

Un problema para estudiantes de Ingeniería Civil

Yoana Acevedo Rico
Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga
yoana.acevedo@upb.edu.co
www.upb.edu.co

Resumen: En esta comunicación se aborda el diseño, implementación y evaluación de una estrategia didáctica en la asignatura Geometría y Trigonometría con estudiantes de primer semestre de Ingeniería Civil de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga. Dicha estrategia apunta hacia la metodología y evaluación de la clase de matemáticas y el trabajo independiente del estudiante. La propuesta está enmarcada en la resolución de problemas desde la perspectiva del aprendizaje significativo de David Ausubel y la técnica para solucionar problemas de George Polya. El problema formulado a los estudiantes se caracteriza por no poseer una solución inmediata, tener múltiples soluciones y aplicar los ejes temáticos de la asignatura. Los datos recolectados a través de observaciones durante la implementación de la propuesta y la socialización de las soluciones del grupo experimental permitieron observar *cambio de hábitos de estudio*, reflejado en una mayor organización del tiempo, mayor habilidad en la toma de apuntes, mayor atención y concentración en clase, entre otros. Además, a través de una prueba realizada a dos grupos (el experimental y uno de control), se encontró un mayor rendimiento del primero en la solución de problemas.

Tanto en el diseño como en la implementación de este tipo de estrategias es relevante el papel del docente, ya que el proceso se puede convertir en un hacer del estudiante, sacrificando el conocer.

Palabras claves: Resolución de problemas; aprendizaje significativo, técnicas para solucionar problemas.

Introducción

Un 45% de la población estudiantil deja la universidad por causas del bajo rendimiento académico en los primeros semestres (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2008). En las asignaturas del ciclo básico de la Escuela de Ingeniería (Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga, 2012), es preocupante el bajo rendimiento de los estudiantes, especialmente en el primer semestre, siendo este un período de transición del colegio a la universidad, con todos los cambios en el estudiante tanto en su vida personal como la incertidumbre de alcanzar sus metas de profesionalización.

Un estudio sobre la relación de dependencia entre variables de tipo sociodemográficas, económicas, familiares, académico y motivacional con la variable: aprobación de la asignatura cálculo diferencial (asignatura que junto con la asignatura *Geometría y Trigonometría*, hacen parte de las asignaturas de matemáticas del primer semestre de los estudiantes de la escuela de ingeniería) permitió identificar la relación de dependencia de la variable con 14 variables de tipo académico y motivacional tanto en las clases de matemáticas durante la secundaria como en las del primer semestre de la universidad, entre las que resaltamos las que reflejan ausencia de hábitos de estudio. (Acevedo & Ortiz, 2013, p.1887-1896).

En el Modelo pedagógico integrado (Universidad Pontificia Bolivariana, 2009) se concibe el aprendizaje

como promotor de construcción de conocimiento y desarrollo de competencias: habilidades, destrezas, actitudes y valores en búsqueda de la formación integral del estudiante con autonomía y un docente generador de espacios para lograr tales fines en un proceso dinámico y en continuo cambio.

En la revisión de referentes teóricos, específicamente del aprendizaje significativo de Ausubel encontramos herramientas que pueden ayudar a proponer alternativas que direccionen las prácticas de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta las consideraciones anteriores. El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. (Ausubel, 1983, p.84).

Ahora bien, el aprendizaje significativo de las matemáticas, es el que se lleva a cabo a través de la resolución de problemas, ya que permite involucrar de manera activa al estudiante en la construcción y aplicación del conocimiento (Camacho & Santos, 2004, p.45-60). El problema es un conjunto de situaciones en un contexto dado, nuevo para el estudiante, que permite activar los conocimientos previos de los estudiantes, es decir, explicitar lo que saben y lo que no para resolverlo y detectar las necesidades de aprendizaje. Adicionalmente, posibilita integrar conocimientos de diferentes áreas y facilita la comprensión. (Mérida, 2005, p.31-46). Para solucionar el problema, el estudiante debe dar cuatro pasos propuestos por George Polya: *Entender el problema; configurar un plan para solucionar el problema, ejecutar dicho plan y mirar hacia atrás (contrastar la solución con los datos iniciales)*. (Fuentes, 2008, p.36-58).

