniciativas abra más la discusión en nuestra comunidad hacia la naturaleza, los alcances y los roles de la teoría en nuestra disciplina.

5. Referencias

Aguilar, M.S. (2011). ¿Pueden ser generalizables las teorías en matemática educativa? [Entrada de blog] Obtenido de: *http://web.mac.com/mario.sanchez/web/Blog/Entradas/2011/11/4_¿Pueden_ser_generalizables_las_teor%C3%ADas_en_matemática_educativa.html*

Eisenhart, M. A. (1991). Conceptual frameworks for research circa 1991: Ideas from a cultural anthropologist; implications for mathematics education researchers. *Proceedings of the 13th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 202 – 219). Blacksburg, VA. Obtenido de: http://www.colorado.edu/education/faculty/margareteisenhart/Docs/Eisenhart_Conceptual%20Frameworks%20for%20Research.pdf.

Canul, Dolores y Martínez-Sierra. (2011). De la concepción global a la concepción loca. El caso de la recta tangente en el marco de la convención matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa. 14* (2), 173-202 Obtenido de *http://www.clame.org.mx/relime/20110202.pdf.*

Gellert, U. (2010). Modalities of a local integration of theories in mathematics education. En B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 537-550). Berlin: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2_50.

Lester, F.K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM*, *37*(6), 457-467. doi: 10.1007/BF02655854 Obtenido de http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm056a2.pdf.

Trigueros, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo: un estudio desde una perspectiva de modelación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa.* COMIE. *11* (031), 1207-1240 Obetenido de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=14003106.

Niss, M. (2007). The concept and role of theory in mathematics education. En C. Bergsten, B. Grevholm, H. Måsøval y F. Rønning (Eds.), *Relating Practice and Research in Mathematics Education. Proceedings of Norma 05* (pp. 97-110). Trondheim, Noruega: Tapir. Versión preliminar disponible en http://mennta.hi.is/vefir/staerdfraedi/malstofa_A_04/Niss%20theory.pdf.

Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A. y Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM*, *40*(2), 165-178. doi: 10.1007/s11858-008-0086-z Versión preliminar disponible en http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/08-ZDM-Prediger-Bikner-Arzarello-Theories-preliminary-version.pdf.

Sriraman, B. y English, L. (Eds.). (2010). *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers*. Berlin: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2.