Es así como, se realiza el proceso de diseño de una estrategia didáctica de metodología y evaluación, a través de la resolución de un problema, que permita la aplicabilidad de las asignatura Geometría y Trigonometría en la Ingeniería, específicamente, ingeniería civil. Dicha estrategia se implementa con estudiantes de ingeniería civil matriculados en el primer semestre de 2013 en la asignatura de geometría y trigonometría, posteriormente se evalúa a través del seguimiento del docente-observador de las producciones de los estudiantes durante la implementación y una prueba escrita finalizando la implementación.

Método

El trabajo de investigación es producto de una continua reflexión que permite situar el diseño, la implementación y la evaluación de la propuesta didáctica en el objeto de estudio. El diseño de la propuesta didáctica surge de la reflexión de la práctica de enseñanza de la docente-investigador, contrastados con el marco teórico, haciéndola pertinente a las necesidades de conocimiento matemático de la población. Es así como la implementación está permeada por la continua reflexión de los hallazgos que se van encontrando, tanto en el grupo objeto (en este grupo se implementa la propuesta didáctica), como el grupo control (en este grupo no se implementa).

La prueba escrita se aplica a los dos grupos, los datos recolectados de ésta permitirán realizar un contraste entre los hallazgos encontrados en la implementación de la propuesta, la teoría y la evaluación del proceso realizado.

Es una investigación de métodos mixtos, combinando el método *cuantitativo*, validando la implementación de la estrategia a través de la comparación de los resultados obtenidos en una prueba escrita con un grupo objeto con respecto a otro grupo de control y el método *cualitativo* por el continuo

acercamiento entre el docente-investigador y el objeto de estudio a través de las observaciones realizadas en la implementación de la propuesta.

La investigación se realiza con dos grupos (un grupo objeto y uno de control) de estudiantes de Ingeniería Civil de la Escuela de Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana, matriculados por primera vez en la asignatura Geometría y Trigonometría en el segundo semestre académico de 2013.

El problema planteado a los estudiantes del grupo objeto es: *Encontrar las dimensiones (ancho, alto, profundo) del edificio X de la UPB, sin utilizar mediciones directas y utilizando la trigonometría.* Dicha solución debe comprender tres partes: construcción de un medidor de ángulos (de elevación, depresión y barrido), una estrategia trigonométrica para encontrar los datos experimentalmente y una estrategia (aplicación de Smartphone) que evalúe la precisión de los datos hallados. El tiempo disponible para la solución del problema son 8 semanas y será utilizado el tiempo de trabajo independiente del estudiante (8 horas semanales) y consulta personalizada con el docente (2 horas semanales). Se conforman 13 equipos de trabajo (de 3 personas por equipo).

Resultados y análisis

El análisis de las observaciones realizadas durante la implementación de la propuesta didáctica se aborda de acuerdo a las fases en que se dividió dicha propuesta, agregamos a este análisis, la socialización de las soluciones de todos los grupos, así como el análisis de los datos obtenidos a través de la prueba escrita.

- a. *Comprensión el problema:* Los estudiantes deben realizar investigaciones sobre aparatos caseros para medir ángulos, teniendo en cuenta las especificaciones propias de los edificios que van a medir, así como determinar la pertinencia de la estrategia trigonométrica seleccionada, según los ejes temáticos desarrollados en clase propios de la agrimensura. Cabe resaltar que las aplicaciones de Smartphone para medición deben descargarse y saber usarlas para realizar la medición con precisión.

-Observaciones- La recopilación de la información es muy general, en algunos grupos se observa un mayor avance, puesto que se concentraron en el problema y su descomposición, otros por el contrario deben ser orientados por la docente. Finalizado el tiempo para esta fase, en la gran mayoría de los grupos se ha entendido el problema.

- b. *Concepción de un plan:* Los estudiantes deben construir el medidor de ángulos, realizar pruebas de precisión a través de cálculos para hallar las dimensiones de una puerta, un árbol y una persona y hacer los ajustes necesarios al artefacto construido. La estrategia trigonométrica debe ser utilizada para ajustes del medidor de ángulos. Las aplicaciones para medición descargadas deben ser comprobadas y los estudiantes deben saber manipularlas.

-Observaciones- Cada grupo presenta su medidor de ángulos y tienen una estrategia trigonométrica para la altura del edificio. Se presentan diversas dificultades para hallar el ancho y el profundo de los edificios por la complejidad del terreno donde se encuentran. Se observa poca precisión en la medición al usar las aplicaciones para smartphone descargadas. Se observa en general, compromiso y motivación por solucionar el problema.

- c. *Ejecución del plan:* Los estudiantes deben realizar las mediciones del edificio asignado (diferente por equipo), realizar varias tomas de ángulos y calcular un promedio entre los datos experimentales, posteriormente se deben realizar los cálculos a través de la estrategia trigonométrica, además se hallan las mediciones a través del software descargado.

-Observaciones- Algunos equipos encuentran dificultades en el momento de la toma de datos, por no tener en cuenta la forma del terreno, deben realizar ajustes para encontrar el lugar para el observador, otra de las dificultades fue el margen de error alto cuando se realizan los cálculos trigonométricos, como consecuencia, deben realizar varias mediciones desde diferentes puntos de observación, sin embargo, se observó una buena precisión al utilizar el software y esto facilita la comprobación y validez de los datos experimentales obtenidos. Los grupos han cumplido con la entrega de las tareas (talleres con situaciones problemáticas) para reforzar y profundizar en los temas de trigonometría del triángulo.

d. *Visión retrospectiva:* Los estudiantes deben comparar los resultados experimentales, los datos obtenidos con el software y la medición que realiza el docente-investigador con el metrolaser.

-Observaciones- Al encontrar datos experimentales poco precisos, los equipos debieron ajustar el instrumento, así como la precisión al realizar la observación, contrastar los datos obtenidos por su solución, los de la aplicación descargada y los del metrolaser, para analizar y concluir sobre el plan trazado y ejecutado. Al finalizar esta etapa todos los estudiantes han encontrado la validez de su propuesta con una buena precisión.

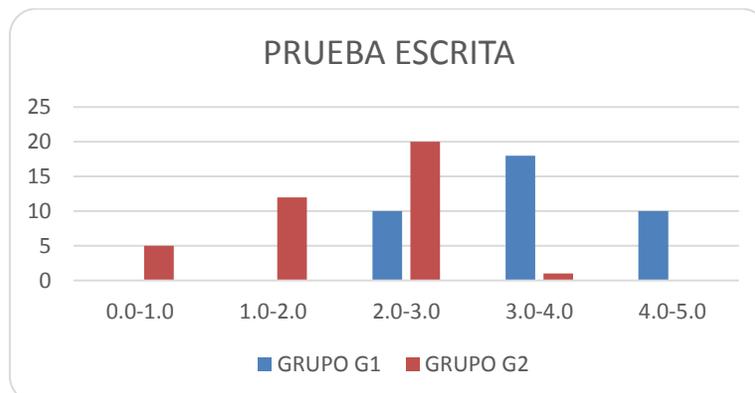
e. *Socialización:* Los estudiantes deben socializar la experiencia y evaluar el proceso desarrollado por los otros equipos y el propio.

-Observaciones- La calidad de los trabajos realizados y la continua participación de los otros equipos refutando o validando los procedimientos realizados por sus compañeros, permitió contrastar las múltiples soluciones que tenía este problema. Cabe resaltar que los estudiantes manejaban el tema con mayor fluidez y estuvieron muy preocupados por la precisión de los datos tomados y calculados por sus compañeros.

f. *Prueba escrita:* Los estudiantes del grupo objeto y control realizan la prueba escrita. (Ver Anexo 1)

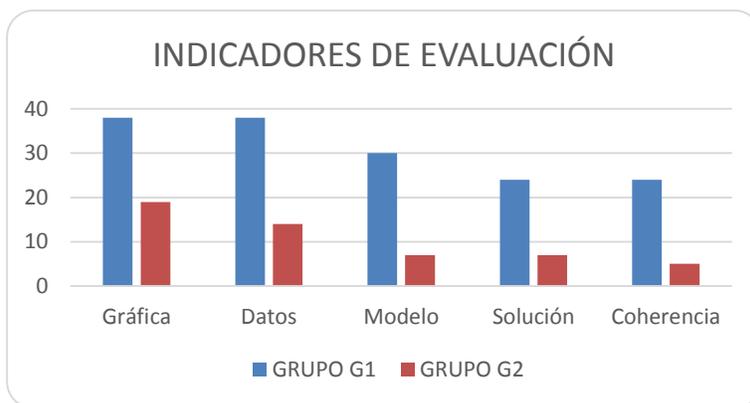
-Análisis de los datos- A través de la prueba final se evalúa la estrategia didáctica, comparando los resultados obtenidos por el grupo objeto G1 con el que se implementa la estrategia didáctica y el grupo control G2 con los que no se implementa. De los resultados obtenidos en la prueba, se puede concluir que: El 44.74% de los estudiantes del grupo G2 obtienen una nota por debajo de 2.0 sobre 5 que era el máximo valor. En contraste con el grupo G1 con notas por encima de 2.0 en toda la población. A continuación en la Tabla 1 se muestran los resultados de los dos grupos: Nota Vs Personas.

TABLA 1. RESULTADOS DE LA PRUEBA ESCRITA



En la prueba escrita se observan mayor razonamiento de los estudiantes del grupo G1 que los estudiantes del grupo G2, ya que se justifican las respuestas con un procedimiento trigonométrico más preciso. De 6 problemas de agrimensura formulados, se analizaron los siguientes indicadores de evaluación: *Gráfica* o bosquejo que representa la situación problemática, *Datos* que dan y piden, relacionados entre sí a través de la gráfica. *Modelo* trigonométricos y procedimiento que permita solucionar el problema. *Solución* del problema. *Coherencia* entre los datos encontrados y lo que se pedida en el problema. En la Tabla 2 se muestran los resultados por indicadores de evaluación en los dos grupos: Indicadores Vs Personas.

TABLA 2. INDICADORES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA ESCRITA



Conclusiones

En la socialización los estudiantes enriquecieron su experiencia con las de sus compañeros obteniendo 13 posibles soluciones al mismo problema. (Ver anexo 2).

A través de la estrategia didáctica, los estudiantes hicieron buen uso de las herramientas de la información, permitiéndoles contrastar, precisar y complementar los datos experimentales y analíticos obtenidos que solucionaban el problema con los hallados en las aplicaciones de Smartphone.

Los estudiantes se mostraron muy interesados por solucionar el problema, de tal manera que los motivó a trabajar con dedicación durante todo el proceso.

El método utilizado para la solución del problema y el manejo del trabajo independiente, les permitió encontrar un método de estudio e ir mejorando en la apropiación de hábitos de estudio.

Los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo G1 en la prueba comparados con el grupo G2 evidencian mayor destreza en el análisis y aplicación de los conocimientos adquiridos.

Se hace conveniente realizar réplicas de la estrategia didáctica en otros grupos que permita reforzar y profundizar el diseño de la metodología y evaluación implementada.

Para implementar la estrategia es conveniente una mayor dedicación y tiempo por parte del docente, para la orientación de cada grupo, ya que se puede perder de vista la aplicación de los conocimientos y se convierte la solución del problema en pruebas de ensayo y error que conllevan a un ejercicio de solo hacer y no saber.

Bibliografía

- Acevedo, Y. & Ortiz, J. (2012). Mortalidad académica en cálculo diferencial. Un análisis de dependencia entre variables sociodemográficas, económicas, familiares, académicas, motivacionales y la aprobación de la asignatura en los estudiantes de primer semestre de la escuela de ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga. Actas del VII CIBEM, 1887-1894.
- Ausubel, D. (1983). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Editorial Trillas.
- Camacho, M. & Santos M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas. Revista Números, 45-60.
- Mérida, R. (2005). Una investigación sobre aprendizaje basado en problemas en el marco del prácticum de magisterio. Investigación en la Escuela, 57, 31-46.
- Ministerio de Educación Nacional. (2008). Análisis de determinantes de la deserción en la educación superior colombiana con base en el SPADIES. Bogotá, Colombia: Autor. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/sistemasdeinformacion/1735/articles-254702_determinantes_desercion.pdf
- Universidad Pontificia Bolivariana (2009). Modelo Pedagógico integrado. Medellín, Colombia: Autor.
- Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga (2012). Estadísticas rendimiento académico: Informe del departamento de Ciencias Básicas 2006-2012. Bucaramanga, Colombia: Autor.
- Tangarife, B. (2012). Solución de problemas y trabajo cooperativo: una estrategia didáctica a desarrollar en Trigonometría Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6819/1/201023949.2012.pdf>

ANEXOS

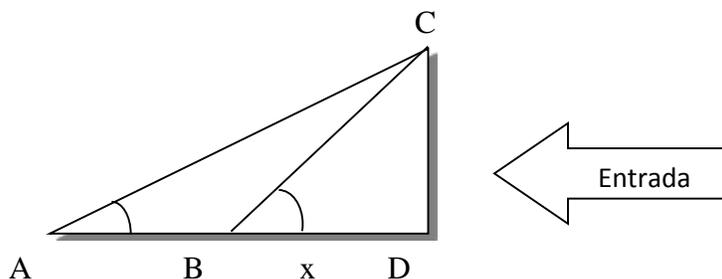
ANEXO 1: PRUEBA ESCRITA

Prueba escrita aplicada a dos grupos: objeto y control. Aplicada en el segundo semestre de 2013.

RESPUESTA DE SELECCIÓN MÚLTIPLE. Seleccione una respuesta para cada situación (las dos situaciones comparten el mismo enunciado).

*A los estudiantes del curso de Geometría y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana se les ha formulado el siguiente problema: **Encontrar la altura del edificio J sin utilizar mediciones directas y utilizando la trigonometría.** A continuación mostraremos dos soluciones de las múltiples que tiene este problema, utilizando la trigonometría: (Nos ubicaremos en las dos soluciones en la entrada de la Biblioteca Benedicto XVI).*

1. Primera solución: Un observador B se coloca a una distancia x de la entrada y realiza la medición de ángulo de elevación a la parte superior del edificio de 70° , a 2m se encuentra un observador A y registra un ángulo de 62° . Con estos valores registrados podemos afirmar que:

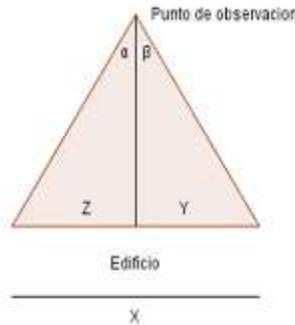
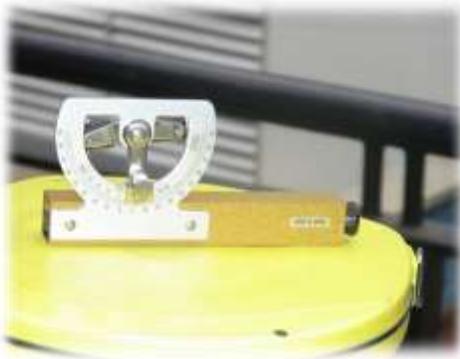


- a. Es posible encontrar la altura porque aplicaríamos la **ley del seno** en el triángulo ACB para hallar la longitud del lado BC y luego utilizaríamos la razón **sen θ** en el triángulo BCD para hallar la longitud de y .
- b. Es posible hallar la altura si hubiesen encontrado el valor de x para utilizar la razón **tan θ** en el triángulo BCD y sobraría el ángulo A dado.
- c. Es posible encontrar la altura porque aplicaríamos la **ley del coseno** en el triángulo ACB para hallar la longitud del lado AC y luego utilizaríamos la razón **sen θ** en el triángulo ACD para hallar la longitud de y .
- d. Es posible hallar la altura si hubiesen encontrado el valor de x para utilizar la razón **tan θ** en el triángulo ACD y sobraría el ángulo B dado.

- Dos barcos salen de un puerto a las 7:00 a.m. Uno viaja a 12 nudos (millas náuticas por hora) y el otro a 10 nudos. Si el barco más rápido mantiene un rumbo de N47°O y el rumbo del otro es S20°O, ¿cuál es su separación a las 11:00 a.m. de ese día?
- Un edificio está al lado de una colina que baja formando un ángulo de 15°. El sol está sobre la colina y desde el edificio tiene un ángulo de elevación de 42°. Calcula la altura del edificio, si su sombra mide 36 pies de longitud.

ANEXO 2: ALGUNAS SOLUCIONES

- Nivel Abney para ángulos de elevación y depresión; para la profundidad del edificio se toman dos ángulos de depresión desde un mismo punto y en la parte superior del edificio a los extremos del edificio en la parte inferior. Se conoce la altura del edificio.²

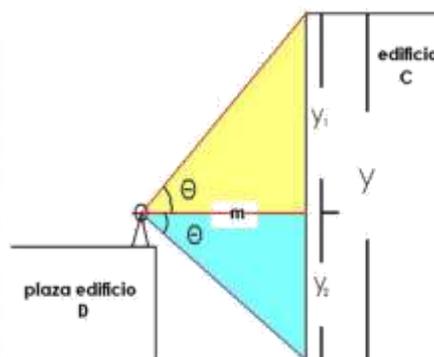


$$\tan \alpha = \frac{z}{h} \quad \tan \beta = \frac{y}{h}$$

$$h \tan \alpha = z \quad h \tan \beta = y$$

$$x = y + z$$

- Transportador casero para ángulos de elevación y depresión; Se toman dos ángulos al extremo superior (elevación) e inferior (depresión) del edificio y la distancia a la toma.³



Cálculos:

$$Y_1 = m \cdot \tan \theta_1$$

$$Y_1 = 7.37\text{m} \cdot \tan 44^\circ$$

$$Y_1 = 7.12\text{m}$$

$$Y_2 = m \cdot \tan \theta_2$$

$$Y_2 = 7.37\text{m} \cdot \tan 39^\circ$$

$$Y_2 = 5.97\text{m}$$

Y total

$$Y = Y_1 + Y_2$$

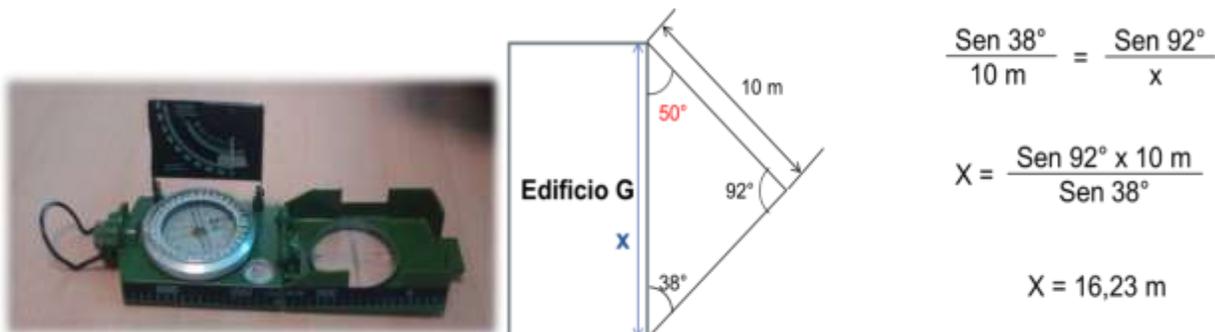
$$Y = 7.12\text{m} + 5.97\text{m}$$

$$Y = 13.09\text{m}$$

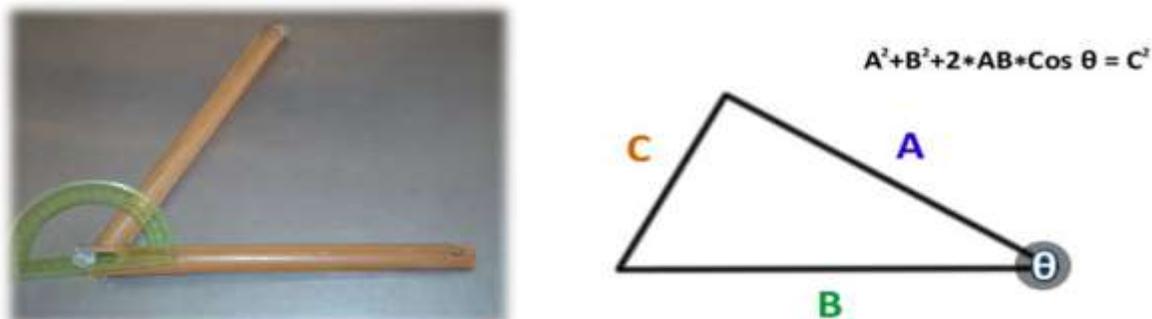
² Tomado del grupo 12.

³ Tomado del grupo 12.

3. *Brújula para medir ángulos de barrido y clinómetro para ángulos de elevación; para la profundidad se tomaron dos ángulos y el lado a una de las tomas. Se conocen dos ángulos y un lado entre estos.⁴ Se utiliza la Ley del seno:*



4. *Medidor de ángulos de elevación, depresión y barrido, para el ancho se tomó el ángulo de barrido de extremo a extremo del edificio, sujetados por dos pitas de dimensión conocida.⁵ Conocidos A, B y θ . Se aplica la ley del coseno:*

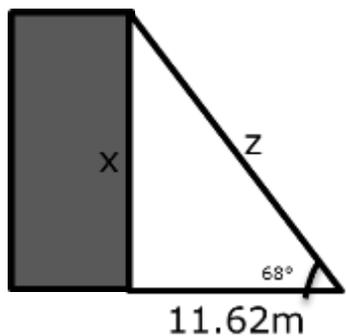


5. *Sextante para medir ángulos de elevación, para medir la altura se toma el ángulo de elevación al extremo superior del edificio y se mide la distancia en el piso desde la pared hasta donde se hizo la toma.⁶*

⁴ Tomado del grupo 2.

⁵ Tomado del grupo 4.

⁶ Tomado del grupo 6.

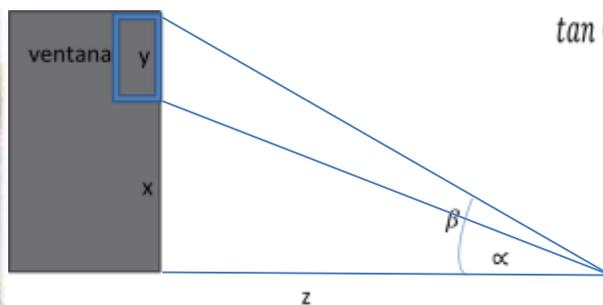


$$\tan 68^\circ = \frac{x}{11.62}$$

$$x = \tan 68^\circ * 11.62$$

$$x = 28.76$$

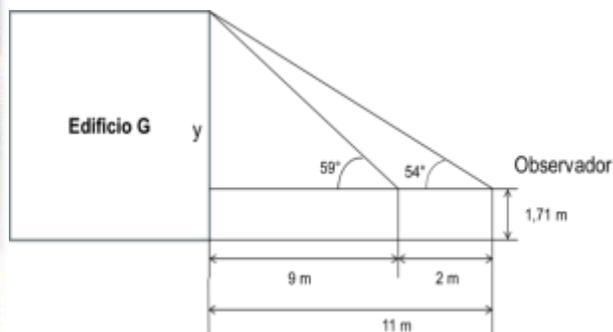
6. Transportador casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura se tomaron ángulos de elevación a la base y a la parte superior de una ventana del último piso del edificio y se midió la altura de ésta.⁷



$$\tan \alpha = \frac{x}{z} \quad \tan \beta = \frac{x+y}{z}$$

$$\frac{x}{\tan \alpha} = \frac{x+y}{\tan \beta}$$

7. Clinómetro casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura tomaron dos ángulos de elevación a la parte superior del edificio con una separación de 2m.⁸



$$\tan 54^\circ (X + 2) = \tan 59^\circ X$$

$$\tan 1,37 X + 2,75 = 1,66 X$$

$$2,75 = 1,66 X - 1,37 X$$

$$2,75 = 0,29 X$$

$$X = \frac{2,75}{0,29} = 9,48 \text{ m}$$

$$9,48 \text{ m} \cdot \tan 59^\circ = y$$

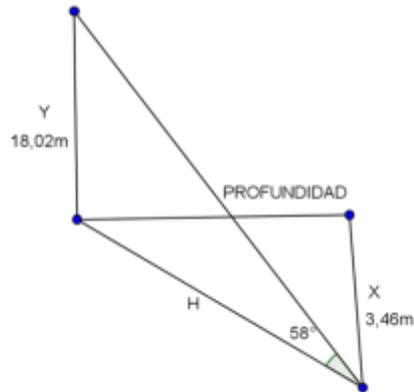
$$y = 15,77 \text{ m} + 1,71 \text{ m}$$

$$y = 17,48 \text{ m}$$

⁷ Tomado del grupo 3.

⁸ Tomado del grupo 1.

8. *Clinómetro casero para ángulos de elevación y depresión; para la altura se modelaron dos triángulos rectángulos en diferentes planos.*⁹

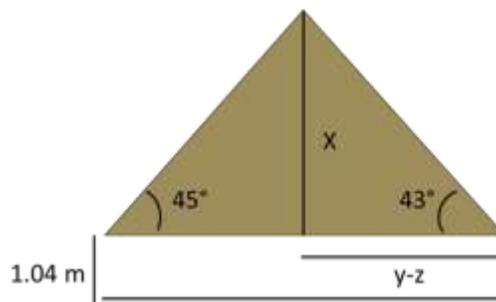


$$\tan 58^\circ = \frac{18.02}{H}$$

$$H = \frac{18.02}{\tan 58^\circ}$$

$$\text{PROFUNDIDAD} = \sqrt{H^2 - X^2}$$

9. *Transportador casero para ángulos de elevación, inclinación y barrido; para la altura se tomaron dos ángulos de elevación desde cada lado del edificio a un mismo punto en la parte superior del edificio.*¹⁰



$$\bullet \quad z \tan 45^\circ = x \quad X = \tan 43^\circ (y - z)$$

$$z(\tan 45^\circ + \tan 43^\circ) = y \tan 43^\circ$$

$$z = \frac{y \tan 43^\circ}{(\tan 45^\circ + \tan 43^\circ)}$$

$$z = \frac{(17.10\text{m}) \tan 43^\circ}{(\tan 45^\circ + \tan 43^\circ)}$$

$$z = 8.25\text{m}$$

⁹ Tomado del grupo 10.

¹⁰ Tomado del grupo 7.